



Московский семинар по социофизике им. Д.С. Чернавского  
Институт проблем управления РАН

# АНАЛИЗ ПОИСКА РЕШЕНИЙ АВТОНОМНЫМИ АГЕНТАМИ В ПРОЗРАЧНОЙ ЭКОНОМИКЕ

*Сохова З.Б., Редько В.Г.*

НИИ системных исследований РАН

# План доклада

- **Введение**
- **Описание базовой модели прозрачной экономики**
- **Схема компьютерного моделирования**
  - базовая модель
  - модель с «открытой» монополией
  - модель с «нечестной» конкуренцией
- **Выводы**

# Агент-ориентированные модели

- **Одной из парадигм, позволяющей исследовать поведение сложных систем является агент-ориентированное моделирование - АОМ (англ. agent-based model).**
- **АОМ широко используются при решении задач оптимизации и управления, моделировании коллективного поведения, моделировании рынков, в задачах распределения инвестиций, при решении социальных задач.**

# Преимущества агент-ориентированных моделей

- 1) Возникновение эффекта эмерджентности.
- 2) Агент-ориентированное моделирование обеспечивает естественное описание системы.
- 3) Гибкость агент-ориентированных моделей.

**Агент-ориентированное моделирование** – это моделирование снизу вверх (микроскопическое моделирование).

Bonabeau E. *Agent-based modeling: methods and techniques for simulating human systems* // Proc. National Academy of Sciences. 2002. N 99 (3)

# Агенты

Агент представляет собой автономную сущность, характеризующуюся следующими свойствами:

- 1) *автономность*, нет единого управляющего центра в системе, который контролировал бы поведение агентов,
- 2) *неоднородность*, т.е. агенты отличаются характеристиками друг от друга,
- 3) *ограниченная рациональность*,
- 4) *расположение в пространстве*, т.е. наличие некоторой среды обитания.

- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р. *Социальное моделирование – новый компьютерный прорыв (агент-ориентированные модели)*, 2013
- <http://abm.center>  
Лаборатория агентного моделирования
- Shoham Y., Leyton-Brown K. *Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations*, 2009
- Стюарт Рассел, Питер Норвиг. *Искусственный интеллект: Современный подход*, 2009
- Gilbert N. *Agent-based models*. Sage Publications, 2007

# Среда обитания

**Среда обитания агента может быть представлена в**

- евклидовом пространстве;
- в ГИС (геоинформационной системе);
- в виде решетки (игра «Жизнь»);
- виде некоторой сетевой структуры.

**Моделирование взаимодействия агентов может также проводиться **без пространственного отображения.****

# Сотрудничество и конкуренция

- Конкуренция – это важный процесс в рыночной экономике.
- Она может иметь как **жесткий**, так и **смягченный** характер.
- В последние годы важную роль приобретает **сотрудничество** между экономическими агентами, которое смягчает роль конкуренции.

*Полтерович В.М. От социального либерализма – к философии сотрудничества // Общественные науки и современность. № 4, 2015*

*Полтерович В.М. Позитивное сотрудничество: факторы и механизмы эволюции // Вопросы экономики. № 11, 2016*

В этих работах подчеркивается, что **«конкурентные механизмы могут быть встроены в институты сотрудничества»**.



# Модель

- В нашей работе строится и исследуется конкретная модель достаточно простой экономической системы с **мягкой, конструктивной конкуренцией**.
- Рассматривается **эволюция двух сообществ агентов** – производителей и инвесторов.
- Агенты взаимодействуют в **прозрачной конкурентной экономической среде**.
- Обладателем ресурса является не единственный центр, а **целое сообщество**, каждый участник которого распоряжается своим капиталом самостоятельно.
- Активным является владелец ресурса – инвестор.
- Инвестор, выбирая производителей для капиталовложений, руководствуется такими характеристиками производителя, как **эффективность производства** и **капитал**, имеющийся у производителя.
- Ключевым аспектом модели является **прозрачность** и **децентрализация**.



# Предшествующие работы

- Прототипом нашей модели являются работы бельгийских исследователей:
  1. Holvoet T., Valckenaers P. «*Exploiting the environment for coordinating agent intentions*» (2007г.)
  2. Claes R., Holvoet T., Weyns D. «*A decentralized approach for anticipatory vehicle routing using delegate multiagent systems*» (2011г.)
- В первом исследовании оптимизировалась работа производственного цеха, во втором решалась задача управления дорожным движением с целью минимизации пробок и повышения скорости достижения пункта назначения.

58

T. Holvoet and P. Valckenaers

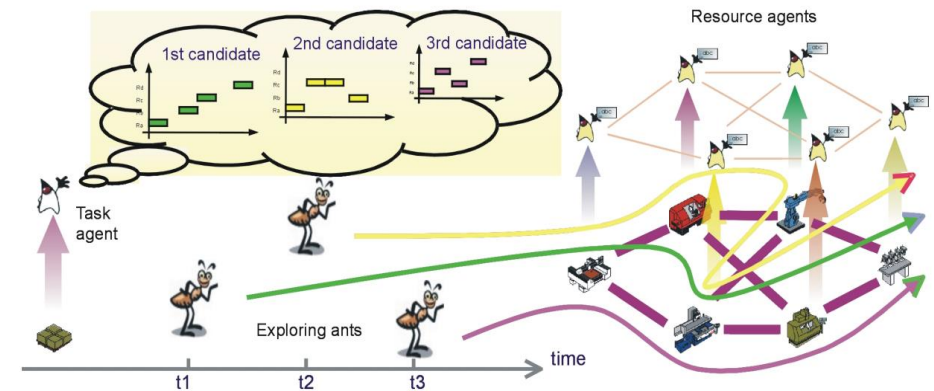


Fig. 2. Exploration ants, issued by a task agent, scout feasible paths by roaming the graph environment

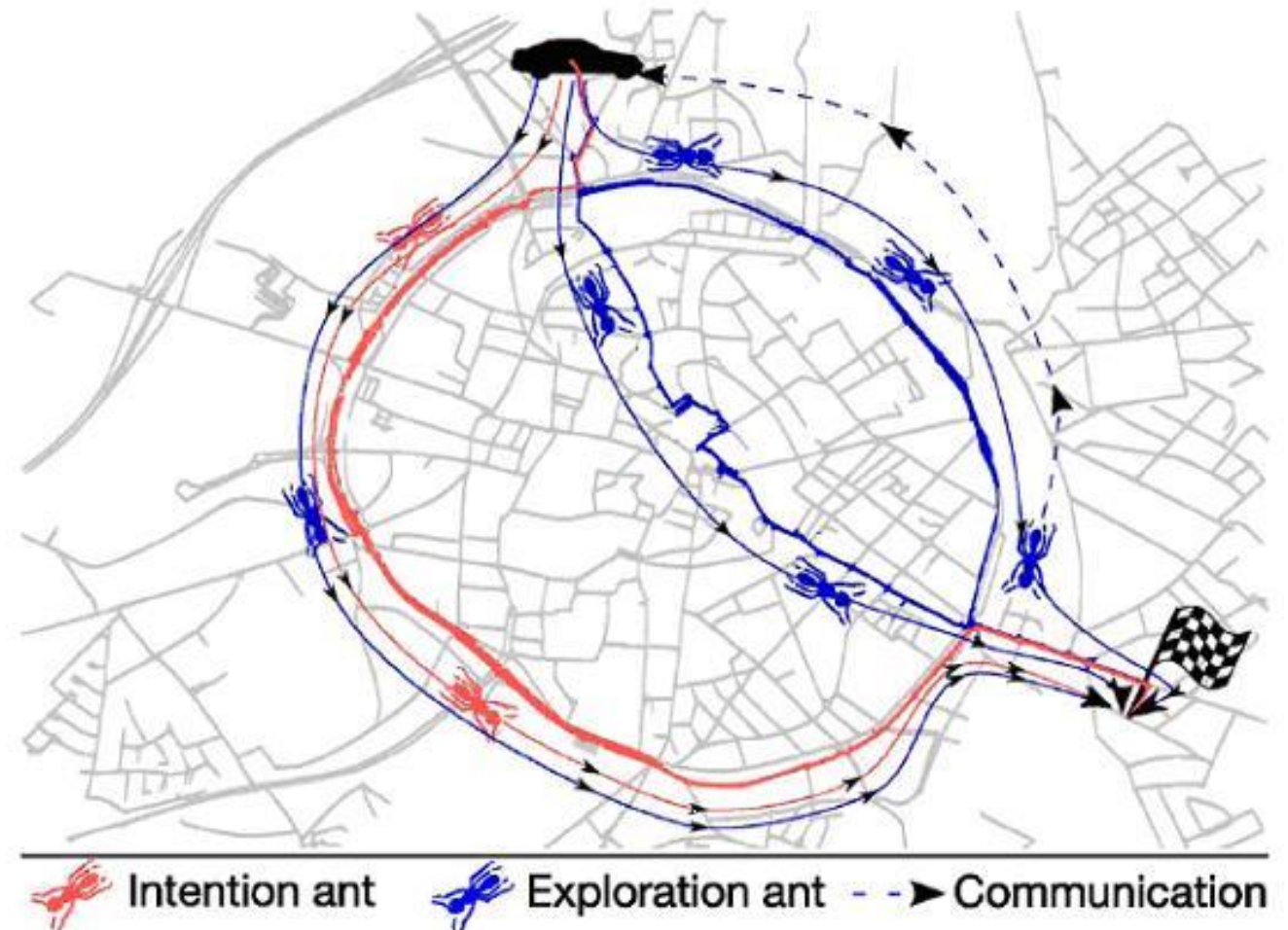
**Муравьи-разведчики** исследуют возможные маршруты (выделены темно-синим цветом) и возвращают автомобилю **оценки качества** маршрутов. На основе этих оценок агент автомобиля выбирает наиболее подходящий маршрут (выделено красным) и посылает **муравья намерения** уведомить агентов инфраструктуры о своем **запланированном перемещении**.

Основными компонентами архитектуры второй модели являлись: **агенты автомобилей, агенты инфраструктуры и легкие агенты-посланники**

**Легкие агенты** управляются основными агентами. Они предназначены для быстрой передачи информации.

Использовались легкие агенты двух типов: **агенты-разведчики и агенты намерений**.

Fig. from work **Claes R., Holvoet T., Weyns D.**  
«A decentralized approach for anticipatory vehicle routing using delegate multiagent systems»  
(2011г.)



# Другие близкие исследования

- В близкой, но другой трактовке коллективное поведение элементов экономических систем в условиях децентрализации представлено в работах **Варшавского В. И. и Поспелова Д.А.**
- В частности, рассматривается организация коллективного поведения потребителей в условиях децентрализации с помощью итеративного процесса.
- В данном случае **активным является потребитель ресурса**, а владелец ресурса не решает никаких оптимизационных задач, т. е. ему не требуются знания об эффективности потребителей.
- Для решения задачи распределения ресурса также используются методы, основанные на **теоретико-игровом подходе**. Такой подход предложен в рамках теории активных систем, в работах **Буркова В. Н. , Новикова Д. А.** и др.



# Базовая модель

---

В нашей модели строится **децентрализованная система взаимодействия** инвесторов и производителей, которые с помощью легких агентов-посланников открыто обмениваются информацией между собой.

---

Перед инвесторами стоит задача эффективного распределения капитала между производителями, **с учетом действий, которые предпринимают другие инвесторы.**

---

**Цель исследования** – показать эффективность предложенной схемы взаимодействия.

# Общие положения

- Имеется сообщество, состоящее из  $N$  инвесторов и  $M$  производителей, каждый из которых имеет определенный капитал  $K_{inv}$  и  $K_{pro}$ .
- Производители предоставляют информацию о **величине своего капитала и эффективности производства** инвесторам.
- Инвестор, располагая этой информацией, может формировать **намерение** о том какие капиталовложения сделать в производителя.
- Данное намерение также открыто для сообщества.
- Это позволяет **корректировать** инвесторам размеры капиталовложений в **зависимости от действий других инвесторов**.
- В конце периода  $T$  производитель возвращает каждому инвестору капитал, вложенный инвестором, а также распределяет часть полученной им прибыли между инвесторами **пропорционально их вложениям**.
- Считаем, что вся информация, которая открыта для сообществ инвесторов и производителей, **достоверна**.

# Временная шкала

- Агенты функционируют в течение  $N_T$  периодов.
- Например, **один период  $T$**  может быть равен одному году ( $T = 1, 2, \dots, N_T$ ).
- В конце каждого периода  $T$  инвесторы принимают **решения о капиталовложениях**, которые они будут делать в следующий период  $T+1$ .
- Для этого запускается **итеративный процесс**, который выполняется в течение  $t_{max}$  тактов времени внутри периода  $T$
- $t_{max}$  – *максимальное количество итераций* внутри периода.

# Принципы функционирования модели

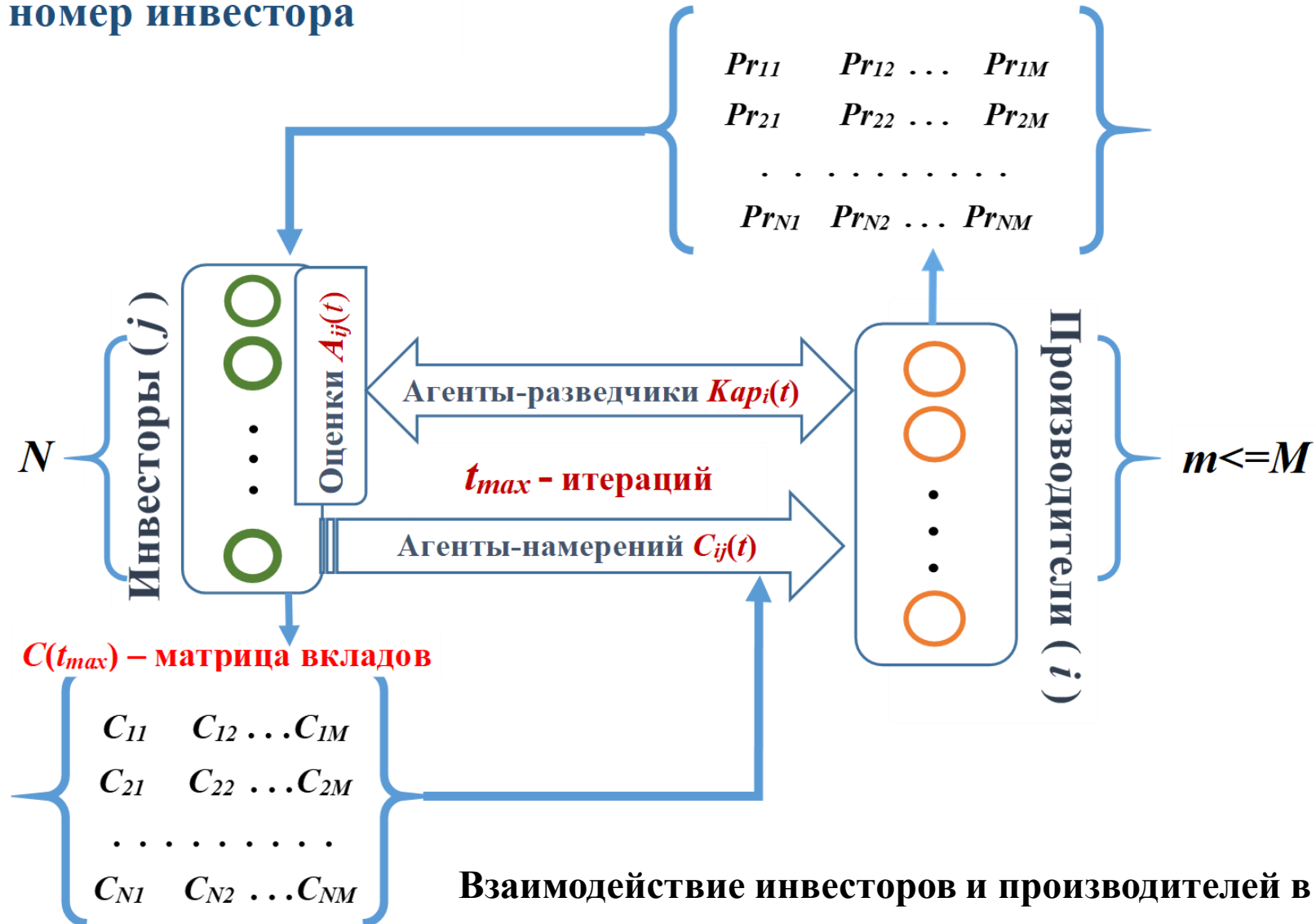
- В начале каждого периода  $T$  отдельный инвестор делает капиталовложения в  $m \leq M$  производителей.
- В конце периода  $T$  производитель возвращает каждому инвестору капитал, вложенный инвестором, а также распределяет полученную им прибыль между инвесторами пропорционально их вложениям.
- Если капитал инвестора или производителя становится ниже некоторого порога, то он прекращает свою деятельность.

# СХЕМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АГЕНТОВ ВНУТРИ СИСТЕМЫ

$i$  – номер производителя

$Pr(t_{max})$  – матрица прибылей

$j$  – номер инвестора



Взаимодействие инвесторов и производителей в течение одного периода



# Капитал производителей

Перед началом периода  $T$   $i$ -й производитель имеет исходный капитал  $C_{i0}$ .

Будем полагать, что производитель вкладывает в производство весь свой капитал  $C_i$ :

$$C_i = C_{i0} + \sum_{j=1}^N C_{ij} \quad (1)$$

где  $C_{ij}$  – капитал, вложенный  $j$ -м инвестором в  $i$ -го производителя в начале периода.

# Расчет прибыли

- Полагаем, что зависимость прибыли производителя от его текущего капитала  $Pr_i(C_i)$  определяется по формуле:

$$Pr_i(C_i) = k_i F(C_i), \quad (2)$$

где функция  $F$  одинакова для всех производителей, коэффициент  $k_i$  характеризует эффективность производства  $i$ -го производителя.

- При компьютерном моделировании рассматривалось несколько видов функций  $F(x)$ . В частности, **линейно-пороговая** и **нелинейная функции**

$$F(x) = \begin{cases} ax, & \text{если } ax \leq Th \\ Th, & \text{если } ax > Th \end{cases}, \quad F(x) = \frac{x^2}{x^2 + a^2},$$

где  $a$  – положительный параметр,  $Th$  – порог.

# Распределение прибыли

- В конце периода  $T$  часть полученной прибыли производитель возвращает инвесторам.
- При этом  $j$ -му инвестору отдается часть, пропорциональная сделанному им вкладу в данного производителя:

$$Pr_{ij} = k_{repay} Pr_i(C_i) \frac{C_{ij}}{\sum_{l=1}^N C_{il}} \quad (3)$$

- где  $C_i$  – текущий капитал  $i$ -го производителя,  $k_{repay}$  – параметр, характеризующий долю выплат прибыли инвесторам.
- Сам производитель получит прибыль  $Pr_i^*$ , равную:

$$Pr_i^* = (1 - k_{repay}) Pr_i(C_i) \quad (4)$$

# Формирование величины вклада инвесторов с помощью итеративных оценок

- *На первой итерации* инвесторы рассылают агентов-разведчиков по всем производителям и определяют, какой капитал имеется у каждого производителя в данный момент времени.
- При этом на первой итерации **не учитываются** вклады других инвесторов в производителей.

# Формирование величины вклада инвесторов с помощью итеративных оценок

- Далее инвесторы оценивают величины  $A_{ij}$ , характеризующие прибыль, ожидаемую от  $i$ -го производителя в течение нового периода  $T$ .

$$A_{ij} = d_{ij}Pr_{ij} = d_{ij}k_{repay}k_iF(C_{i0}) \quad (5)$$

где  $d_{ij}$  – текущая степень доверия  $j$  - го инвестора к  $i$  - му производителю,  $d_{ij} = 0.5$  (если не было вклада в производителя) или  $d_{ij} = 1.0$  (если был вклад в производителя),

$C_{i0}$  – исходный капитал  $i$  - го производителя,

$k_i$  – эффективность производства  $i$ -го производителя.

# Распределение вкладов на следующий период

- Затем инвестор ранжирует всех производителей в соответствии с **оценками  $A_{ij}$**  и выбирает  **$m$  наиболее выгодных производителей**, т.е. тех производителей, которым соответствуют большие величины  $A_{ij}$ .
- Для невыбранных производителей формально полагалось  $A_{ij} = 0$ .
- Далее каждый инвестор **формирует намерение** распределить весь свой капитал  **$K_{inv j}$**  по  **$m$**  выбранным производителям, пропорционально полученным оценкам  **$A_{ij}$** .
- Капиталовложение  $j$ -го инвестора в  $i$ -го производителя  $C_{ij}$  будет равно:

$$C_{ij} = K_{inv j} \frac{A_{ij}}{\sum_{i=1}^m A_{ij}} \quad (6)$$

- Информация о том, какое капиталовложение собирается сделать тот или иной инвестор, передается производителям с помощью **агентов намерений**.
- После получения информации о намерениях инвесторов, производители **переоценивают свой капитал** в соответствии с выражением (1).

# Распределение вкладов на следующий период

После этого происходит переход ко **второй итерации** и действия первой итерации повторяются. При этом на второй и дальнейших итерациях уже **учитываются капиталовложения других инвесторов**, и оценка рассчитывается по формуле:

$$A_{ij} = d_{ij}Pr_{ij} = d_{ij}k_{repay}k_i F(C'_i) \frac{C_{ij}}{\sum_{l=1}^N C_{il}} \quad (7)$$

где  $C'_i$  – предполагаемый капитал  $i$ -го производителя с учетом капиталовложений других инвесторов на следующий период,  
 $C_{il}$  – размер капиталовложения  $l$ -го инвестора в  $i$ -го производителя.

# Распределение вкладов на следующий период

- Делается достаточно большое число таких итераций, после чего итерации заканчиваются, и инвестор принимает окончательное решение, какие вложения сделать на следующий период  $T+1$ .
- Окончательные вклады равны величинам  $C_{ij}$ , полученным инвесторами на последней итерации.



# Учет амортизации и инфляции

- В конце каждого периода  $T$  капиталы производителей пересчитываются с учетом **амортизации**:

$$K_{pro}(T+1) = k_{amr}K_{pro}(T), \quad (7)$$

где  $k_{amr}$  – коэффициент амортизации ( $0 < k_{amr} \leq 1$ ).

- Аналогично учитываются расходы инвесторов и пересчитывается капитал инвесторов

$$K_{inv}(T+1) = k_{inf}K_{inv}(T), \quad (8)$$

где  $k_{inf}$  – коэффициент инфляции ( $0 < k_{inf} \leq 1$ ).

- Если капитал становится ниже некоторого порога, то соответствующий производитель или инвестор погибает.

# **Основные результаты моделирования**

## **Базовая модель**

# Параметры моделирования

- общее число периодов:  $N_T = 100$ ;
- число итераций в каждом периоде:  $k_{iter} = 10$  или  $20$ ;
- минимальные пороги капиталов производителей и инвесторов (если капитал становился ниже этих порогов, то соответствующий производитель или инвестор погибал):  $Th_{min\_pro} = 0.01$ ;  $Th_{min\_inv} = 0.01$ ;
- Максимальные пороги капиталов производителей и инвесторов (если капитал становился выше этих порогов, то соответствующий производитель или инвестор делился):  $Th_{max\_pro} = 1$ ,  $Th_{max\_inv} = 1$ ,

- начальное количество производителей и инвесторов:

$$N_0 = 10 \text{ или } 50; M_0 = 10 \text{ или } 50$$

- максимальное количество производителей и инвесторов:

$$N_{max} = 20 \text{ или } 100; M_{max} = 20 \text{ или } 100$$

# Параметры моделирования

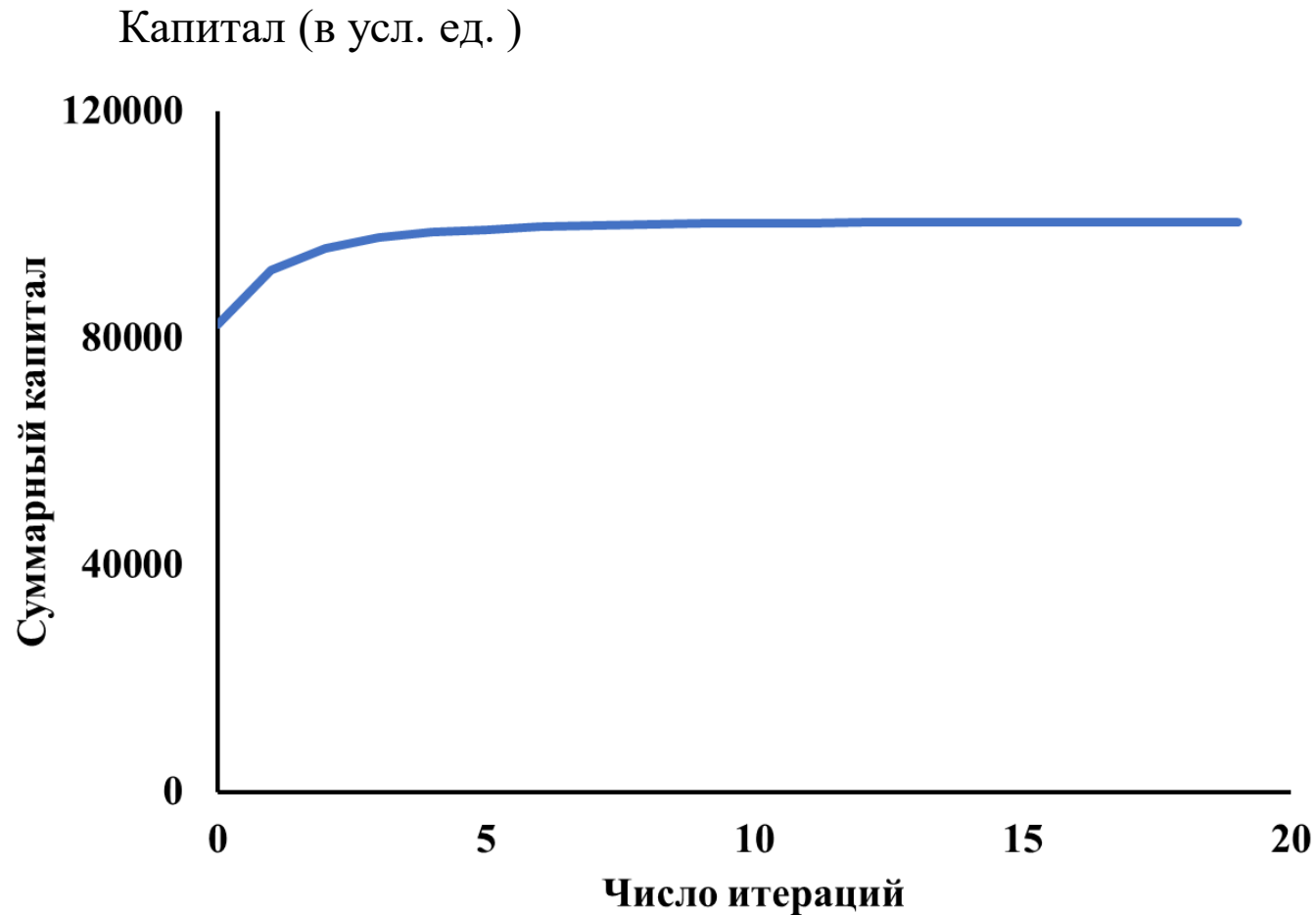
- максимальное число производителей  $m$ , в которое мог вкладывать капитал инвестор  $m = 20$  или  $100$ ;
- доля выплат из полученной производителями прибыли инвесторам, обычно полагалось  $k_{\text{repay}} = 0.5$  или  $0.6$ ;
- характерная величина случайной вариации коэффициентов  $k_i$ , определяющих эффективность  $i$ -го производителя:  $\Delta k = 0.01$ ;
- параметр функции  $F(x)$ , определяющей величину прибыли:

$a = 0.1$  (для линейно-пороговой функции)

$a = 5$  (для нелинейной функции)

Порог линейно-пороговой функции  $Th = 100$ .

# Сходимость итеративного процесса



**Линейно-пороговая функция**

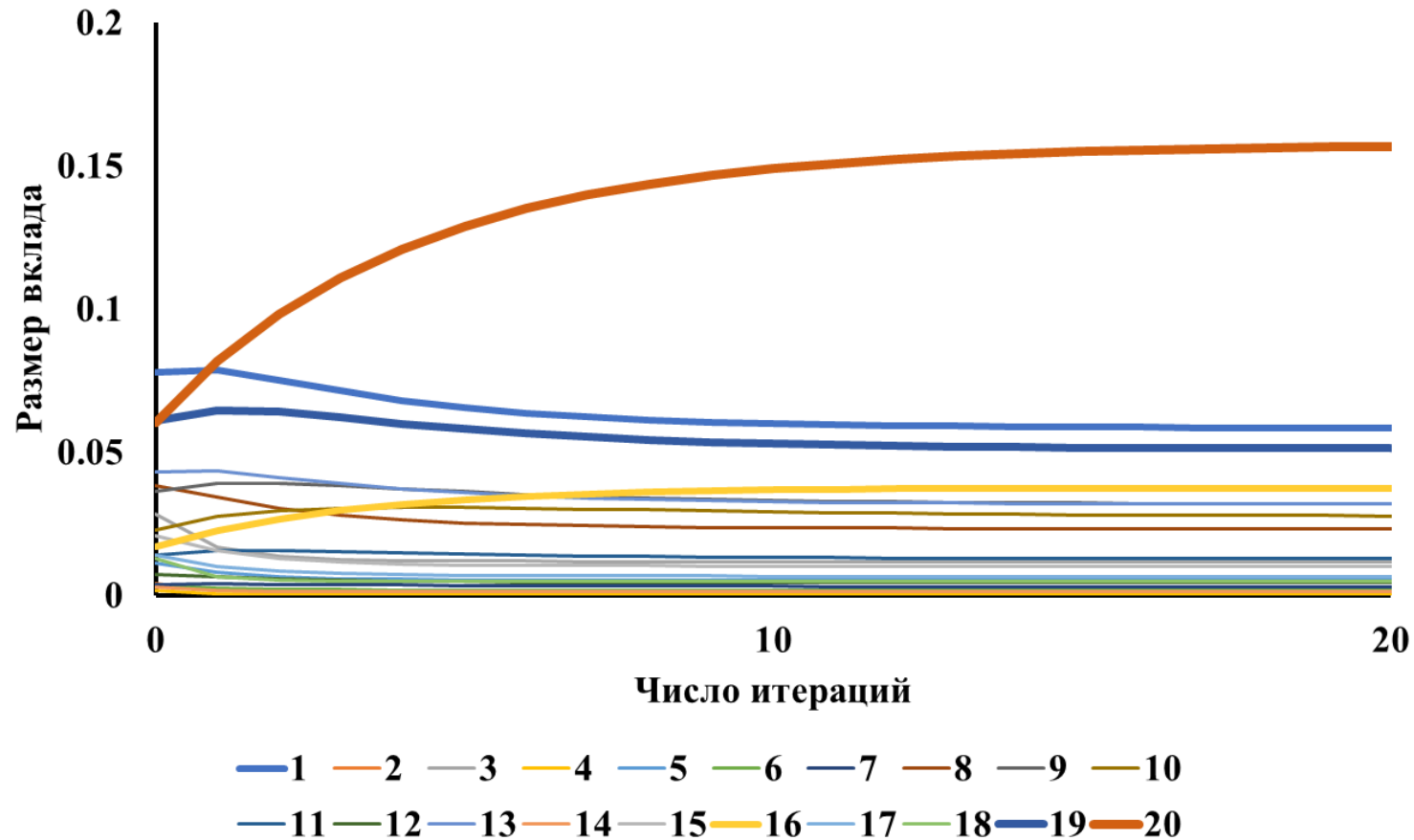
$$F(x) = \begin{cases} ax, & \text{если } ax \leq Th \\ Th, & \text{если } ax > Th \end{cases}$$

Рис. 1. Зависимость суммарного капитала сообщества от числа итераций.

$$N_0 = M_0 = 100, N_{max} = M_{max} = 100, k_{amr} = 1, k_{inf} = 1$$

# Работа итераций. Линейно-пороговая функция

## Динамика распределения вклада одного инвестора в течение итераций



Коэффициент эффективности  
20-го производителя = 0.99;  
Размер капитала: 0.48

Коэффициент эффективности  
1-го производителя = 0.64;  
Размер капитала: 0.97

Коэффициент эффективности  
16-го производителя = 0.96;  
Размер капитала: 0.44

Рис. 2. Зависимость размера вклада первого инвестора от номера итерации внутри периода.

Номер периода  $T = 1$ ,  $k_{amr} = 1$ ,  $k_{inf} = 1$

# Эффективность итеративных оценок

## Линейно-пороговая функция

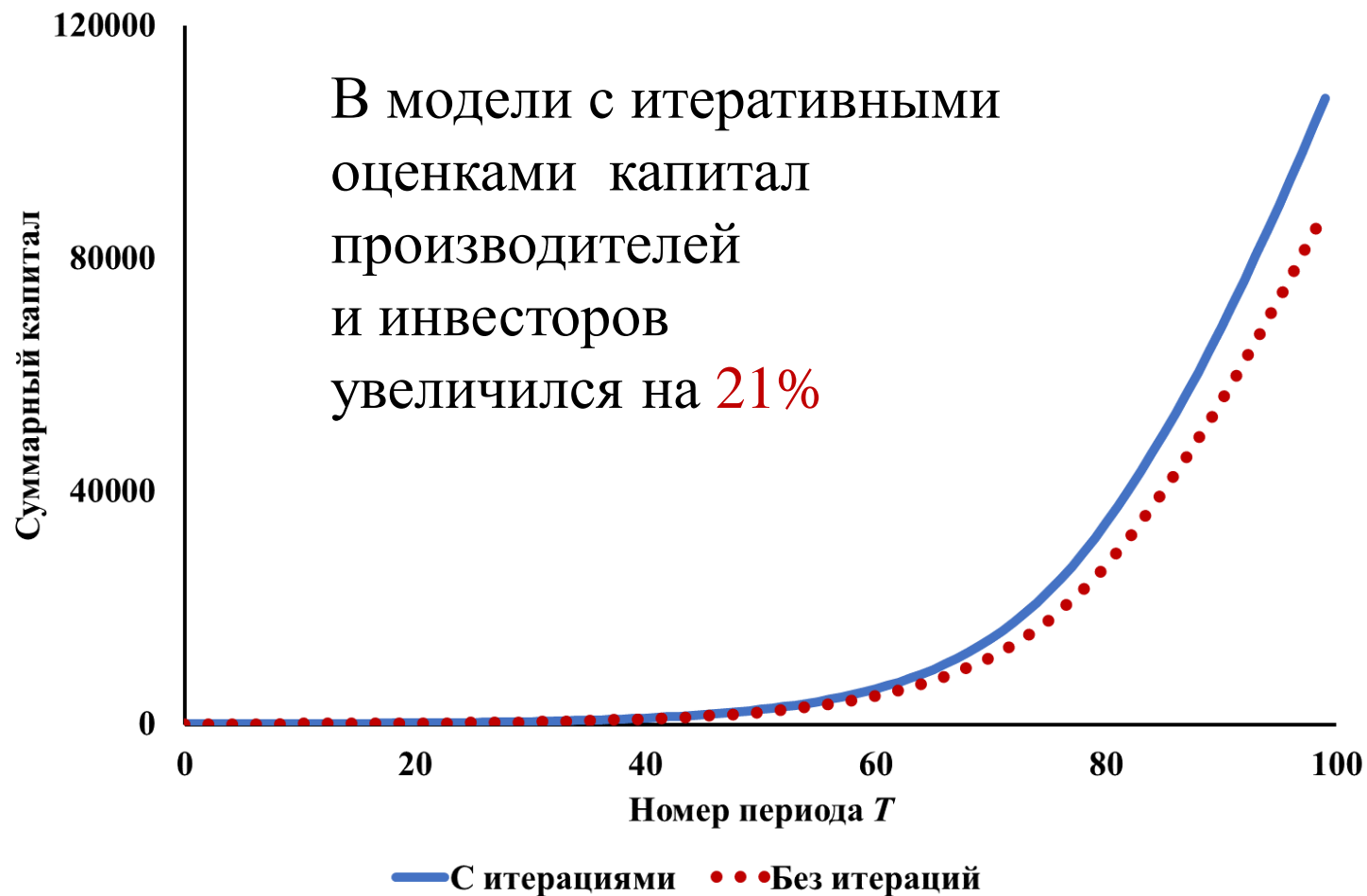


Рис. 3. Зависимость суммарного капитала (усл. единицы) производителей и инвесторов от времени. Параметры моделирования  $k_{amr} = 1.0$ ,  $k_{inf} = 1.0$ . Начальное количество инвесторов и производителей 50, максимальное 100.

# Эффективность итеративных оценок

## Линейно-пороговая функция

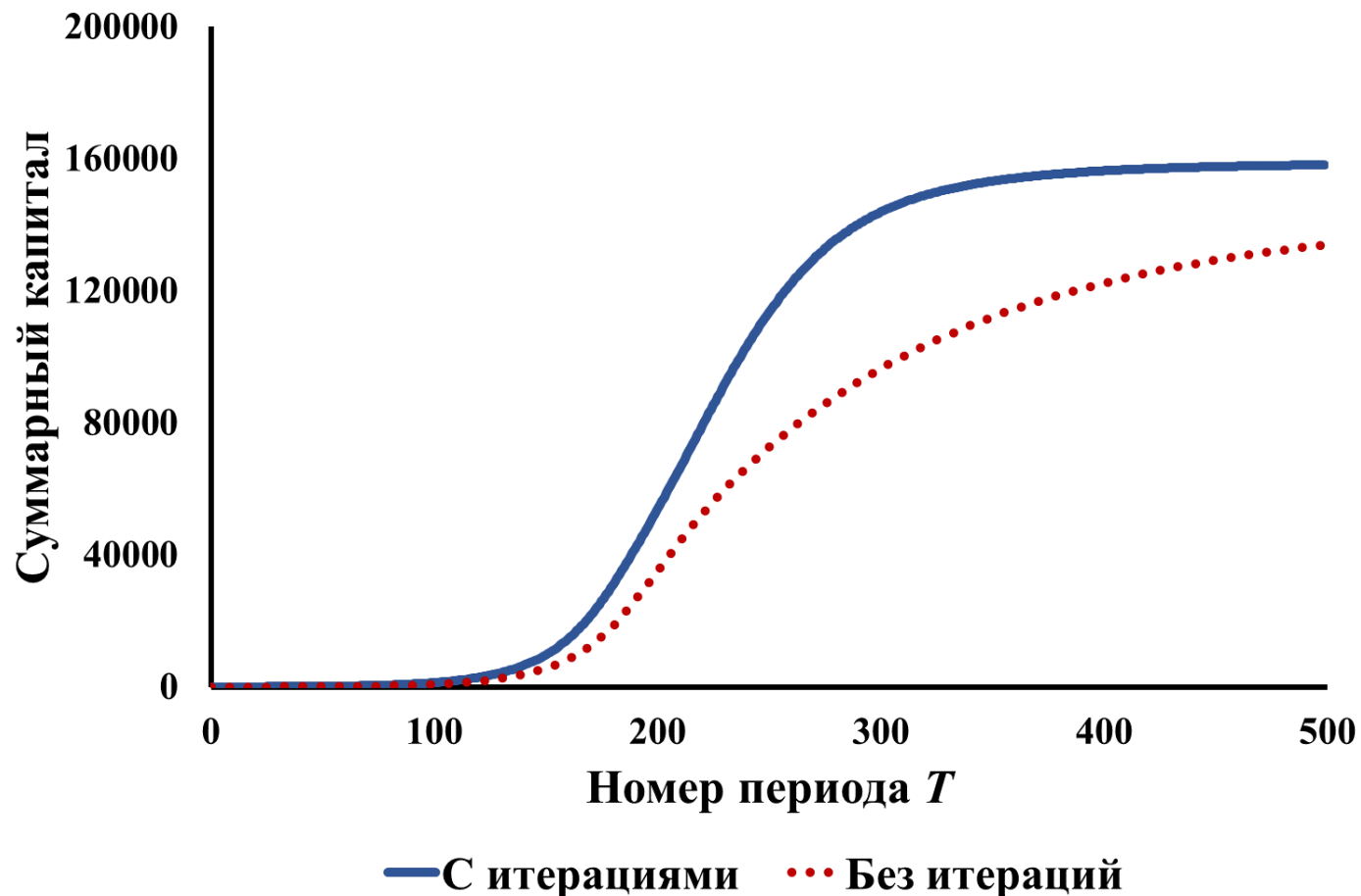


Рис. 4. Зависимость суммарного капитала (усл. единицы) производителей и инвесторов от времени. Параметры моделирования  $k_{amr} = 0.95$ ,  $k_{inf} = 0.95$ . Начальное количество инвесторов и производителей 50, максимальное 100.



# Динамика среднего коэффициента эффективности

## Линейно-пороговая функция

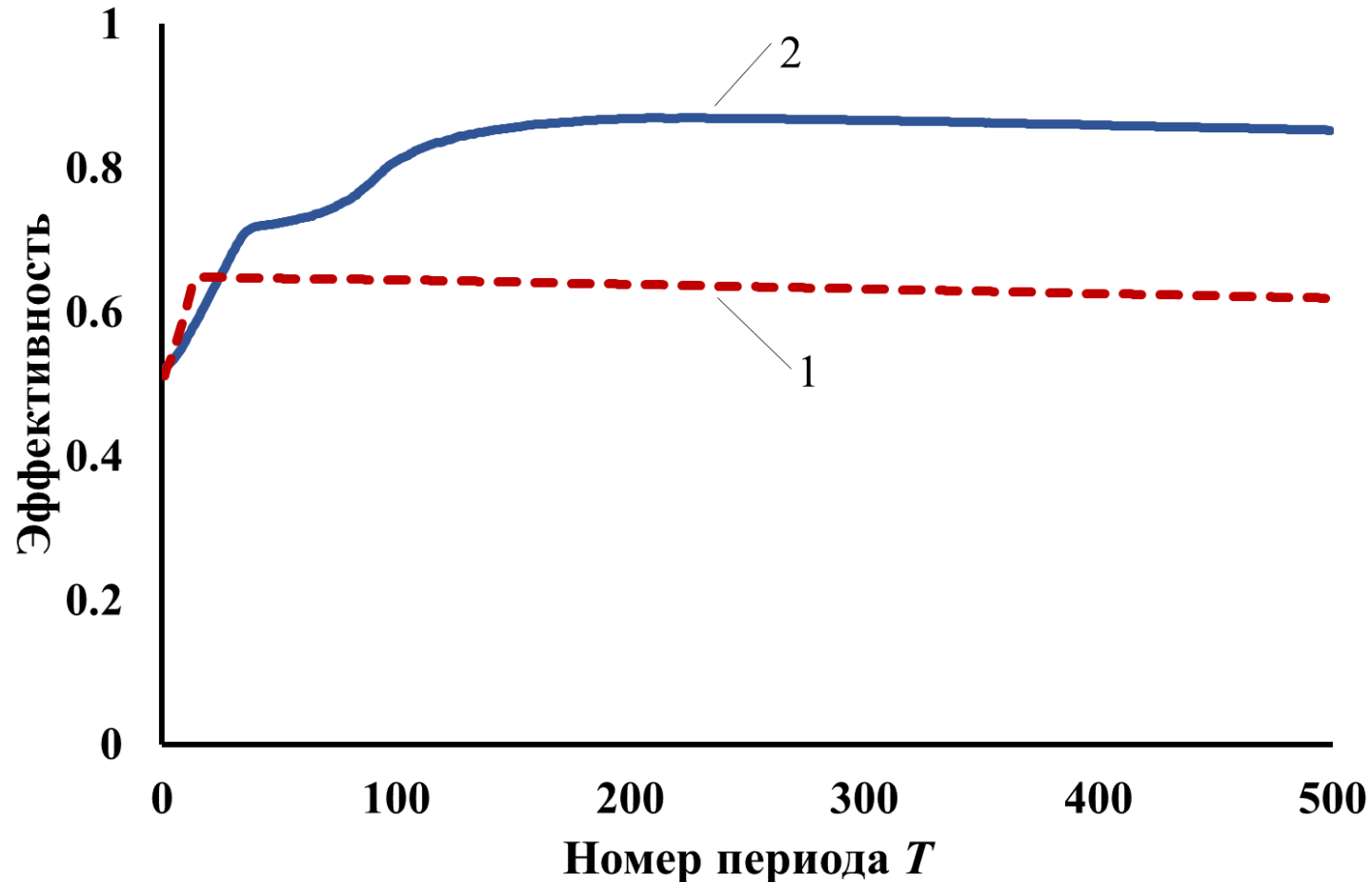


Рис. 5. Динамика среднего коэффициента эффективности производителей для двух случаев:  
1) без амортизации и инфляции ( $k_{амр} = k_{инф} = 1.0$ ,  $k_{репу} = 0.5$ ) и  
2) с амортизацией и инфляцией ( $k_{амр} = k_{инф} = 0.95$ ,  $k_{репу} = 0.6$ )

# Эффективность итеративных оценок

## Идеальная среда. Нелинейная функция

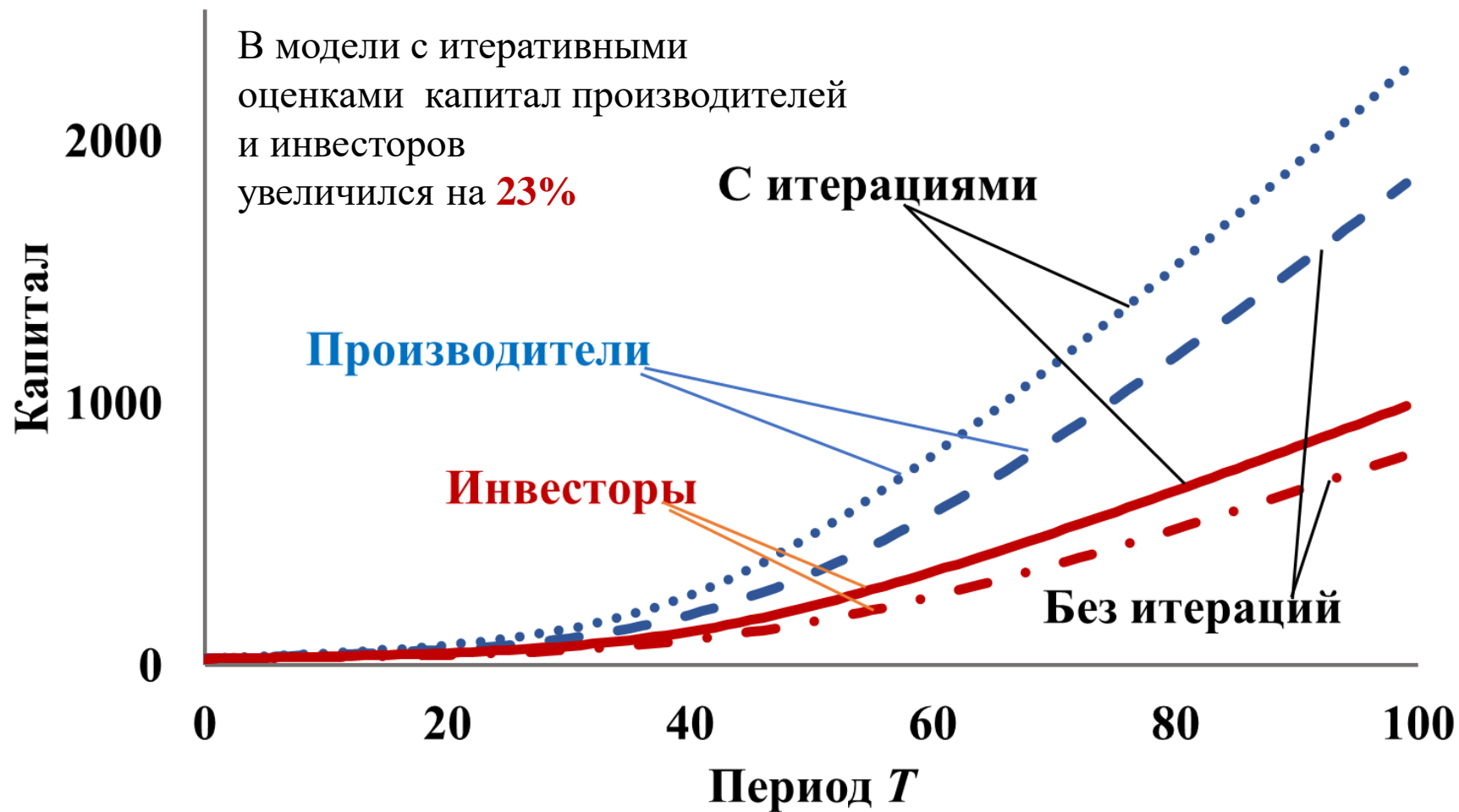


Рис. 6. Зависимость суммарного капитала (усл. единицы) производителей и инвесторов от времени. Параметры моделирования  $k_{amr} = 1$ ,  $k_{inf} = 1$ ,  $a = 5$ . Начальное количество инвесторов и производителей 50, максимальное 100.

# Эффективность итеративных оценок

Модель с инфляцией и амортизацией. Нелинейная функция

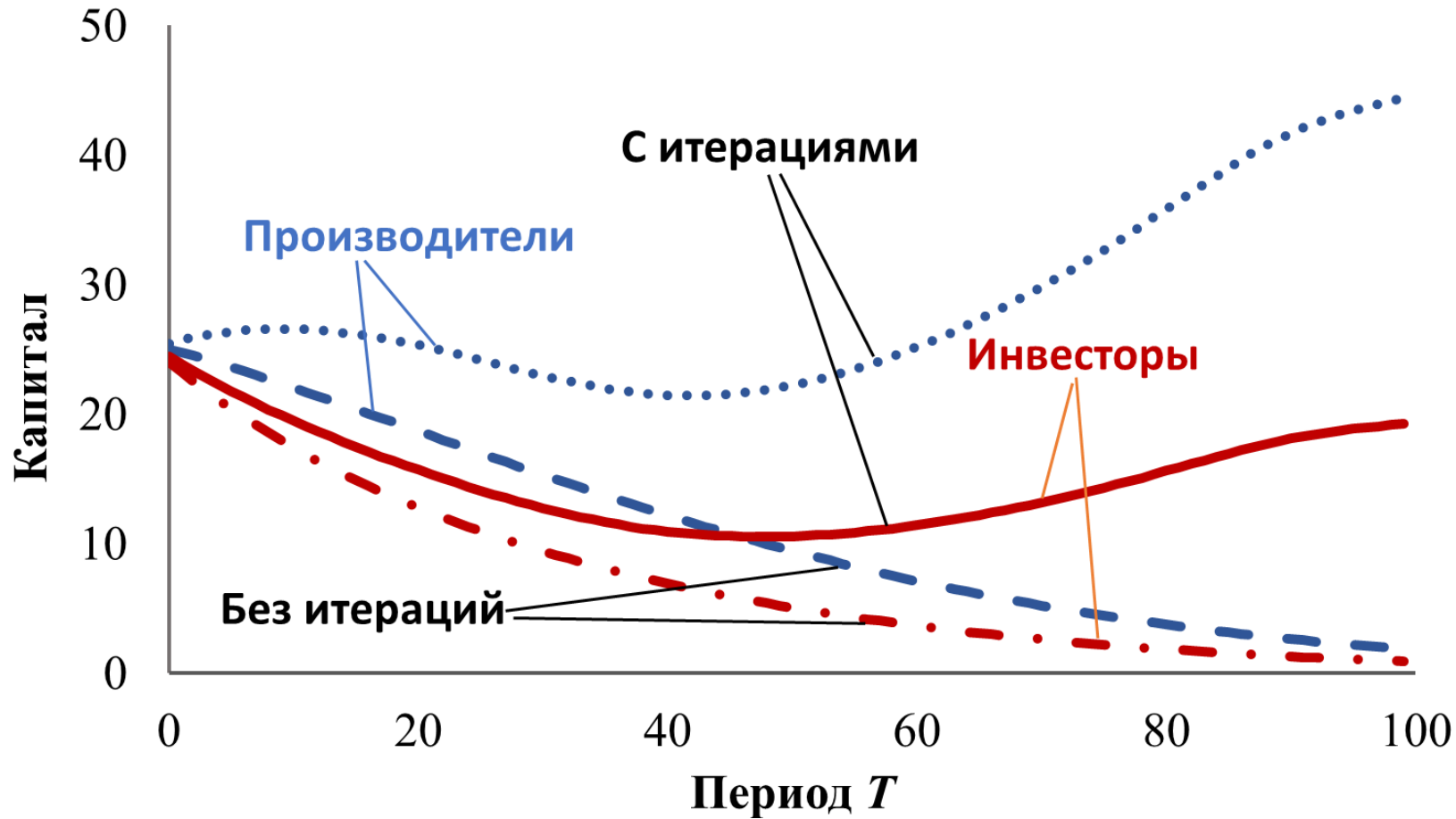


Рис. 7. Зависимость суммарного капитала (усл. единицы) производителей и инвесторов от времени. Параметры моделирования  $k_{amr} = 0.95$ ,  $k_{inf} = 0.95$ ,  $a = 5$ . Начальное количество инвесторов и производителей 50, максимальное 100.

# **Модель с «открытой» монополией**

# Модель с «открытой» монополией

- Возможно появление **«производителя-монополиста»** с большой эффективностью, значительно превышающей эффективность остальных производителей.
- В отличие от чистой монополии, где для монополиста нет конкурентов, в случае «открытой» монополии у него могут позже появиться конкуренты на рынке.
- В частности, при моделировании полагалось, что эффективности всех производителей в начале функционирования сообщества составляли  $k_i = 0.1$ , для всех  $i = 1, \dots, M$ , а в период  $T = 20$  в сообществе появляется производитель с эффективностью, равной  $k_i = 1.0$ , номер  $i$  этого производителя случаен.

# Динамика капиталов

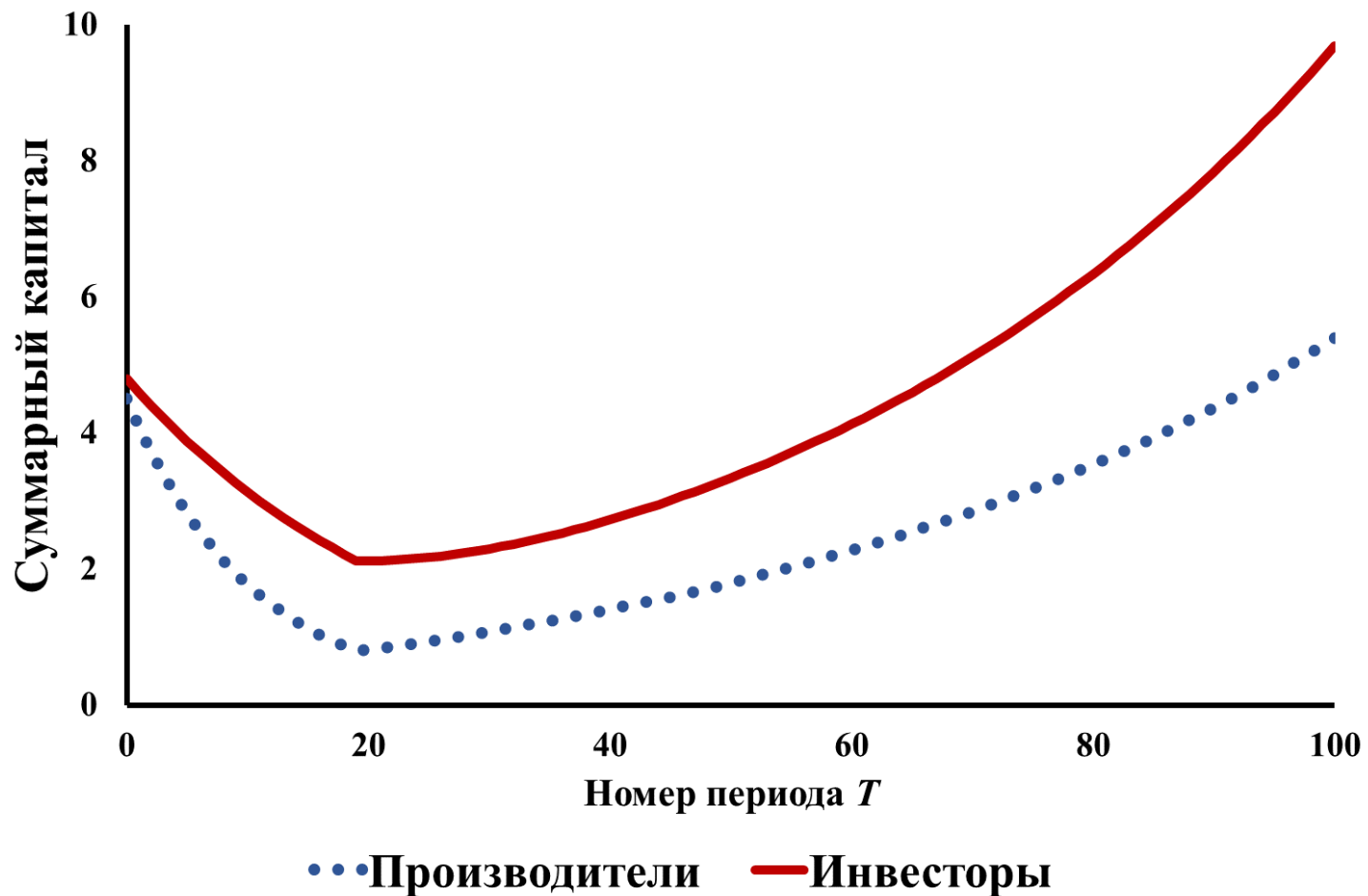


Рис. 8. Зависимость суммарного капитала инвесторов и производителей от времени.  
С инфляцией и амортизацией ( $k_{amr} = k_{inf} = 0.95$ )

# Динамика численности инвесторов и производителей

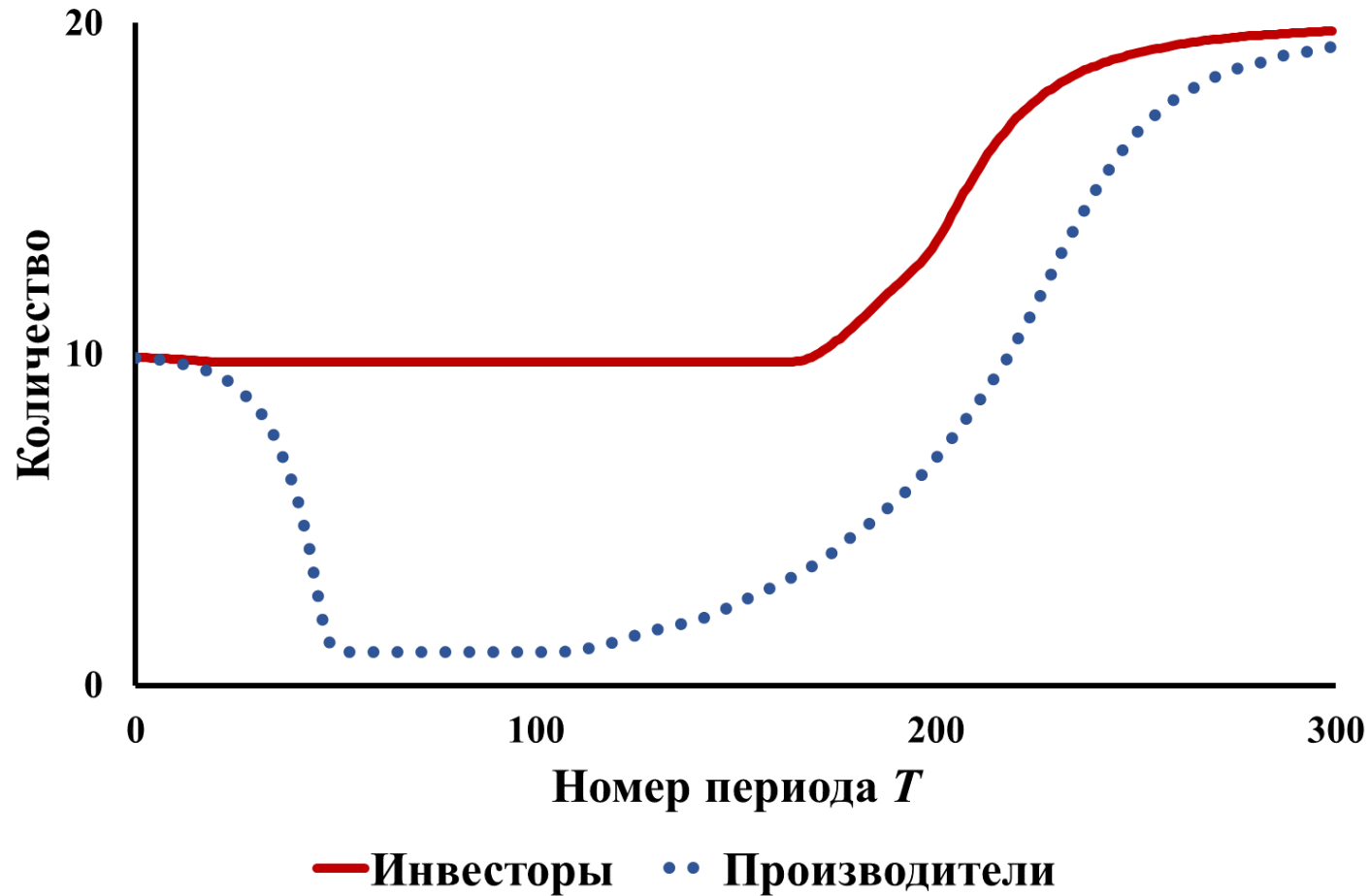


Рис. 9. Зависимость количества инвесторов и производителей от времени.

С инфляцией и амортизацией ( $k_{amr} = k_{inf} = 0.95$ )

# Динамика среднего коэффициента эффективности

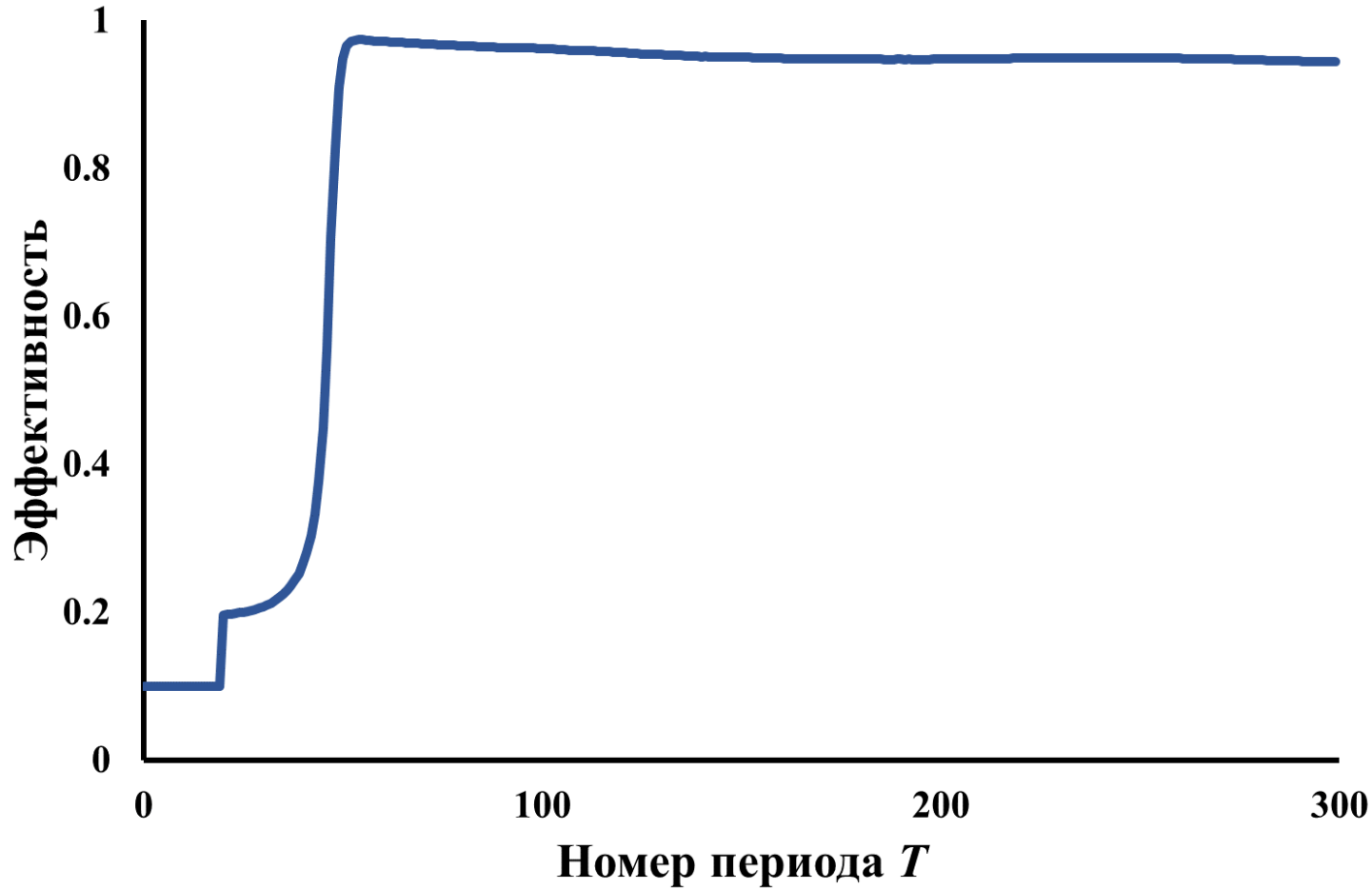


Рис. 10. Динамика среднего коэффициента эффективности производителей.  
С инфляцией и амортизацией ( $k_{amr} = k_{inf} = 0.95$ )



# **Модель с «нечестной» конкуренцией**

# Модель с «нечестной» конкуренцией

- Пусть имеется  $N$  инвесторов и  $M$  производителей.
- Инвесторы делают капиталовложения в  $m$  производителей.
- Будем полагать теперь, что не все инвесторы сообщают производителям достоверную информацию о своих капиталовложениях.
- А именно, инвесторы, как и в базовой модели рассчитывают оценки и формируют намерения сделать капиталовложения.
- Инвесторы сообщают размеры этих намеченных капиталовложений производителям.
- Производители, в свою очередь, пересчитывают свои капиталы с учетом этих намерений.
- Но в отличие от базовой модели в этом варианте после итераций «нечестные» инвесторы делают капиталовложения только в одного производителя: того, который имеет наибольшую оценку  $A_{ij}$ , а не в  $m$  производителей.

# Динамика капиталов

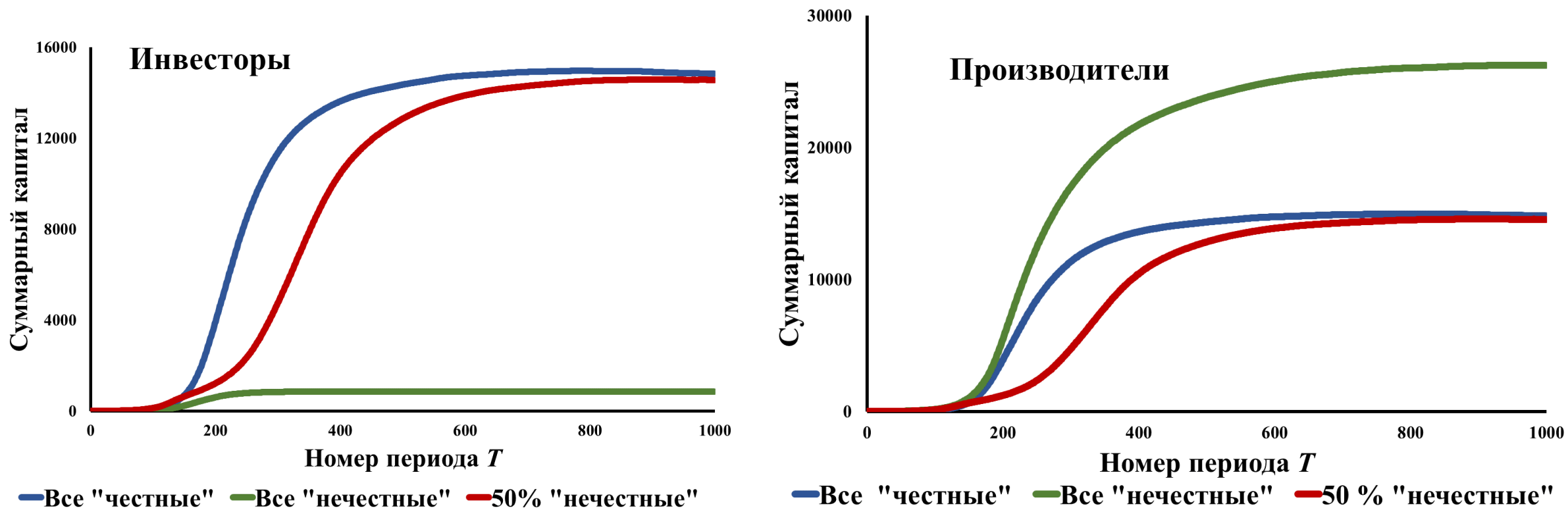


Рис. 11. Зависимость суммарного капитала от времени.

С инфляцией и амортизацией ( $k_{amr} = k_{inf} = 0.95$ )

# Динамика суммарного капитала производителей.

## Увеличена амортизация

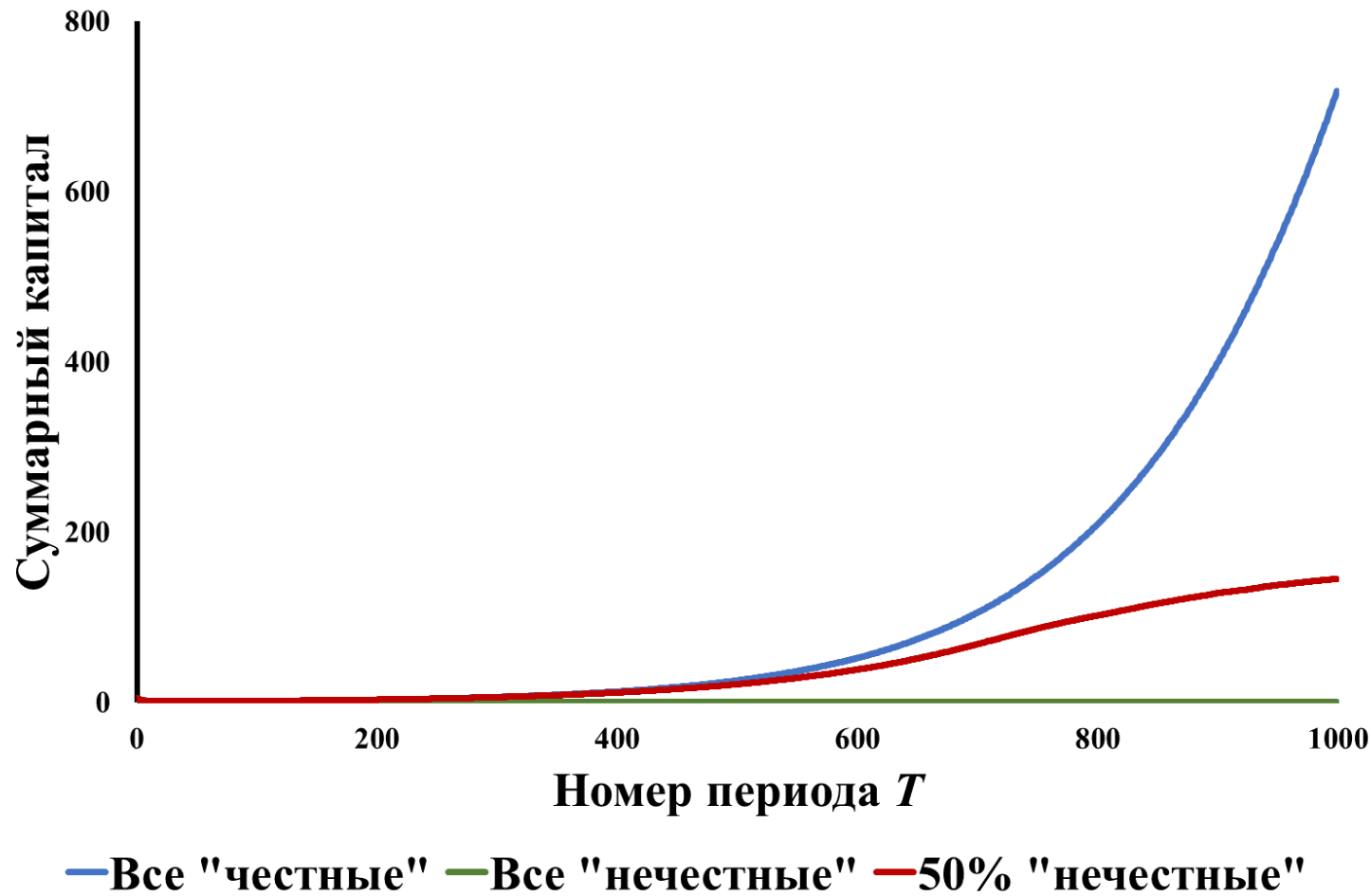


Рис. 12. Зависимость суммарного капитала производителей от времени.  
Увеличена амортизация ( $k_{amr} = 0.80$ ,  $k_{inf} = 0.95$ )

# Динамика капитала всего сообщества

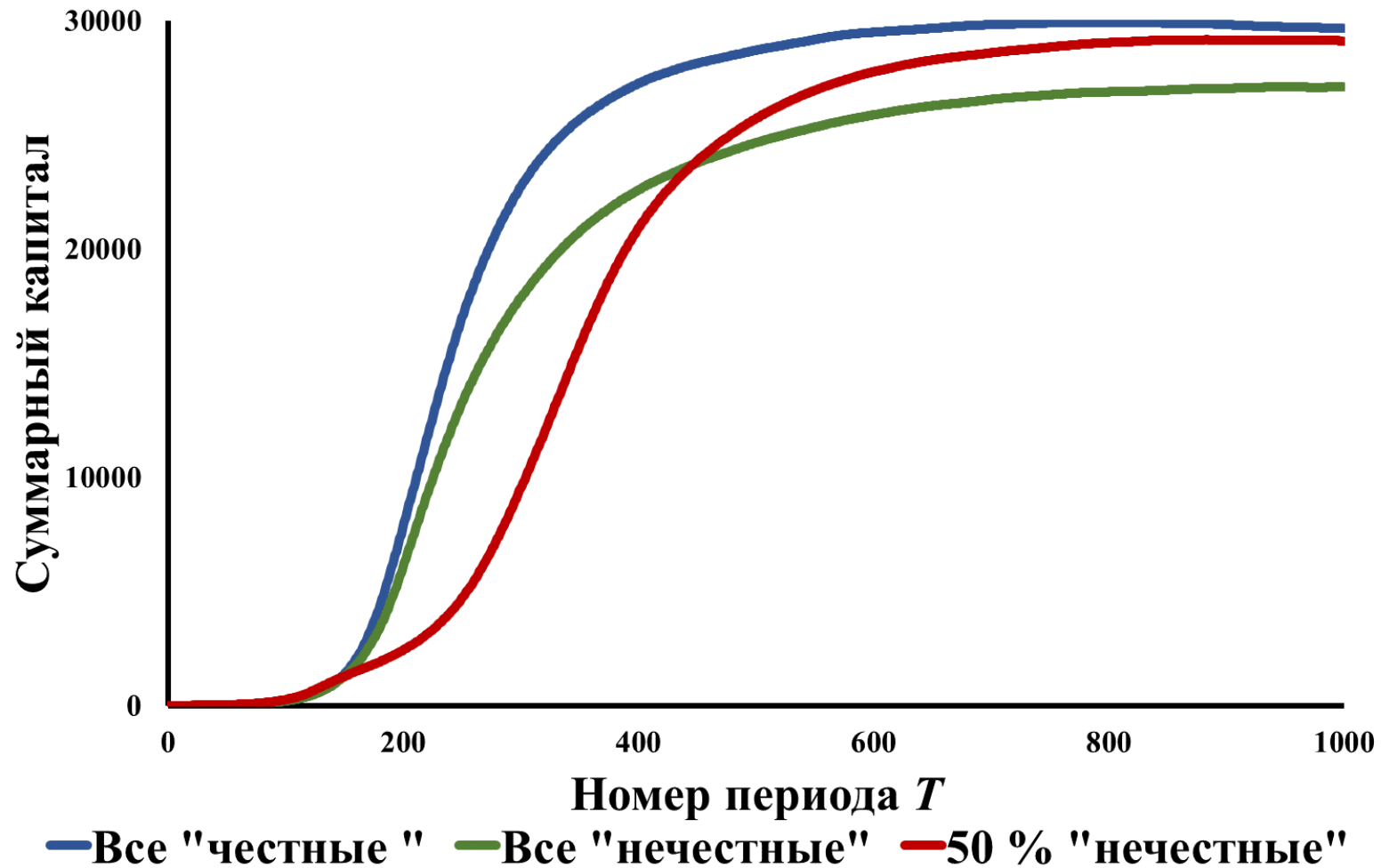


Рис. 13. Зависимость суммарного капитала всего сообщества от времени.  
С инфляцией и амортизацией ( $k_{inf} = k_{amr} = 0.95$ )

# Динамика среднего коэффициента эффективности

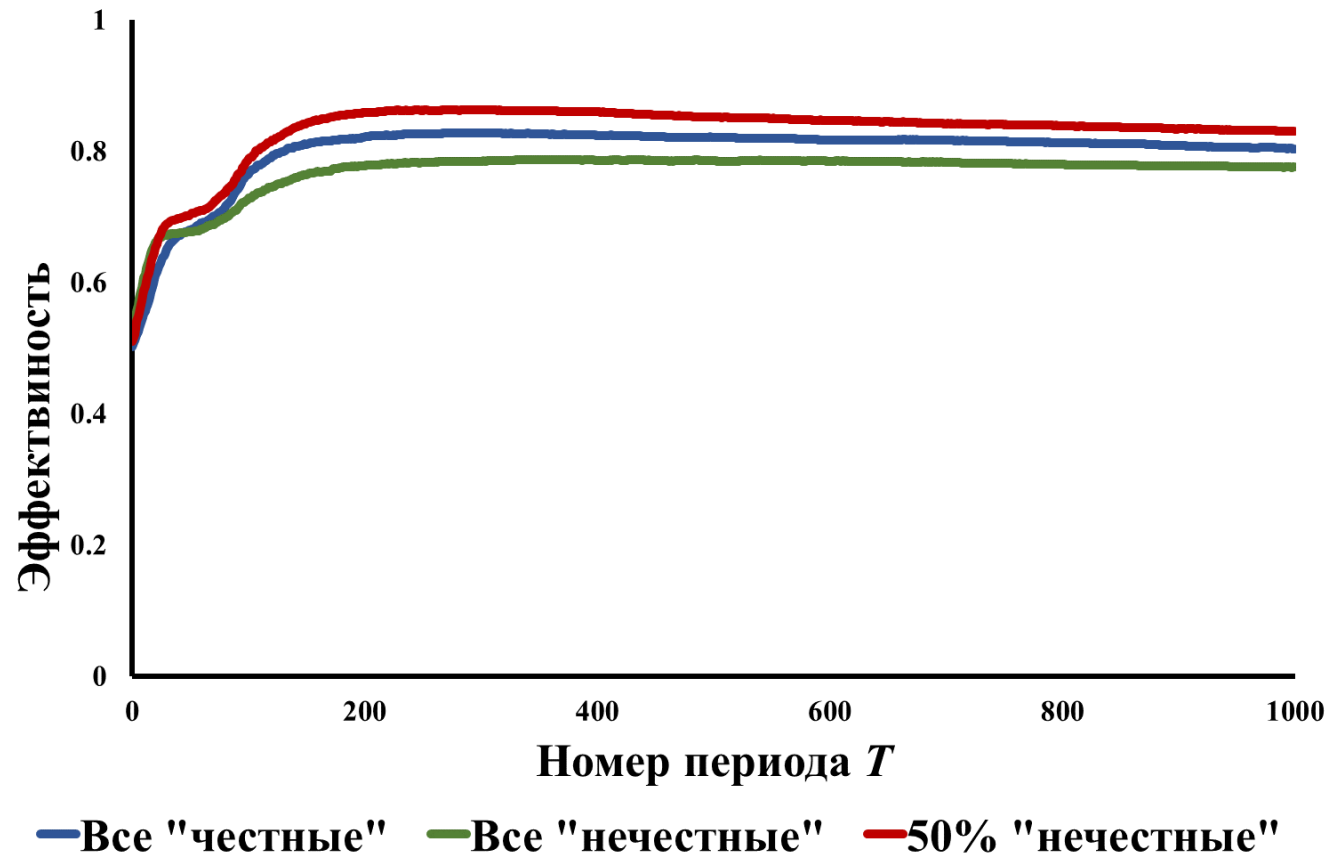
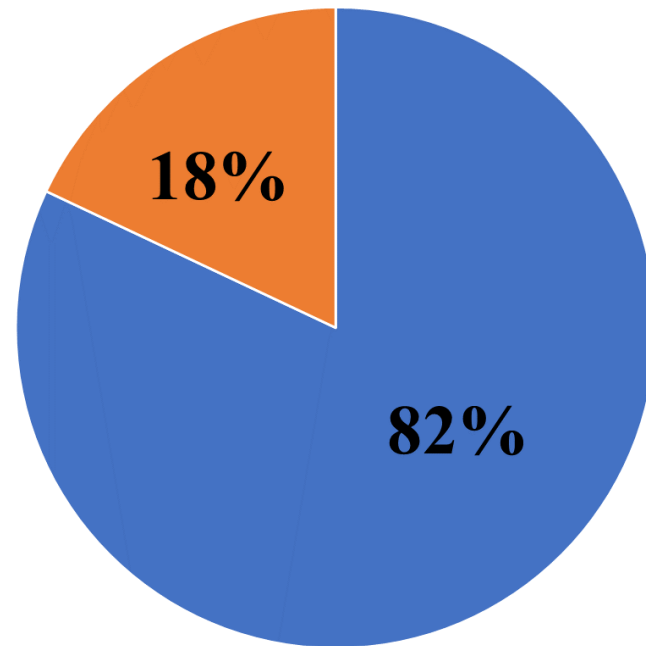


Рис. 14. Динамика среднего коэффициента эффективности производителей.  
С инфляцией и амортизацией ( $k_{inf} = k_{amr} = 0.95$ )

# Динамика среднего коэффициента эффективности

- Когда инвестор «нечестен», он выбирает того производителя, который имеет в качестве оценки максимальное произведение эффективности  $k_i$  на капитал  $C_i$ .
- При этом эффективность  $k_i$  такого производителя может быть не самая высокая в сообществе, а высокая оценка получается за счет высокого капитала  $C_i$ .
- Когда же инвесторы делают *итеративные оценки*, они добавляют свои капиталовложения к капиталу производителя, который, возможно, имеет меньший капитал, но более высокую эффективность, тем самым усиливая его оценку.
- И такой производитель получает шанс делиться.
- Таким образом, для более высокой эффективности выгодно иметь в сообществе и «честных», и «нечестных» инвесторов.

# Соотношение «честных» и «нечестных» инвесторов в популяции



■ "Честные" инвесторы    ■ "Нечестные" инвесторы

Рис. 15. Соотношение «честных» и «нечестных» инвесторов в сообществе в последнем периоде при  $T = 100$ .  
С инфляцией и амортизацией ( $k_{amr} = k_{inf} = 0.95$ )

- В начальной популяции было:
- **6 «честных» инвесторов**
- **4 «нечестных» инвестора**

В результате моделирования в итоговой популяции получилось **50 инвесторов**, из них **41 «честных»** и **9 «нечестных»**.

То есть, «честные» инвесторы чаще делились.

По результатам компьютерного моделирования можно сделать вывод, что в данной модели честная стратегия более устойчива.



# Выводы

- Таким образом, в работе детально исследованы процессы поиска решений автономными агентами, которые обмениваются информацией с целью выработки коллективного поведения в многоагентной системе.
- Построена и проанализирована базовая модель взаимодействия инвесторов и производителей в среде прозрачной экономической системы.
- Предложены две специальные модели, развивающие базовую: 1) модель с «открытой» монополией, 2) модель «нечестной» конкуренции, в которой инвесторы не совсем честны: они вкладывают капитал только в одного преимущественного производителя, а не во всех тех, о которых они предварительно сообщили всему экономическому сообществу.

# Выводы

- **Показано, что базовая модель может быть использована для исследования различных процессов, происходящих в реальной экономике.**
- **Оригинальные черты модели: сотрудничество между инвесторами и производителями, открытость информации о капиталах и эффективностях производителей, а также о намерениях инвесторов вложить капиталы в тех или иных производителей, итеративный процесс формирования размеров капиталовложений.**
- **Показано, что наличие итераций приводит к более эффективному сотрудничеству в экономическом сообществе, чем аналогичное сотрудничество без итераций.**

**Спасибо за внимание!**

**Сравнение модели с учетом и модели без  
учета собственного капиталовложения  
производителя  
линейно-пороговая функция**

# Основные предположения

- В базовой модели при формировании оценки в модели не учитывается капиталовложение самого производителя. Для того, чтобы понять какая модель поведения для инвестора лучше проведем следующие эксперименты.
- Рассмотрим сначала самый простой случай: пусть количество инвесторов  $N=1$ , а количество производителей  $M = 2$ .
- Моделирование проводилось в двух режимах: **1) с учетом собственного капитала производителя** и **2) обычный режим**. В последнем случае половина прибыли отдается инвесторам  $k_{repay} = 0.5$ .
- В первом случае в оценке и при распределении прибыли учитывается капитал самого производителя. Т.е. изменены три формулы (3), (4), (7).
- В них добавляется собственный капитал производителя  $C_{io}$ .
- А при распределении прибыли каждый производитель получает прибыль пропорционально своему личному вкладу. Из формул убран параметр  $k_{repay}$ .

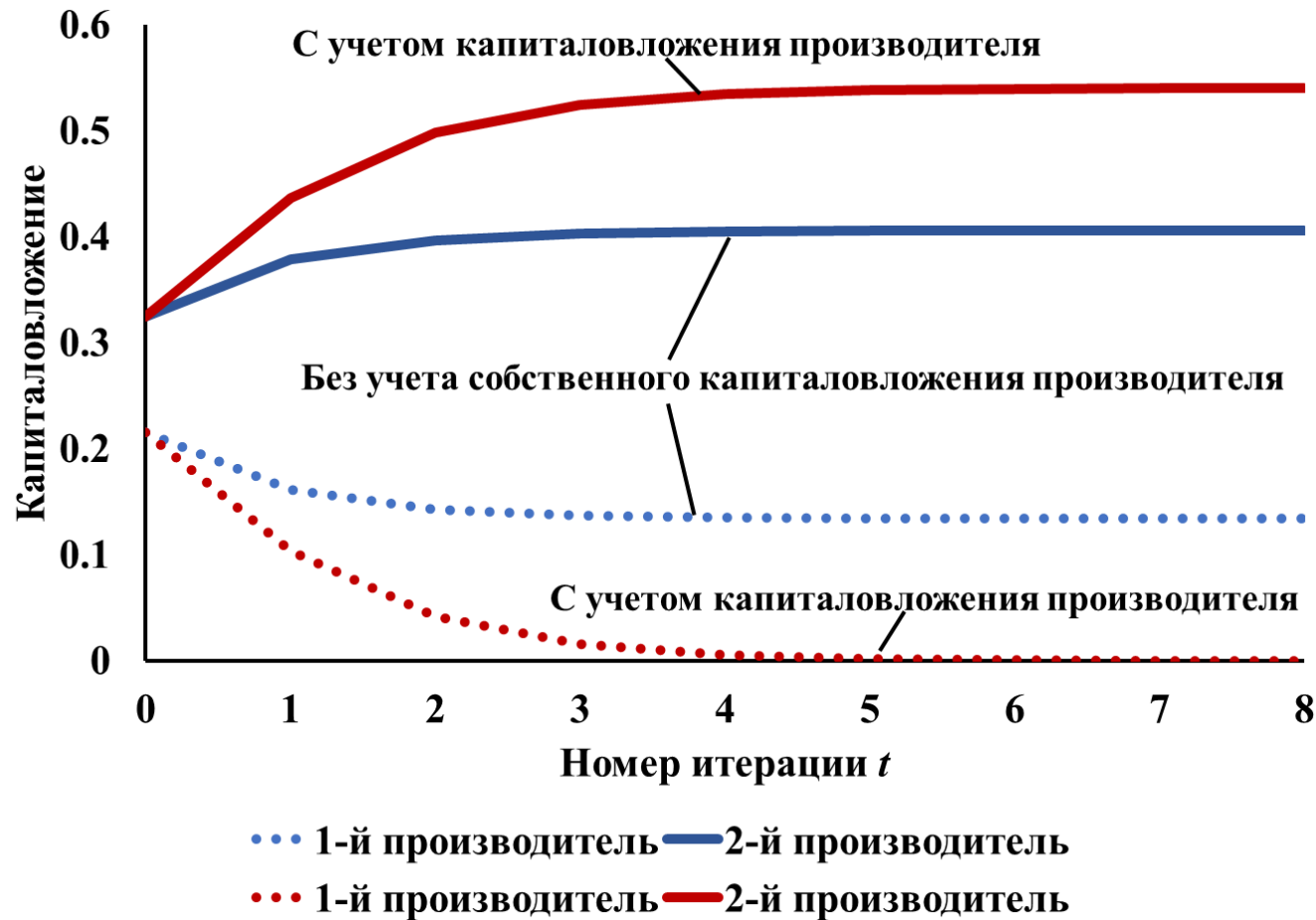
# Замена формул

$$A_{ij} = k_{dist} Pr_{ij} = k_{dist} k_i F(C'_{i0}) \frac{C_{ij}}{\sum_{l=1}^N C_{il} + C_{i0}} \quad (7^*)$$

$$Pr_{ij} = Pr_i(C_i) \frac{C_{ij}}{\sum_{l=1}^N C_{il} + C_{i0}} \quad (3^*)$$

$$Pr\_pro_i = Pr_i(C_i) - \sum_{j=1}^N P_{ij} \quad (4^*)$$

# Работа итераций (сравнение)



Для случая одного инвестора и двух производителей.

**Эффективности производителей:**  
 $k_1=0.34, k_2=0.94$ .

**Капитал инвестора:**  
 $K_{inv} = 0.540686$ ;

**Капиталы производителей:**  
 $K_{pro_1} = 0.480547, K_{pro_2}=0.258793$

Рис. 16. Распределение капиталовложения инвестора в зависимости от номера итерации в периоде  $T=0$ .

# Динамика капиталов

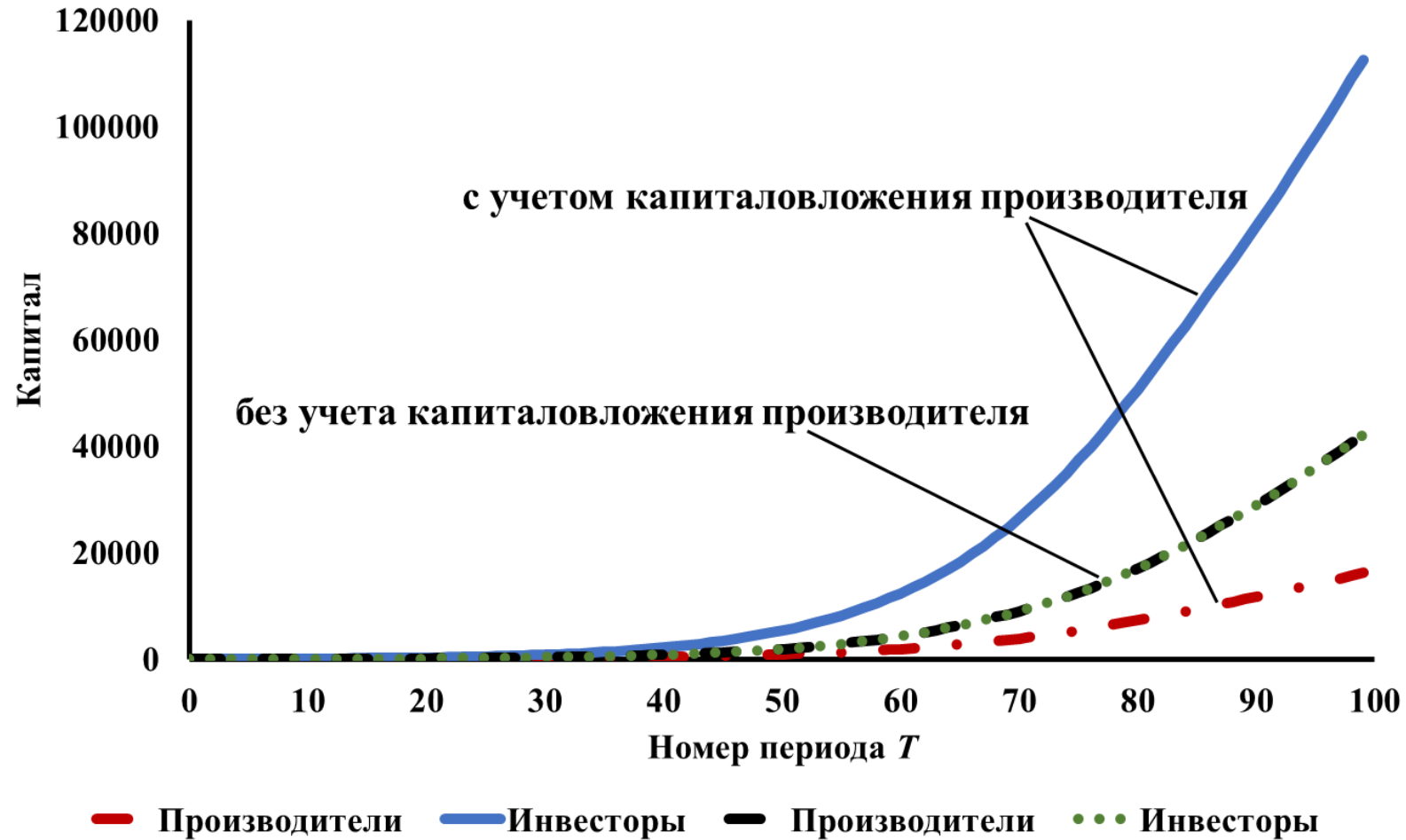


Рис. 17. Динамика суммарных капиталов инвесторов и производителей (по отдельности)  $N=M=100$



# Обучение, коэффициент доверия

**Возможно введение обучения агентов с помощью настройки коэффициента доверия:**

$$d_{ij}(T + 1) = \gamma \left\{ d_{ij}(T) + Q(P_{ij}) \left[ 1 - d_{ij}(T) \right] \right\}$$

где параметр  $\gamma$  ( $0 < \gamma \leq 1$ ) характеризует "забывание" степени доверия". Важно, чтобы  $d_{ij}$  было в интервале от 0 до 1. Для этого достаточно сделать, чтобы  $Q(P_{ij})$  тоже было в этом интервале:  $0 \leq Q(P_{ij}) \leq 1$ .

$$Q(P_{ij}) = \frac{P_{ij}^{\alpha}}{1 + P_{ij}^{\alpha}}$$

параметр  $\alpha$  характеризует степень влияния прибыли на интенсивность обучения. Достаточно разумно считать, что параметр  $\gamma$  близок к 1:  $1 - \gamma \ll 1$ .

# Матрица оценок для модели с обучением

Таблица 1. Матрица оценок для модели с обучением. N=M=20. Количество производителей в которых делается вклад  $m = 10$

NN	INV0	INV1	INV2	INV3	INV4	INV5	INV6	INV7	INV8	INV9	INV10	INV11	INV12	INV13	INV14	INV15	INV16	INV17	INV18	INV19
Pro0	0	0	0	0	0	0.108433	0	0	0	0	0	0.108433	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.120184	0	0	0	0	0.120184	0	0	0	0	0
Pro3	0	0	0	0	0.041698	0	0	0	0	0	0.041698	0	0	0	0	0	0	0.041698	0.041698	0
Pro4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.058285	0	0	0	0	0.058285	0	0	0	0	0
Pro8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.031951	0	0	0	0	0.031951	0	0	0	0	0
Pro9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro10	0.050816	0.042975	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.050816	0.042975	0	0	0
Pro11	0	0	0.140065	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro12	0	0	0	0	0	0	0.284142	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pro13	0	0	0	0.110534	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.110534
Pro14	0	0	0	0	0	0	0	0.100568	0	0	0	0	0.100568	0	0	0	0	0	0	0
Pro15	0	0	0	0	0	0	0	0.101903	0	0	0	0	0.101903	0	0	0	0	0	0	0
Pro16	0	0	0	0	0	0	0	0	0.116611	0	0	0	0	0.116611	0	0	0	0	0	0
Pro17	0	0	0	0	0	0	0	0	0.10816	0	0	0	0	0.10816	0	0	0	0	0	0
Pro18	0	0	0	0	0	0	0	0	0.104984	0	0	0	0	0.104984	0	0	0	0	0	0
Pro19	0	0	0	0	0	0	0	0	0.119591	0	0	0	0	0.119591	0	0	0	0	0	0



# Динамика суммарного капитала инвесторов

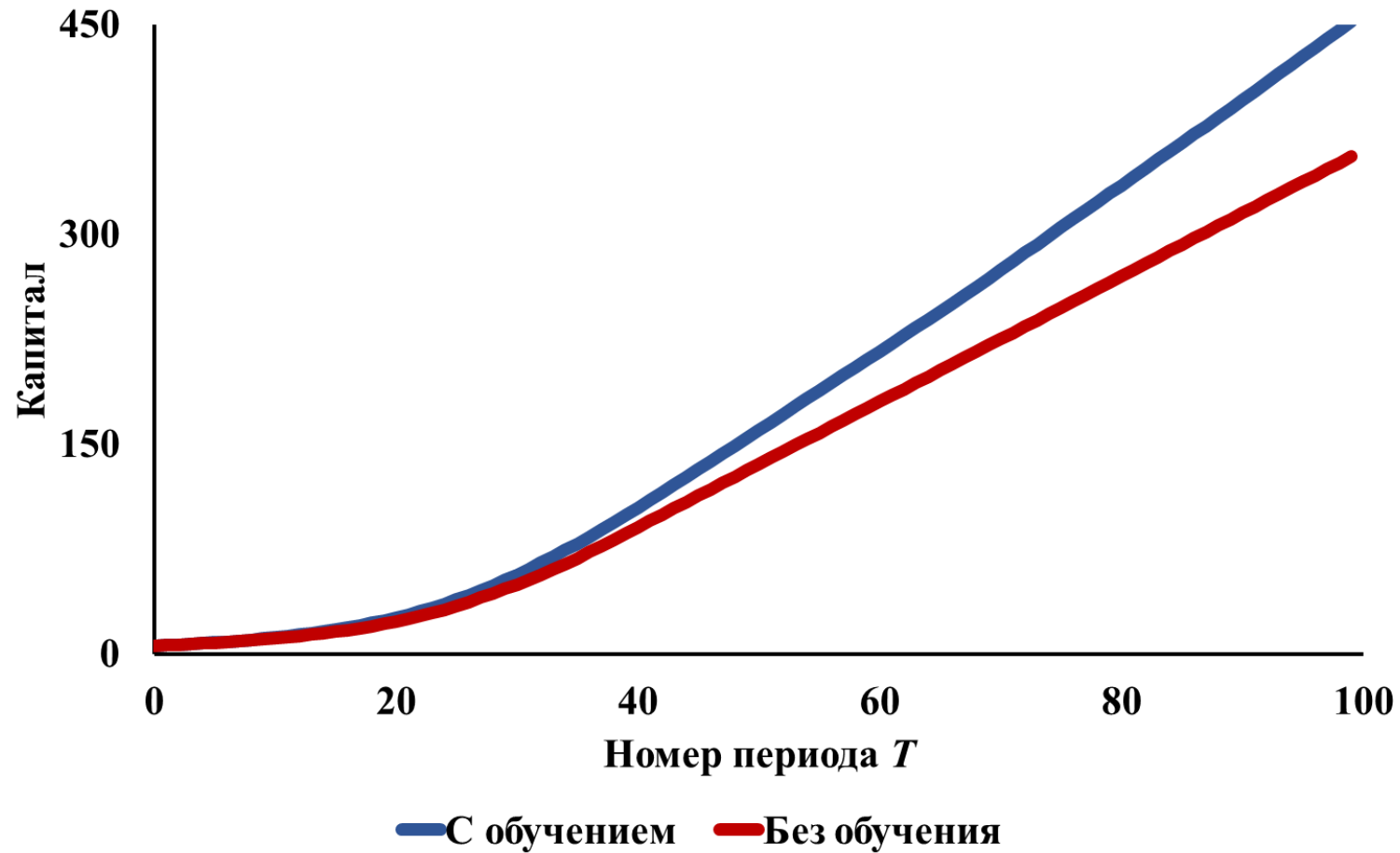


Рис. 18. Зависимость суммарного капитала сообщества инвесторов от номера периода  $T$

# Приближение, позволяющее получить аналитические результаты

- Пусть имеется **один обобщенный инвестор** и **один обобщенный производитель**. Капиталы производителя и инвестора равны  $x$  и  $y$ , соответственно.
- Тогда, приближенно динамику капиталов можно охарактеризовать уравнениями:

$$dx/dt = k_1 F(x+y) - k_2 x , \quad (1)$$

$$dy/dt = k_3 F(x+y) - k_4 y , \quad (2)$$

где  $F(x+y)$  – характеризующая рост капитала,

$k_1$  – коэффициент, характеризующий прибыль производителя,

$k_3$  – коэффициент, характеризующий прибыль инвестора,

$k_2, k_4$  – коэффициент, характеризующие амортизацию и инфляцию.

# Приближение, позволяющее получить аналитические результаты

- Считаем, инвестор вкладывает в производителя весь свой капитал.
- Сделаем еще одно упрощение:  $k_2 = k_4$ . Тогда, складывая (1) и (2), имеем:

$$dz/dt = (k_1 + k_3) F(z) - k_2 z, \quad (3)$$

где  $z = x + y$ .

- Если функция  $F(z) = z$ , то  $z = \exp\{[(k_1 + k_3) - k_2]t\}$  (4)
- Если функция  $F(z) = A = \text{const}$ , то  $dz/dt = (k_1 + k_3) A - k_2 z$ , (5)
- Обозначая  $u = k_2 z - (k_1 + k_3) A$ , имеем  $dz/dt = [1/k_2] du/dt = -u$   
 $du/dt = -k_2 u$ , (6)
- Т.е.  $u$  стремится к 0, а  $z$  стремится к постоянной величине, равной  $(k_1 + k_3) A/k_2$
- **Итак, получаем, что общий капитал сообщества либо экспоненциально растет (или экспоненциально убывает при больших  $k_2$ ) при линейной  $F(z)$ , либо стремится к постоянной величине, когда  $F(z)$  достигает порога.**

# Случай одного инвестора

- Если есть только **один инвестор**, то в процессе итераций он учитывает **свои собственные намерения** вложить капитал.
- Таким образом с одним инвестором получается примерно также, как для большого количества инвесторов. Но **важно** то, что инвестор **учитывает** свои намерения и **переоценивает** ожидаемые прибыли.
- С учетом итераций инвестор получит **большой капитал**.