ВСПУ 2024
XIV
Россия, Москва, ИПУ РАН
17–20 ИЮНЯ

УПРАВЛЕНИЕ С ИТЕРАТИВНЫМ ОБУЧЕНИЕМ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

П.В. Пакшин

Арзамасский политехнический институт Нижегородского государственного технического университета им.Р.Е. Алексеева
PakshinPV@gmail.com

Наша группа

- Павел Пакшин, НГТУ им.Р.Е. Алексеева
- Юлия Емельянова, НГТУ им.Р.Е. Алексеева
- Михаил Емельянов, НГТУ им.Р.Е. Алексеева
- Eric Rogers, University of Southampton
- Krzysztof Gałkowski, University of Zielona Góra

План

- Идея управления с итеративным обучением
- Метод супервектора
- Метод 2D моделей
- Применение к управлению портальным роботом
- Критические показатели
- Актуальные направления исследований
- Приложения
- Видео

Что такое управление с итеративным обучением?

Человеку свойственно совершать ошибки, но человеку также свойственно учиться на таком опыте

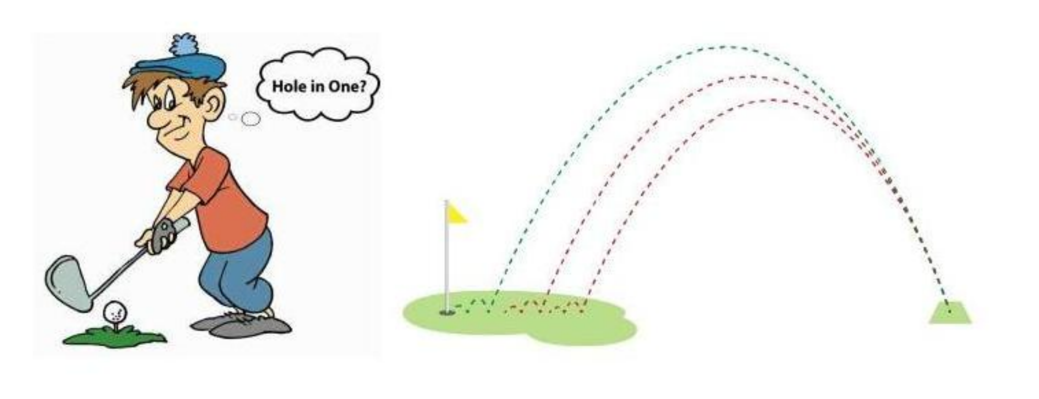
Сугуру Аримото (1984)

Под обучением мы будем подразумевать процесс выработки в некоторой системе той или иной реакции на внешние сигналы путем многократных воздействий на систему и внешней корректировки

Я.З. Цыпкин (1968)

Что такое управление с итеративным обучением?

- По сути управление с итеративным обучением это простейшая модель выработки так называемой мышечной памяти при обучении повторяющимся движениям

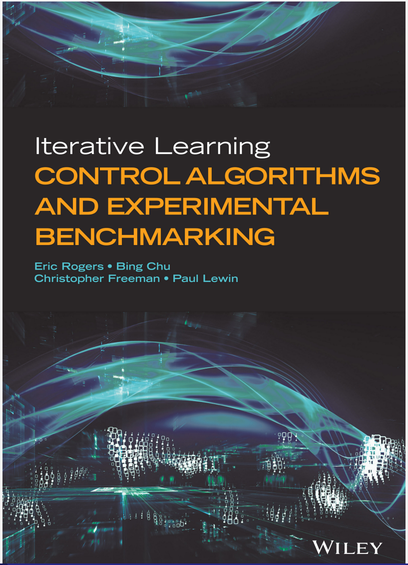


- терминoм «мышечная память» обозначают свойство мускулатуры запоминать изменения тонуса мышц и воспроизводить их

Появление и развитие идеи

- Появление идеи
  Garden M. *Learning control of actuators in control systems.* U.S. Patent 3555252, 1971.
  Uchiyama M. *Formation of high-speed motion pattern of a mechanical arm by trial* // Trans. Soc. Instrument Contr. Engineers. 1978. – Vol. 14, no. 6. – pp. 706–712,
- Развитие и формализация идеи.
  Arimoto S., Kawamura S., Miyazaki F. *Bettering operation of robots by learning* // J. Robot. Syst. – 1984. – Vol. 1. – pp. 123–140.
- Хорошие обзоры.
  Ahn H-S, Chen Y.Q., Moore K.L. *Iterative Learning Control: Brief Survey and Categorization* // IEEE Trans. Syst., Man, Cybernet. Part C: Appl. and Rev. – 2007. – V. 37, №6. pp. 1099–1121.
  Bristow D.A., Tharayil M., Alleyne A.G. *A survey of Iterative Learning Control* // IEEE Control Syst. Magazine. – 2006. – V. 23, №3. – pp. 96–114.

Недавняя книга (2023)



Публикации российских авторов

- А. А. Первозванский, Обучаемое управление и его приложения. I. Элементы общей теории // АиТ. 1995. № 11. С. 160–169
- А. А. Первозванский, Обучаемое управление и его приложения. II. Системы в форме Фробениуса и обучаемое управление манипуляционными роботами // АиТ. 1995. № 12. С. 99–108
- K. E. Avrachenkov. Iterative learning control based on quasi-Newton methods // Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control. 1998. V. 1. P 170–174.

IFAC 2023 Open Invited Track

Author or Proposer Pavel Pakshin's IFAC WC 2023 Workspace

Home Access Workspace PIN Refresh Log out Contact the IFAC WC 2023 organizers Contact Technical Support

All deadlines are 23:59:59 Pacific Time. Current time 10:41:12

Pavel Pakshin 23678 (Author). Your current session expires in 59:04

Cancel the page Download the Get started guide Pdf Test

Pavel Pakshin's IFAC WC 2023 Submissions

Check the column 'Status' for the status of your submission, and the column 'Actions for the corresponding author' for pending actions and deadlines

Move your mouse pointer over 'Choose an option' to open a menu with several useful options (including Request an acceptance letter).
Click anywhere within the browser window to close the menu

If a submission is a session proposal then the list of submissions below additionally includes all the papers received for this proposal (grayed out)

Important notice
Links in the column 'Actions for the corresponding author' are ONLY available to the corresponding author (denoted by * in the column 'Authors or proposers')

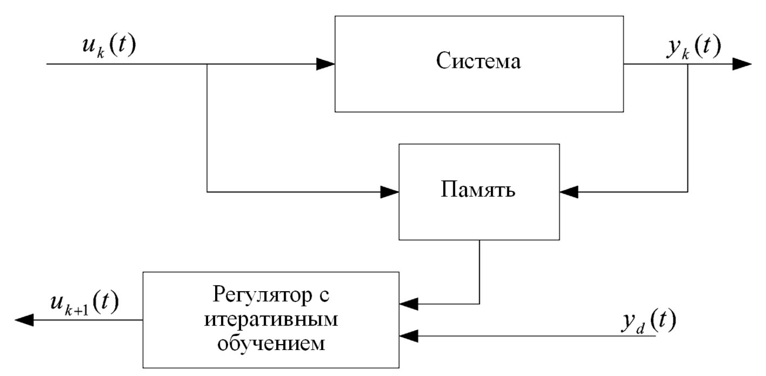
Number	Type of submission	Type of presentation	Authors or proposers *Corresponding author	Title	Profile	Status	Actions for the corresponding author ▶ Mandatory action ▶ Optional action Follow the link if available	Options (Submission details, files,...)
36	Open invited track proposal		Bing Chu*, Tom Oomen, Kira Barton, Ying Tan, Pavel Pakshin (38492, 23508, 13045, 27124, 23678)	Recent Advances in Iterative Learning and Repetitive Control (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Accepted	• Sorry, the final submission page is not available ▶ Send invitations and reminders for the proposal until the deadline	Choose an option

IFAC 2023 OIT Recent Advances in Iterative Learning Control and Repetitive Control

1012	Open invited track paper		Krzysztof Patan (34423), Maciej Patan* (34768)	Echo-State-Network-Based Iterative Learning Control of Distributed Systems (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
1312	Open invited track paper		Kentaro Tsurumoto* (148842), Wataru Ohnishi (97962), Takafumi Koseki (75114)	Task Flexible and High Performance ILC: Preliminary Analysis of Combining a Basis Function and Frequency Domain Design Approach (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
1691	Open invited track paper		Leontine Aarnoudse* (117042), Alexey Pavlov (23937), Tom Oomen (23508)	Nonlinear Iterative Learning Control: A Frequency-Domain Approach for Fast Convergence and High Accuracy (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
1703	Open invited track paper		Pavel Pakshin (23678), Julia Emelianova (55553), Eric Rogers* (25031), Krzysztof Galkowski (16720)	Iterative Learning Control of Discrete Systems with Input Backlash (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
1833	Open invited track discussion paper		Kamil Klimkowicz (126762), Maciej Patan* (34768), Krzysztof Patan (34423)	Decentralized Iterative Learning Control for Distributed Parameter Systems (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
2325	Open invited track paper		Zheng Jiang* (143430), Bin Chen (122106), Bing Chu (38492)	Data-Driven Norm Optimal Iterative Learning Control for Point-To-Point Tasks (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		
2399	Open invited track paper		Maurice M Poot* (125535), Jilles van Hulst (149882), Kai Wa Yan (149883), Dragan Kostic (19901), Jim Portegies (125599), Tom Oomen (23508)	Feedforward Control in the Presence of Input Nonlinearities: With Application to a Wirebonder (Code 8c8sv)	Open Invited Track	Final version received		

Общая модель

- Схема



- Конечный интервал времени T – продолжительность повторения (испытания), k – номер повторения
- Желаемая траектория, которая должна быть воспроизведена с заданной точностью

Принципиальное отличие

УИО отличается от других стратегий управления с обучением, таких как адаптивное управление и нейросетевое управление. Стратегии адаптивного управления изменяют *параметры регулятора*, тогда как УИО изменяет *только входной сигнал.* Кроме того, адаптивные регуляторы обычно не используют информацию, содержащуюся в повторяющихся командных сигналах. Точно так же *обучение нейронной сети включает в себя изменение параметров регулятора*, модифицируя обучаемую нейронную сеть. Эти сети обычно требуют большого объема обучающих данных, и бывает трудно гарантировать быструю сходимость, тогда как алгоритмы УИО обычно сходятся адекватно всего за несколько итераций

Алгоритм Аримото

$$\dot{x}_k(t) = f(t, x_k(t)) + Bu_k(t), \; y_k(t) = Cx_k(t),, \; k = 0, 1, \dots \tag{1}$$

$$\|f(t,\xi) - f(t,\eta)\|_\infty \le \alpha(t)\|\xi - \eta\|_\infty, \; \mathrm{rank}(CB) = r,$$

где r – размерность вектора управления и вектора выхода.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + L\dot{e}_k(t), \tag{2}$$

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t). \tag{3}$$

Теорема 1

Предположим, что выполняются условия

- $\|I_r - CBL\|_\infty < 1$;
- $u_0(t)$ *и* $y_d(t)$ *непрерывно дифференцируемы на* $[0, T]$;
- $y_d(0) = Cx(0)$.

Тогда применение алгоритма управления (2), (3) *к системе* (1) *гарантирует выполнение условия*

$$y_k(t) \to y_d(t)$$

Метод супервектора. Идея.

Рассмотрим дискретную систему в повторяющемся режиме со скалярным входом и скалярным выходом

$$x_k(p+1) = Ax_k(p) + Bu_k(p),\ y_k(p) = Cx_k(p),\ 0 \le p \le N-1,\ k = 0, 1, \ldots \tag{4}$$

продолжительность каждого повторения составляет N шагов и $CB \neq 0$. Обозначим

- $p_t = CA^{p-1}B,\ d(t) = CA^p x(0), \mathbf{d} = [d(1)^T \ldots d(N)^T]^T$,
- $\mathbf{y}_k = [y_k(1)^T \ldots y_k(N)^T]^T, \mathbf{y}_d = [y_d(1)^T \ldots y_d(N)^T]^T$,
- $\mathbf{u}_k = [u_k(0)^T \ldots u_k(N-1)^T]^T$.

Общая форма управления с итеративным обучением задается выражением

$$u_{k+1}(p) = Q(q)[u_k(p) + L(q)e_k(p+1)], \tag{5}$$

где q – оператор сдвига ($qx(p) = x(p+1)$), $Q(q)$ и $L(q)$ – так называемый Q-фильтр и функция обучения соответственно, эти функции имеют вид:

$$\begin{aligned} Q(q) = q_{-(N-1)}q^{N-1} + q_{-(N-2)}q^{N-2} + \ldots + q_{-1}q + q_0 + \\ + q_1 q^{-1} + \ldots + q_{(N-2)}q^{-(N-2)} + q_{(N-1)}q^{-(N-1)}, \\ L(q) = l_{-(N-1)}q^{N-1} + l_{-(N-2)}q^{N-2} + \ldots + l_{-1}q + l_0 + \\ + l_1 q^{-1} + \ldots + l_{(N-2)}q^{-(N-2)} + l_{(N-1)}q^{-(N-1)}. \end{aligned} \tag{6}$$

Метод супервектора. Модель.

В терминах расширенных переменных система (4) с алгоритмом УИО (5) запишется в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= \mathbf{P}\mathbf{u}_k + \mathbf{d}, \\ \mathbf{u}_{k+1} &= \mathbf{Q}\mathbf{u}_k + \mathbf{L}\mathbf{e}_k, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ p_2 & p_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_N & p_{N-1} & \dots & p_1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_0 & q_{-1} & \dots & q_{-(N-1)} \\ q_1 & q_0 & \dots & q_{-(N-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{N-1} & q_{N-2} & \dots & q_0 \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_0 & l_{-1} & \dots & l_{-(N-1)} \\ l_1 & l_0 & \dots & l_{-(N-2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{N-1} & l_{N-2} & \dots & l_0 \end{bmatrix}.$$

Bristow D.A., Tharayil M., Alleyne A.G. *A survey of Iterative Learning Control* // IEEE Control Syst. Magazine. – 2006. – V. 23, №3. – pp. 96–114.

Метод супервектора. Базовые результаты.

Определение 1

Система (4) *с управлением* (5) *называется асимптотически устойчивой, если существует* $\bar{u} \in \mathbb{R}$ *такое, что для всех* $p = 0, 1, \ldots, N-1$ *и* $k = 0, 1, \ldots$ $|u_k(p)| \leq \bar{u}$ *и для всех* $p = 0, 1, \ldots, N-1$ *существует конечный предел* $u_\infty(p) = \lim\limits_{k \to \infty} u_k(p)$

Из (7)следует уравнение, описывающее динамику в области повторений (итераций):

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{Q}(\mathbf{I} - \mathbf{LP})\mathbf{u}_k + \mathbf{QL}(\mathbf{y}_d - \mathbf{d}) \tag{8}$$

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 2

Система (4) *с управлением* (5) *асимптотически устойчивой в смысле определения 1 тогда и только тогда, когда*

$$\rho(\mathbf{Q}(\mathbf{I} - \mathbf{LP})) < 1, \tag{9}$$

где $\rho(.)$ *означает спектральный радиус матрицы.*

Метод супервектора. Сходимость

Во многих случаях к алгоритму УИО предъявляются требования, чтобы он обеспечивал сходимость ошибки обучения к нулю ($e_\infty(p) = 0$ для всех p), независимо от конкретного вида желаемой траектории $y_d(p)$ или повторяющегося возмущения. Следующий результат дает необходимые и достаточные условия сходимости ошибки обучения к нулю.

Теорема 3

Предположим, что P и L не равны тождественно нулю. Тогда для системы (4) с управлением (5) $e_\infty(p) = 0$ для всех p и для всех y_d и d тогда и только тогда, когда эта система асимптотически устойчива и $Q(q) = 1$.

В соответствии с результатом теоремы 3 многие алгоритмы УИО не включают Q-фильтрацию и в них $Q(q) = 1$. Теорема 3 утверждает, что это необходимо для идеального воспроизведения желаемой траектории. Однако, Q-фильтрация может улучшить переходные характеристики и придает процессу обучения робастные свойства.

Метод 2D моделей. Идея.

$$x_k(p+1) = Ax_k(p) + Bu_k(p),$$
$$y_k(p) = Cx_k(p).$$
$$u_{k+1}(p) = u_k(p) + \Delta u_{k+1}(p), \tag{10}$$
$$e_k(p) = y_d(p) - y_k(p), \; k = 0, 1, \dots \tag{11}$$

где $\Delta u_{k+1}(p)$ – корректирующая поправка к управлению, $y_d(p)$–желаемая траектория.
Введем в рассмотрение переменные

$$\xi_{k+1}(p+1) = x_{k+1}(p) - x_k(p), \; \eta_{k+1}(p+1) = y_{k+1}(p) - y_k(p). \tag{12}$$

Динамика системы в терминах приращения состояния и ошибки обучения опишется уравнениями

$$\xi_{k+1}(p+1) = A\xi_{k+1}(p) + B\Delta u_{k+1}(p-1), \; p = 0, 1, \dots, N-1,$$
$$e_{k+1}(p) = -CA\xi_{k+1}(p) + e_k(p) - CB\Delta u_{k+1}(p-1), \; k = 0, 1, 2, \dots \tag{13}$$

Модель в виде повторяющегося процесса

Зададим корректирующую поправку в виде

$$\Delta u_{k+1}(p) = K_1 \eta_{k+1}(p+1) + K_2 e_k(p+1). \tag{14}$$

При этом алгоритм управления с итеративным обучением примет вид

$$u_{k+1}(p) = u_k(p) + K_1(y_{k+1}(p) - y_k(p)) + K_2 e_k(p+1). \tag{15}$$

Система (13) относится к классу 2D-моделей, известных под названием повторяющиеся процессы. Подставляя (14) в (13) получим 2D-модель системы с УИО в форме повторяющегося процесса

$$\begin{aligned} \xi_{k+1}(p+1) &= (A + BK_1C)\xi_{k+1}(p) + BK_2 e_k(p), \\ e_{k+1}(p) &= -C(A + BK_1C)\xi_{k+1}(p) + (I - CBK_2)e_k(p). \end{aligned} \tag{16}$$

Существует ли эквивалентное управление с обратной связью?

- Goldsmith P.B. *On the equivalence of causal LTI iterative learning control and feedback control* // Automatica. – 2002. – Vol. 38, No. 4. – pp. 703–708.
- Owens D.H., Rogers E. *Comments on "On the equivalence of causal LTI iterative learning control and feedback control"* // Automatica. – 2004. – Vol. 40, No. 5. – pp. 895–898.
- Goldsmith P.B. *Author's reply to "Comments on "On the equivalence of causal LTI iterative learning control and feedback control"* // Automatica. – 2004. – Vol. 40, No. 5. – pp. 899–900.

$$u_{k+1}(p) = u_k(p) + \gamma e_k(p+1), \tag{17}$$

$$u_{k+1}(p) = u_k(p) + \gamma e_k(p), \tag{18}$$

Определение 2

Алгоритм управления с итеративным обучением называется причинным, если $u_{k+1}(p)$ зависит только от $u_k(h)$ и $e_k(h)$ при $h \le p$. Этот алгоритм называется непричинным, если $u_{k+1}(p)$ является также функцией $u_k(h)$ или $e_k(h)$ для некоторого $h > p$.

Эквивалентное управление с обратной связью

- В случаях, когда эквивалентный регулятор возможен, он имеет очень высокий коэффициент усиления. Более того, этот эквивалентный регулятор может даже оказаться неустойчивым
- Поэтому эквивалентные регуляторы с обратной связью не всегда могут заменить причинные алгоритмы УИО
- За исключением особых случаев,не существует эквивалентного регулятора с обратной связью, который может обеспечить такое же качество управления, как и непричинное УИО, поскольку управление с обратной связью реагирует только на текущие ошибки и не обладает свойством упреждения

Обозначения и определения

$$\bar{\xi} = [\xi^T \; e^T]^T, \; K = [K_1 \; K_2], \; \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -CA & I \end{bmatrix}, \; \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ -CB \end{bmatrix}, \; \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Определение 3

Повторяющийся процесс (16) *называется экспоненциально устойчивым, если существуют числа* $\kappa > 0$ *и* $0 < \rho < 1$, *такие что*

$$|\xi_k(p)|^2 + |e_k(p)|^2 \leq \kappa \rho^{k+p}, \tag{20}$$

где κ *и* ρ *не зависят от* N.

Для экспоненциально устойчивого процесса (16) будут выполнены условия сходимости ошибки обучения и ограниченности управления

$$|e_k(p)| \leq \kappa \rho^k, \; \kappa > 0, \; 0 < \rho < 1, \tag{21}$$

$$\lim_{k \to \infty} |u_k(p)| = |u_\infty(p)| < \infty. \tag{22}$$

(В ряде публикаций $u_\infty(p)$ называется обученным управлением.)

Дивергентная версия метода функций Ляпунова

Универсальным методом анализа устойчивости систем является второй метод Ляпунова. Однако уравнения (16) не разрешены относительно полных приращений переменных состояния и применить этот метод непосредственно невозможно. Для преодоления этой трудности авторами разработан так называемый дивергентный метод векторных функций Ляпунова, в котором, в отличие от классической версии, устойчивость устанавливается на основе свойств дивергенции (дискретного аналога дивергенции) указанных векторных функций. В рассматриваемом случае введем векторную функцию Ляпунова (ВФЛ) следующим образом

$$V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) = \begin{bmatrix} V_1(\xi_{k+1}(p)) \\ V_2(e_k(p)) \end{bmatrix}, \tag{23}$$

где $V_1(\xi_{k+1}(p)) > 0,\ \xi_{k+1}(p) \neq 0,\ \ V_2(e_k(p)) > 0,\ y_k(p) \neq 0,\ \ V_1(0) = 0,\ V_2(0) = 0.$

Условия устойчивости в терминах ВФЛ

Аналог дивергенции векторной функции (23) определим как

$$\mathcal{D}V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) = \Delta_t V_1(\xi_{k+1}(p)) + \Delta_k V_2(e_k()), \tag{24}$$

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 4

Повторяющийся процесс (16) *является экспоненциально устойчивым, если существует функция* (23) *и положительные скаляры* c_1, c_2 *and* c_3*, такие что*

$$\begin{aligned} c_1|\xi_{k+1}(p)|^2 &\leq V_1(\xi_{k+1}(p)) \leq c_2|\xi_{k+1}(p)|^2, \\ c_1|e_k(p)|^2 &\leq V_2(e_k(p)) \leq c_2|e_k(p)|^2, \\ \mathcal{D}V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) &\leq -c_3(|\xi_{k+1}(p)|^2 + |e_k(p)|^2). \end{aligned}$$

При этом выполняются условия сходмости ошибки обучения (21) *и ограниченности управления* (22).

Условия устойчивости в терминах матричных неравенств

Выберем

$$V_1(\xi_{k+1}(p)) = \xi_{k+1}(p)^T P_1 \xi_{k+1}(p),\ V_2(e_k(p)) = e_k(p)^T P_2 e_k(p),$$

где $P_1 \succ 0$ и $P_2 \succ 0$ и потребуем выполнения неравенства

$$\mathcal{D}V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) \le -[\xi_{k+1}(p)^T Q_1 \xi_{k+1}(p) + e_k(p)^T Q_2 e_k(p) + \Delta u_{k+1}(p-1)^T R \Delta u_{k+1}(p-1)], \quad (25)$$

где $Q_1 \succ 0,\ Q_2 \succ 0,\ R \succ 0$.

$$\mathcal{D}V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) = \bar{\xi}^T[(\bar{A}+\bar{B}K\bar{C})^T P(\bar{A}+\bar{B}K\bar{C}) - P]\bar{\xi}, \quad (26)$$

где $P = \mathrm{diag}[P_1\ P_2]$. Тогда соотношение (25) можно переписать в виде

$$\mathcal{D}V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) = \bar{\xi}^T[(\bar{A}+\bar{B}K\bar{C})^T P(\bar{A}+\bar{B}K\bar{C}) - P + Q + \bar{C}^T K^T R K \bar{C}]\bar{\xi} \le 0, \quad (27)$$

Неравенство (27) эквивалентно билинейному матричному неравенству

$$P - (\bar{A}+\bar{B}K\bar{C})^T P(\bar{A}+\bar{B}K\bar{C}) - Q - \bar{C}^T K^T R K \bar{C} \succeq 0. \quad (28)$$

Условия ходимости в терминах линейных матричных неравенств

Применяя лемму Шура получим, что билинейное матричное неравенство (28) будет выполнено, если система линейных матричных неравенств и уравнений

$$X = \mathrm{diag}[X_1 \; X_2] \succ 0, \quad \begin{bmatrix} X & (\bar{A}X + \bar{B}Y\bar{C})^T & X & (Y\bar{C})^T \\ \bar{A}X + \bar{B}Y\bar{C} & X & 0 & 0 \\ X & 0 & Q^{-1} & 0 \\ YC & 0 & 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \succeq 0, \qquad (29)$$

$$\bar{C}X = Z\bar{C}$$

разрешима относительно переменных X, Y, Z. При этом $K = YZ^{-1}$. Матрицы Q и R играют здесь ту же самую роль, что и весовые матрицы в задаче о линейно-квадратичном регуляторе. За счет их выбора можно изменять скорость сходимости ошибки обучения.

Пример. Портальный робот

Рис. 1: Портальный робот.

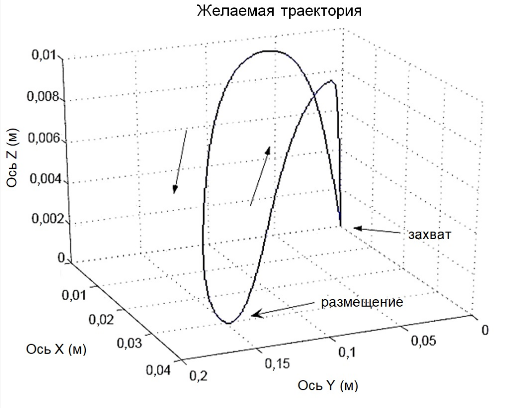


Рис. 2: Желаемая пространственная траектория движения.

Портальный робот. Управление по боковой оси.

Экспериментально полученная передаточная функция от управления к перемещению имеет вид

$$G_y(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{23,7356(s + 661,2)}{s(s^2 + 426,7s + 1,744 \cdot 10^5)}. \qquad (30)$$

По ней построена эквивалентная дискретная модель с периодом дискретности $T_s = 0,01$ с. с помощью стандартных функций ss и c2d пакета MATLAB. В качестве меры точности воспроизведения желаемой траектории рассматривалась среднеквадратическая ошибка обучения

$$E(k) = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{p=0}^{N} |e_k(p)|^2}. \qquad (31)$$

Выбирая $Q = \mathrm{diag}[1\ 1\ 1\ 50]$ и $R = 10^{-3}$ получим $K = [-962,2\ 185,27]$. При этом ошибка обучения уменьшается в 10 раз менее чем за 10 повторений. Алгоритм управления имеет вид

$$u_k(p) = u_{k-1}(p) + K_1(y_k(p) - y_{k-1}(p)) + K_2(y_{ref}(p+1) - y_{k-1}(p+1)). \qquad (32)$$

Портальный робот. Результаты моделирования.

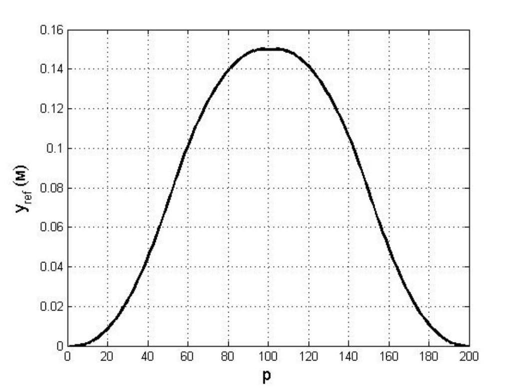


Рис. 3: Желаемая траектория в плоскости ZOY.

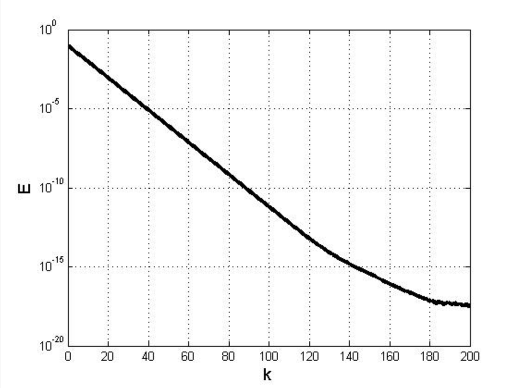


Рис. 4: Динамика среднеквадратической ошибки обучения в направлении оси Y.

Портальный робот. Динамика ошибки обучения.

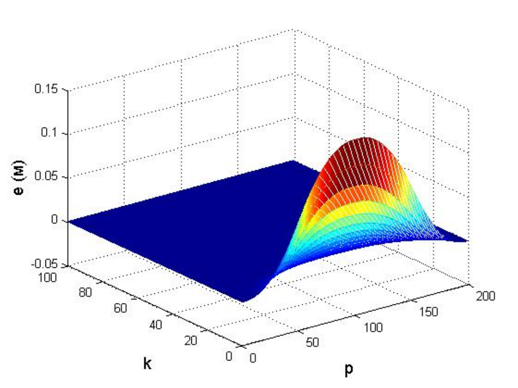


Рис. 5: Динамика ошибки обучения по оси Y.

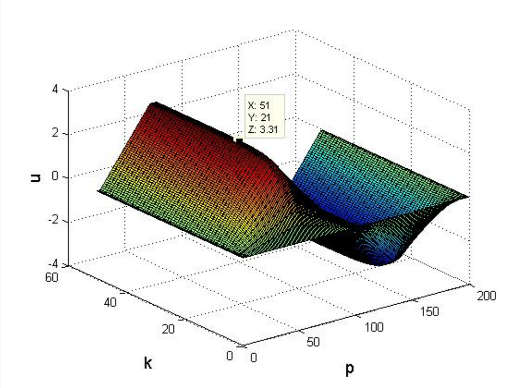


Рис. 6: Динамика управления по оси Y.

Критические показатели

- Точность (Достижимый уровень ошибки обучения).
- Скорость сходимости ошибки обучения (Скорость достижения ошибкой обучения границы допуска).

Системы с насыщением на входе.

Pavel Pakshin , Slawomir Mandra , Julia Emelianova , Eric Rogers , Krystian Erwi'nski and Krzysztof Galkowski "Experimentally Validated Vector Lyapunov Function-Based Iterative Learning Control Design Under Input Saturation."IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, 2024, VOL. 32, NO. 1, 189-201

$$\begin{aligned} x_k(p+1) &= Ax_k(p) + B\psi_k(p), \\ \psi_k(p) &= \operatorname{sat}(u_k(p)), \\ y_k(p) &= Cx_k(p),\ 0 \le p \le N-1,\ k \ge 1, \end{aligned} \tag{33}$$

где $x_k(p) \in \mathbb{R}^n$, $u_k(p) \in \mathbb{R}^m$, $y_k(p) \in \mathbb{R}^m$ – векторы состояния, входа и выхода соответственно. Компоненты векторной функции насыщения $\operatorname{sat}(u_k(p)) \in \mathbb{R}^m$ имеют вид

$$\begin{aligned} \psi_k(p)_i &= \operatorname{sat}(u_k(p))_i \\ &= \begin{cases} U_i \ \text{if}\ u_{k,i}(p) > U_i, \\ u_{k,i}(p)\ \text{if}\ -U_i \le u_{k,i}(p) \le U_i, \\ -U_i\ \text{if}\ u_{k,i}(p) < -U_i, \end{cases} \end{aligned} \tag{34}$$

здесь U_i – величина насыщения для входа i.

Постановка задачи

$$\psi_{k+1}(p) = \mathrm{sat}(u_{k+1}(p)) = \mathrm{sat}(\psi_k(p) + \delta u_{k+1}(p)), \tag{35}$$

$$\delta u_{k+1}(p) = K_1 \xi_{k+1}(p+1) + K_2 e_k(p+r), \tag{36}$$

$$\begin{gathered} \|e_k(p)\| \leq \kappa\rho^k + \mu,\ \kappa > 0,\ \mu \geq 0,\ 0 < \rho < 1, \\ \lim_{k\to\infty} \|u_k(p)\| = \|u_\infty(p)\|, \end{gathered} \tag{37}$$

Условия сходимости в терминах ВФЛ

Теорема 5

Предположим, что существует функция Ляпунова (23) и положительные скаляры c_1, c_2, c_3 *и* γ *такие, что*

$$c_1\|\xi_{k+1}(p)\|^2 \le V_1(\xi_{k+1}(p)) \le c_2\|\xi_{k+1}(p)\|^2, \tag{38}$$

$$c_1\|e_k(p)\|^2 \le V_2(e_k(p)) \le c_2\|e_k(p)\|^2, \tag{39}$$

$$\mathcal{D}_d V(\xi_{k+1}(p), e_k(p)) \le \gamma - c_3(\|\xi_{k+1}(p)\|^2 + \|e_k(p)\|^2). \tag{40}$$

Тогда выполняются условия сходимости (37).

Экспериментальная установка

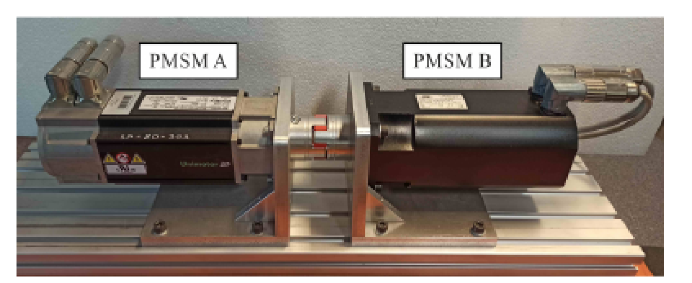


Рис. 7: Экспериментальная установка.

Блок-схема установки

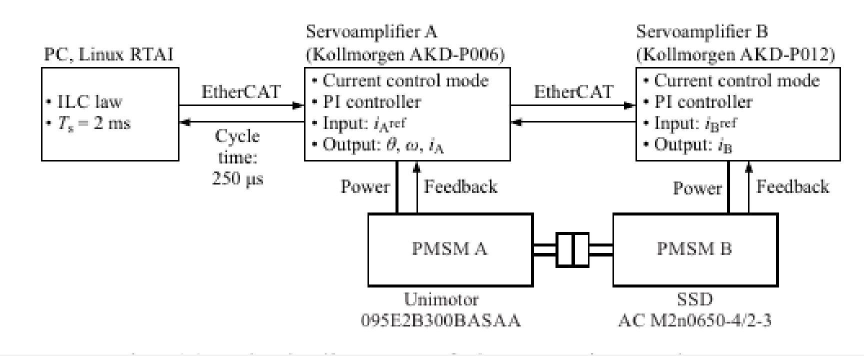


Рис. 8: Блок-схема установки.

Математическая модель установки

Электрическая часть привода A (сервоусилитель A + синхронный электродвигатель A) моделируется уравнением

$$i_A^{ref}(t) = T_{cA}\frac{di_A(t)}{dt} + i_A(t), \tag{41}$$

где T_{cA} – постоянная времени электрической цепи привода A. Механическая часть экспериментальной установки моделируется уравнениемA

$$T_e(t) = i_A(t)k_{tA} = J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + b\frac{d\theta(t)}{dt} + T_l(t), \tag{42}$$

где $T_e(t)$ – электромагнитный крутящий момент привода A, k_{tA} – постоянная крутящего момента привода A, J – результирующий момент инерции, b – результирующий коэффициент трения $T_l(t)$ – крутящий момент нагрузки, создаваемый приводом B. Численные значения параметров следующие: $T_{cA} = 0.8 \cdot 10^{-3}$ s, $k_{tA} = 0.93$ N·m/A, $J = 9.3 \cdot 10^{-4}$ kg·m^2, $b = 2.4 \cdot 10^{-3}$ kg·m^2/s.

Эквивалентная дискретная модель

$$
\begin{aligned}
x_k(p+1) &= Ax_k(p) + Bu_k(p) + Ed_k(p)\\
y_k(p) &= Cx_k(p),
\end{aligned}
\tag{43}
$$

где период дискретности $T_s = 2$ ms и

$$
\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 1 & 0.0020 & 0.0020 \\ 0 & 0.9949 & 1.9948 \\ 0 & 0 & 0.0821 \end{bmatrix}, \ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.9179 \end{bmatrix},\\
E &= \begin{bmatrix} -0.0021 \\ -2.1450 \\ 0 \end{bmatrix}, \ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}
$$

Вектор состояния $x_k(p)$, вектор управления $u_k(p)$ и вектор возмущения $d_k(p)$ на повторении k имеют вид

$$
x_k(p) = \begin{bmatrix} \theta_k(p) \\ \omega_k(p) \\ i_{Ak}(p)] \end{bmatrix} \ u_k(p) = i_{Ak}^{ref}(p), \ d_k(p) = T_{lk}(p).
$$

Желаемая траектория и управление

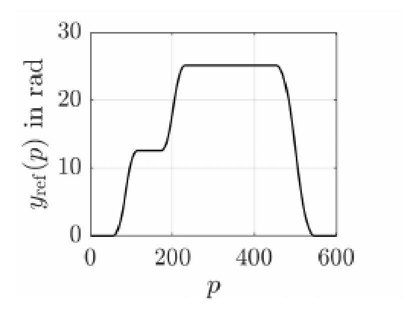


Рис. 9: Желаемое изменение угла поворота.

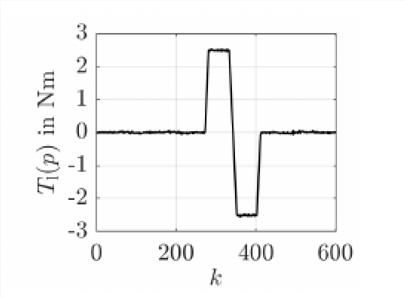


Рис. 10: Крутящий момент нагрузки.

$$u_k(p) = \operatorname{sat}\big(u_{k-1}(p) + K_1(x_k(p) - x_{k-1}(p)) + K_2 e_{k-1}(p+2)\big). \tag{44}$$

$$K_1 = [-36.7873 \quad -0.6336 \quad -1.2859], \quad K_2 = 17.3509.$$

Влияние величины насыщения

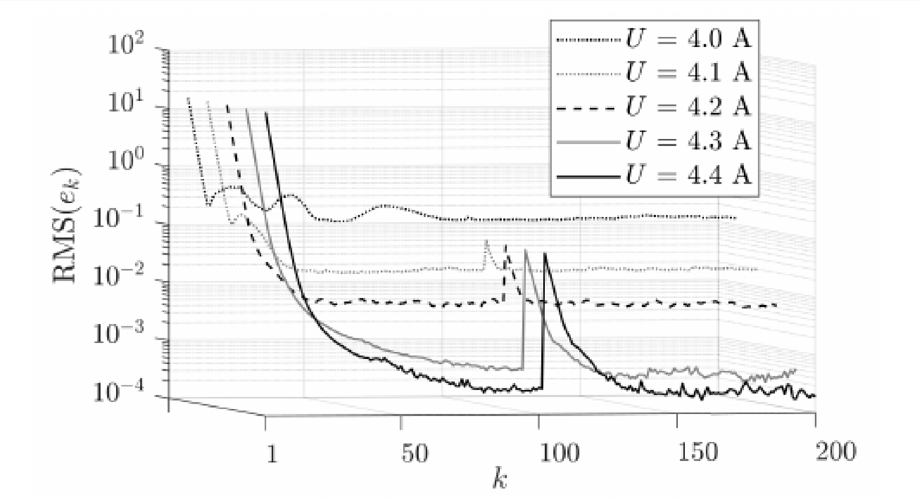


Рис. 11: Изменение среднеквадратической ошибки обучения при различных уровнях насыщения.

Ускорение сходимости

Исходная модель

$$\begin{aligned} x_k(p+1) &= Ax_k(p) + Bu_k(p), \\ y_k(p) &= Cx_k(p), \quad 0 \le p \le N-1, k = 1, \dots \end{aligned} \tag{45}$$

Модель в приращениях

$$\begin{aligned} \eta_{k+1}(p+1) &= A\eta_{k+1}(p) + B\Delta u_{k+1}(p-1), \\ e_{k+1}(p) - e_k(p) &= -CA\eta_{k+1}(p) - CB\Delta u_{k+1}(p-1), \end{aligned} \tag{46}$$

Внедрение градиентного метода

$$\Delta u_{k+1}(p-1) = \alpha \Delta u_k(p-1) - \beta \nabla \left(\frac{1}{2} e_{k+1}(p)^2 \right) \tag{47}$$

Структура обновляющей поправки

Вычисляя $\nabla\left(\frac{1}{2}e^2\right)$ в силу (46) после несложных преобразований получим

$$\Delta u_{k+1}(p-1) = k_1\Delta u_k(p-1) - k_2 CA\eta_{k+1}(p) + k_2 e_k(p), \tag{48}$$

где

$$k_1 = \frac{\alpha}{1+\beta(CB)^2},\ k_2 = \frac{\beta}{1+\beta(CB^2)}.$$

Для формулировки условий сходимости в терминах ЛМН введем

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -CA & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 1 \\ -CB \end{bmatrix},\ \bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -CA & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Условия сходимости

Теорема 6

Предположим, что для некоторой матрицы $Q \succ 0$ *и скаляра* $R > 0$ *система линейных матричных неравенств и уравнений*

$$\begin{bmatrix} X & (\bar{A}X + \bar{B}Y\bar{C})^T & X & (Y\bar{C})^T \\ \bar{A}X + \bar{B}Y\bar{C} & X & 0 & 0 \\ X & 0 & Q^{-1} & 0 \\ Y\bar{C} & 0 & 0 & R^{-1} \end{bmatrix}, \succeq 0, \ \bar{C}X = Z\bar{C} \tag{49}$$

имеет решение $X = \mathrm{diag}[X_1 \ X_2] \succ 0, \ Y, \ Z$. *Тогда закон управления с итеративным обучением*

$$\begin{aligned} u_{k+1}(p) &= u_k(p) + \Delta u_{k+1}(p), \\ \Delta u_{k+1}(p) &= k_1 \Delta u_k(p) - k_2 CA[x_{k+1}(p) - x_k(p)] + k_2[y_{ref}(p+1) - Cx_k(p+1)], \end{aligned} \tag{50}$$

где

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = YZ^{-1},$$

обеспечивает условия сходимости ошибки обучения (21) и ограниченности управления (22).

Применение к управлению портальным роботом

Применим УИО (50) к боковому каналу портального робота и сравним с применением ранее рассмотренного

$$u_k(p) = u_{k-1}(p) + K_1(y_k(p) - y_{k-1}(p)) + K_2(y_{ref}(p+1) - y_{k-1}(p+1)).$$

Выбирая $Q = I$, $R = 1$ и, применяя предыдущую теорему, получим

$$k_1 = 5.64 \cdot 10^{-7}, \; k_2 = 1196.1.$$

Поскольку k_1 мал по сравнению с k_2 $k_1 = 0$. Моделирование показывает, что это не влияет на результат. Тогда

$$K_1 = -k_2 CA = [-29.6 \;\; -22.3 \;\; -9166.0], K_2 = k_2 = 1196.0.$$

Сравнивая с результатами применения (29) убеждаемся в значительном увеличении скорости сходимости

Результаты моделирования градиентного УИО

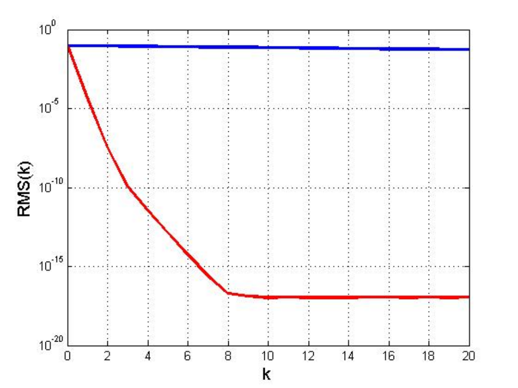


Рис. 12: Динамика среднеквадратической ошибка по оси Y при $Q = I$ and $R = 1$, градиентный закон (красная линия), альтернативный закон (синяя линия)

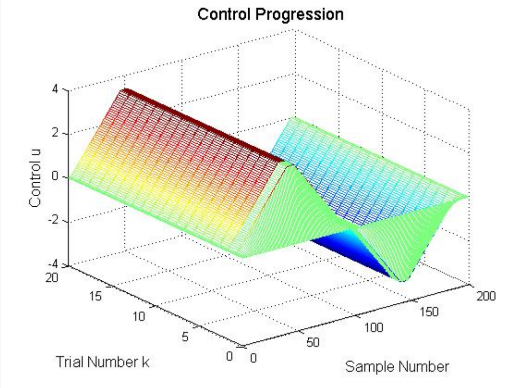


Рис. 13: Динамика управления по оси Y.

Предварительное обьяснение

В результате несложных преобразований обновляющую поправку можно записать в виде

$$\Delta u_{k+1}(p) = \bar{k}_1 \Delta u_k(p) - \bar{k}_2 (y_{k+1}(p+1) - y_k(p+1)) + \bar{k}_2 e_k(p+1), \tag{51}$$

где

$$\bar{k}_1 = \frac{k_1}{1 - k_2 CB}, \ \bar{k}_2 = \frac{k_2}{1 - k_2 CB}.$$

Второе слагаемое в правой части (51) носит упреждающий характер, это усиливает степень непричинности в дополнение к последнему слагаемому. По всем признакам это и является причиной ускорения сходимости, но строгого доказательства пока не получено.

Другие направления исследования

- Нелинейные задачи (влияние люфта и гистерезиса)
- Стохастические задачи (влияние случайных возмущений и шумов измерения)
- Сетевые задачи (Индустрия-4 – группы роботов, выполняющих одну и ту же повторяющуюся операцию (Копосов А.С., канд. дисс. май 2024 г.))
- Учет изменения эталонной траектории индивидуально или в сети (Индустрия-4 – интеллектуальные производства)
- ... ...

Применение в здравоохранении

Iterative Learning Control in Health Care

ELECTRICAL STIMULATION AND ROBOTIC-ASSISTED UPPER-LIMB STROKE REHABILITATION

CHRIS T. FREEMAN,
ERIC ROGERS,
ANN-MARIE HUGHES,
JANE H. BURRIDGE,
and KATIE L. MEADMORE

Annually, 15 million people worldwide suffer a stroke, and 5 million are left permanently disabled. A stroke is usually caused when a blood clot blocks a vessel in the brain and acts like a dam, stopping the blood reaching the regions downstream. Alternatively, it may be caused by a hemorrhage, in which a vessel ruptures and leaks blood into surrounding areas. As a result, some of the connecting nerve cells die, and the person commonly suffers partial paralysis on one side of the body, termed hemiplegia. Cells killed in this way cannot regrow, but the brain has some spare capacity and, hence, new connections can be made. The brain is continually and rapidly changing as new skills are learned, new connections are formed, and redundant ones disappear. A person who relearns skills after a stroke goes through the same process as someone learning to play tennis or a baby learning to walk, requiring sensory feedback during the repeated practice of a task. Unfortunately, the problem is that they can hardly move and, therefore, do not receive feedback on their performance.

PHOTOGRAPH OF A SYSTEM FOR THE ROBOT-ASSISTED REHABILITATION FOR THE IMPROVEMENT OF MOTOR CONTROL OF THE UPPER LIMBS OF STROKE PATIENTS WITH THE COMPONENTS: (1) UNWEIGHING DEVICE, (2) SURFACE ELECTRODES ON TRICEPS AND ANTERIOR DELTOID, (3) SCREEN CAPTURE OF DESKTOP, (4) REAL-TIME PROCESSOR AND INTERFACE MODULE, (5) COMPUTER, (6) MONITOR DISPLAYING TASK, AND (7) OPERATOR MONITOR. PHOTOGRAPH COURTESY OF CHRISTOPHER T. FREEMAN WITH MODIFICATIONS BY SHANNON MASH.

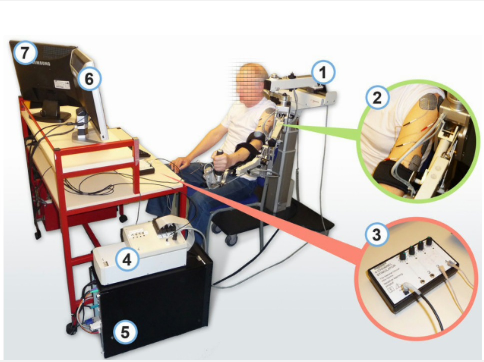
Stroke survivors often have a complex pattern of upper-limb motor impairments, resulting in a loss of functional

Digital Object Identifier 10.1109/MCS.2011.2173261
Date of publication: 13 January 2012

 1066-033X/12/$31.00©2012IEEE

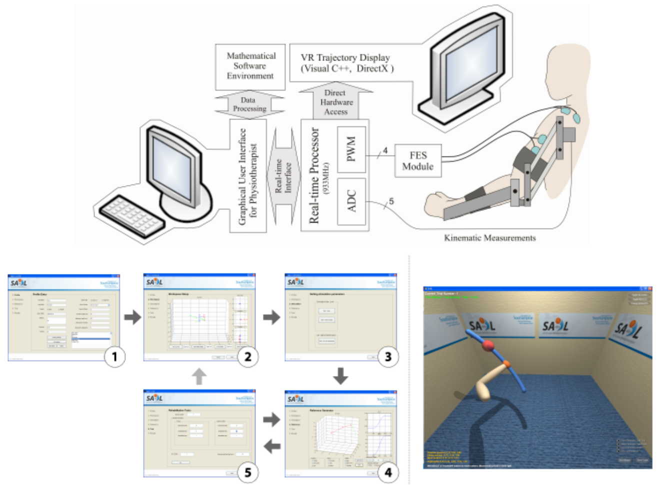
Реабилитационный медицинский робот

SAIL system: Simulation Assistance through Iterative Learning



1. Armeo Spring ®, 2. Стимулирующие электроды, 3. Клиническая стимуляция, 4. Система dSPACE (DS1103), 5. ПК, 6. Монитор для пациента, 7. Монитор для физиотерапии.

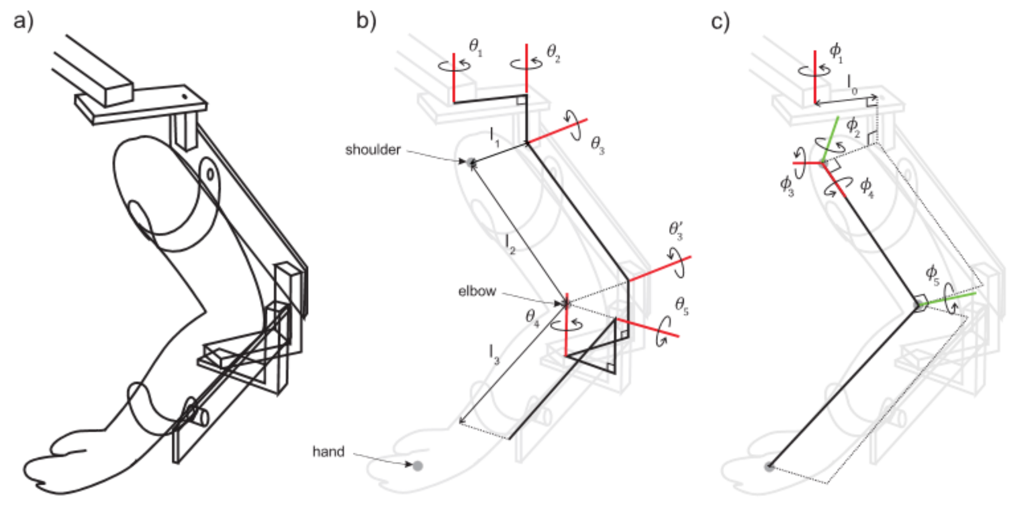
Блок-схема



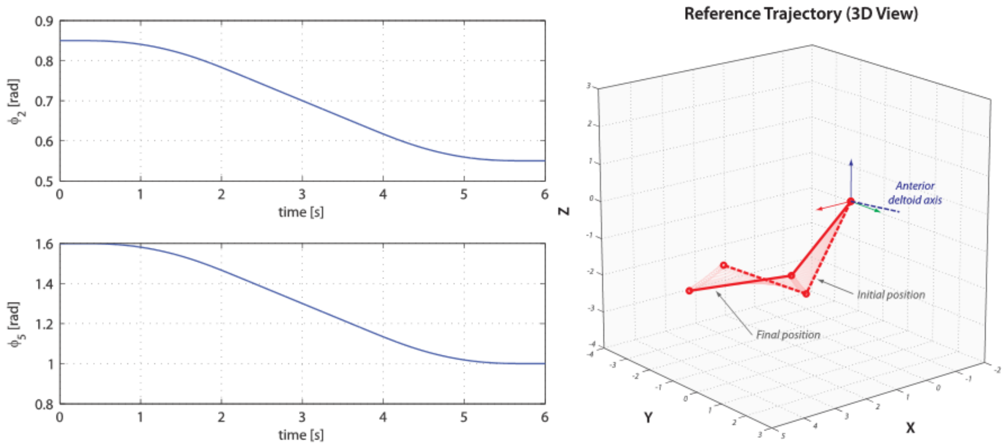
Screen for physiotherapist: System Configuration and Training Sessions

Screen for patient: Realtime 3D Graphic Environment

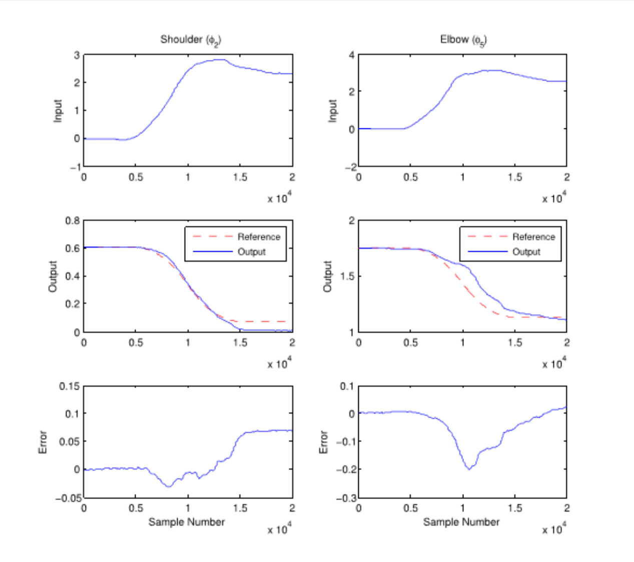
Модель мускулов, измерения и управляющие сигналы



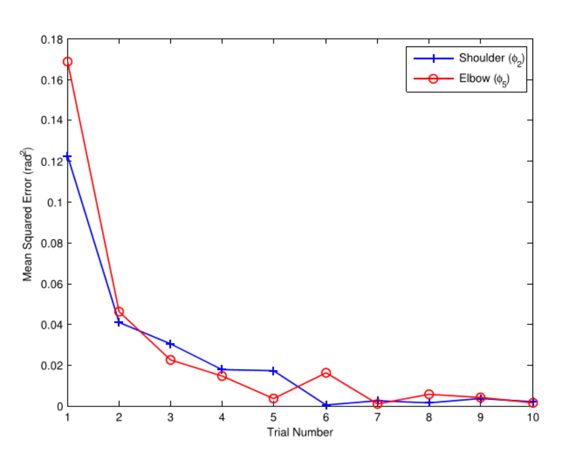
Желаемые траектории движения в плечевом и локтевом суставах



Результаты пациента



Среднеквадратичная ошибка обучения



Другие области применения

- Высокоточные портальные роботы
- Управление лопастями ветровой турбины
- Системы патрулирования на основе БПЛА
- Лазерное напыление металлических пленок
- Аддитивные производства
- Импульсные лазерные ускорители для повышения энергии свободных электронов
- Управление системой поддержки левого желудочка сердца
- ... ...

Демонстрация

A. Hock · A. P. Schoellig Distributed iterative learning control for multi-agent systems. Theoretic developments and application to formation flying // Autonomous Robots. 2019. V. 43. P. 1989–2010

Спасибо за внимание!