

# ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОШИБОК ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

**А.В. Чернодаров**

*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)  
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»  
Россия, 129085, Москва, ул. Годовикова, 9  
E-mail: chernod@mail.ru*

**С.Е. Переляев**

*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН  
Россия, 112526, Москва, пр-т Вернадского, 101  
E-mail: Pers2030@yandex.ru*

**Ключевые слова:** бесплатформенная инерциальная навигационная система, динамическая модель ошибки датчика, волновой твердотельный гироскоп, корреляционная функция ошибки, параметрическая идентификация модели ошибки.

**Аннотация:** Рассматривается технология параметрической идентификации динамических моделей ошибок чувствительных элементов (ЧЭ) инерциальных навигационных систем. Такая технология основана на вычислении корреляционной функции для оценок ошибок ЧЭ и ее использовании для определения коэффициентов сноса и диффузии. Результаты идентификации представлены для модели ошибок волнового твердотельного гироскопа (ВТГ). Показано влияние неточности задания параметров в модели дрейфа ВТГ на точностные характеристики инерциальной курсовертикали.

## 1. Введение

Современное состояние бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) характеризуется применением чувствительных элементов (ЧЭ) различного принципа действия. Выбор ЧЭ во многом зависит от условий эксплуатации БИНС. В трудных условиях эксплуатации БИНС в качестве ЧЭ используют волновые твердотельные гироскопы (ВТГ) [1,2]. С другой стороны, такие условия должны учитываться при комплексном совершенствовании как конструктивного, так и математического обеспечения БИНС на базе ВТГ. Такое совершенствование определяется, в том числе, качеством калибровки ВТГ, учитывающей их конструктивные дефекты.

Традиционно калибровка ВТГ связана с оценкой их систематических ошибок. Такие ошибки отражают статическую модель, параметры которой не изменяются во времени в процессе эксплуатации. Известный метод Аллана [3] позволяет оценить стабильность дисперсий стохастических ошибок ВТГ. Однако указанный метод не дает рекомендаций по использованию оценок статистических параметров в уравнениях,

характеризующих динамику изменения ошибок ВТГ во времени. Такие уравнения используются для прогнозирования оценок ошибок ВТГ как в автономных, так и в интегрированных режимах функционирования БИНС. Поэтому кроме процедур заводской калибровки возникает необходимость настройки параметров моделей ошибок и шумов ВТГ. В работе [4] показано, что такая настройка может быть выполнена на основе корреляционной обработки зарегистрированных оценок ошибок ВТГ. Однако в процессе эксплуатации БИНС происходит изменение характеристик ВТГ. Это обуславливает необходимость учета таких изменений в моделях ошибок ДПИ. Поэтому актуальной остается задача параметрической идентификация моделей ошибок ВТГ в режиме реального времени.

Цель работы – повышение точностных характеристик БИНС на базе ВТГ с учетом параметрической идентификацией динамических моделей ошибок в режиме реального времени.

Достижение поставленной цели опирается на применение обобщенного фильтра Калмана (ОФК) [5] для оценки ошибок ВТГ и параметрической идентификации их динамических моделей по внешним наблюдениям в процессе эксплуатации.

## 2. Параметрическая идентификация коэффициентов сноса и диффузии в модели ошибок ВТГ

При бортовой реализации моделей ошибок ЧЭ считается возможным приближенное [6] описание случайных дрейфов гироскопов  $\Delta\omega$  и смещений акселерометров  $\Delta a$  в виде марковского гауссовского процесса первого порядка

$$(1) \quad \Delta\dot{\omega} = -\alpha\Delta\omega + \xi\sigma\sqrt{2\alpha}$$

с экспоненциальной корреляционной функцией

$$(2) \quad R(t) = \sigma^2 e^{-\alpha|t|},$$

где параметр  $\alpha = 1/\tau$  называют коэффициентом сноса [7];  $\tau$  – время корреляции;  $t$  – время;  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение от истинного значения, которое в модели (1) называют еще коэффициентом диффузии [7];  $\xi \in N(0,1)$ .

В соотношениях (1), (2) коэффициенты сноса  $\alpha$  и диффузии  $\sigma$  являются параметрами, подлежащими идентификации.

Из соотношения (2) следует  $R(0) = \sigma^2$ . Поэтому задача идентификации сводится к определению параметра  $\alpha$  в модели (2), который минимизирует квадратичную функцию

$$(3) \quad F(\alpha) = \sum_{j=0}^N [\hat{R}_j - \sigma^2 e^{-\alpha\tau_j}]^2 \rightarrow \min_{\alpha},$$

где  $\hat{R}_j$  статистическая корреляционная функция, вычисленная по зарегистрированным оценкам ошибок  $\hat{x}_j$  в процессе эксплуатации ИНС, а именно:

$$(4) \quad \hat{R}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^{N+k} \tilde{x}_i \tilde{x}_{i-k};$$

$$\tilde{x}_i = \hat{x}_i - m_x; m_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_i; m_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_i; k = \overline{0, N};$$

$N$  – число ретроспективных отсчетов сигнала ВТГ;  $\tau_j = j\Delta t$ ;  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ ;  $t_i$  – дискретные моменты времени.

Дифференцируя функцию (3) по  $\alpha$  и приравнявая производную нулю, получаем

$$(5) \quad \frac{\partial F(\alpha)}{\partial \alpha} = 2[\sum_{j=0}^N \hat{R}_j - \sum_{j=0}^N \sigma^2 e^{-\alpha\tau_j}] \sum_{j=0}^N \sigma^2 \tau_j e^{-\alpha\tau_j} = 0.$$

Учитывая, что для ЧЭ  $0 < \alpha < 1$  и второй сомножитель в уравнении (5) не влияет на решение, можно записать

$$(6) \quad \sum_{j=0}^N \hat{R}_j = \sum_{j=0}^N \sigma^2 e^{-\alpha\tau_j}.$$

Оценка нормированной корреляционной функции имеет вид

$$(7) \quad \hat{r}_j = \hat{R}_j / \sigma^2.$$

При  $\hat{R}_j > 0$  уравнению (6) можно поставить в соответствие эквивалентное выражение, записанное в терминах функции натурального логарифма, а именно:

$$(8) \quad \sum_{j=0}^N \ln \hat{r}_j = -\alpha \sum_{j=0}^N \tau_j.$$

Отсюда оценка  $\hat{\alpha}$  параметра  $\alpha$  будет иметь вид

$$(9) \quad \hat{\alpha} = -\sum_{j=0}^N \ln \hat{r}_j / \sum_{j=0}^N \tau_j.$$

Возможности современных бортовых вычислителей позволяют реализовывать процедуры параметрической идентификации в режиме реального времени (РРВ). Алгоритм РРВ-идентификации можно представить в следующем виде.

Корреляционная обработка оценок,  $k = \overline{0, N}$ :

$$\hat{R}_k = \frac{1}{N} \sum_{i=k+1}^{N+k} \tilde{x}_i \tilde{x}_{i-k}; \quad d_k = d_{k-1} + \ln \frac{\hat{R}_0}{\hat{R}_k}; \quad \tau_k = k \Delta t_i; \quad c_k = c_{k-1} + \tau_k.$$

Идентификация параметров,  $k = N$ :

$$\sigma^2 = \hat{R}_0; \quad \alpha = d_N / c_N.$$

Обновление цикла:  $N := N + 1; \mathbf{k} := \mathbf{0}; c_0 = 0; d_0 = 0.$

Алгоритм идентификации включается в модуль прогноза оценок в структуре ОФК.

### 3. Анализ результатов исследований

В качестве объекта исследований рассматривался ВТГ [8], расположенный вертикально на стенде. Некоторые результаты обработки сигнала ВТГ представлены на рис. 1 и 2: на рис. 1 – ошибка ВТГ при определении вертикальной составляющей угловой скорости вращения Земли, на рис. 2 – нормированная корреляционная функция для ошибки ВТГ.

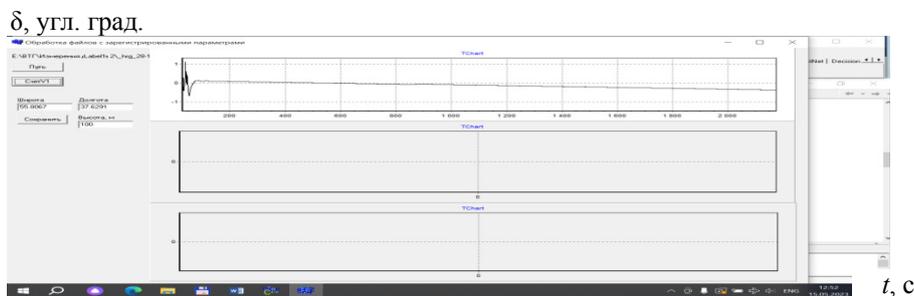


Рис. 1. Ошибка ВТГ.

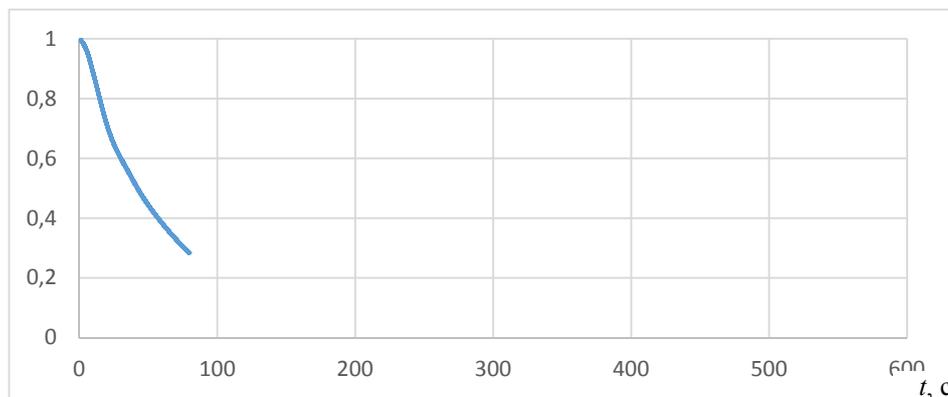


Рис. 2. Корреляционная функция для ошибки ВТГ

Анализ результатов корреляционной обработки оценок показал, что параметры идентификации в постобработке и в реальном времени практически совпадают.

Влияние неточности задания параметров модели ошибок ВТГ рассматривалось для одного канала инерциальной курсовертикали (ИКВ) [9].

При наблюдении вектора ошибок ИКВ  $x(t) = [\Delta V \delta \Delta a \Delta \omega]^T$  по сигналам скорости  $z_V(t) = V_{\text{ИКВ}}(t) - V_{\text{ДВИ}}(t)$  параметры динамической модели имеют вид

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & -g & 1 & 0 \\ 1/R & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1/\tau_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\tau_\omega \end{bmatrix};$$

$$G(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a \sqrt{2/\tau_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_\omega \sqrt{2/\tau_\omega} \end{bmatrix},$$

где  $R$  – величина радиуса-вектора местоположения ИКВ;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\delta$  – угловая ошибка определения вертикали;  $\Delta V$  – ошибка счисления скорости;  $\Delta a$  – смещение сигнала акселерометра;  $\Delta \omega$  – дрейф гироскопа;  $\tau_a, \tau_\omega$  – время корреляции ошибок акселерометра и дрейфа гироскопа;  $\sigma_a, \sigma_\omega$  – среднеквадратические значения ошибок акселерометра и гироскопа; ДВИ – датчик внешней информации;  $\Delta(\dots)$  – символ ошибки. Частота формирования наблюдений 1Гц.

На рис. 3 и 4 представлены характерные результаты оценивания ошибок ИКВ, где показаны действительная  $\Delta \delta = \delta - \hat{\delta}$  и среднеквадратическая  $\sigma_\delta = \sqrt{P_{\Delta \delta}}$  ошибки определения вертикали ИНС  $\delta$ ;  $P_{\Delta \delta}$  – диагональный элемент ковариационной матрицы ошибок оценивания. Оценки, полученные ОФК без предварительной идентификации параметров  $\hat{a}, \hat{\sigma}^2$ , показаны на рис. 3, а с идентификацией – на рис. 4.

График на рис. 4 отражает динамику изменения оценок, когда коэффициенты сноса  $1/\tau$  и диффузии  $\sigma\sqrt{2/\tau}$  в модели ошибок ВТГ (8) отличаются от полученных при идентификации на порядок.

$\Delta \delta$ , угл. град.

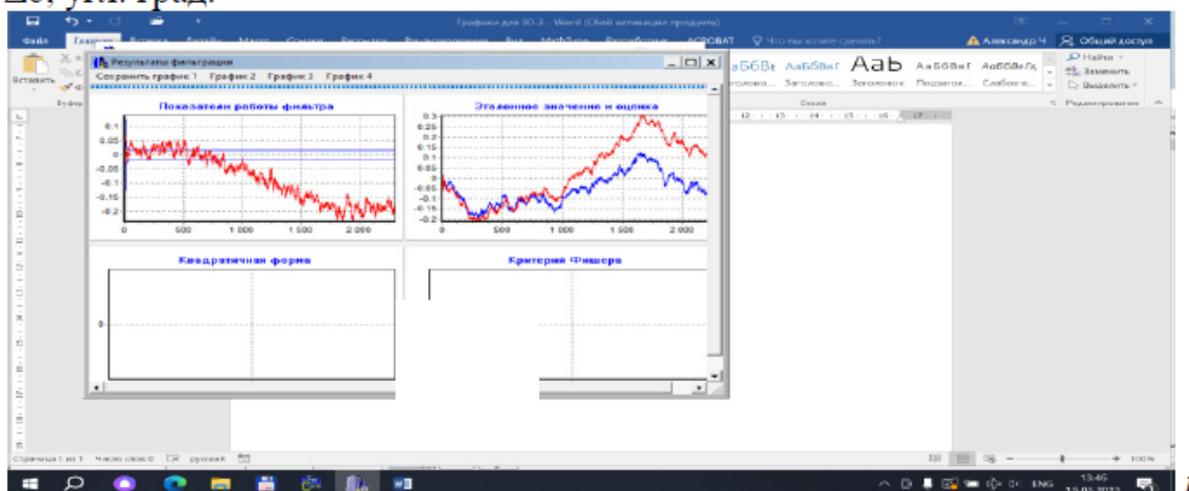
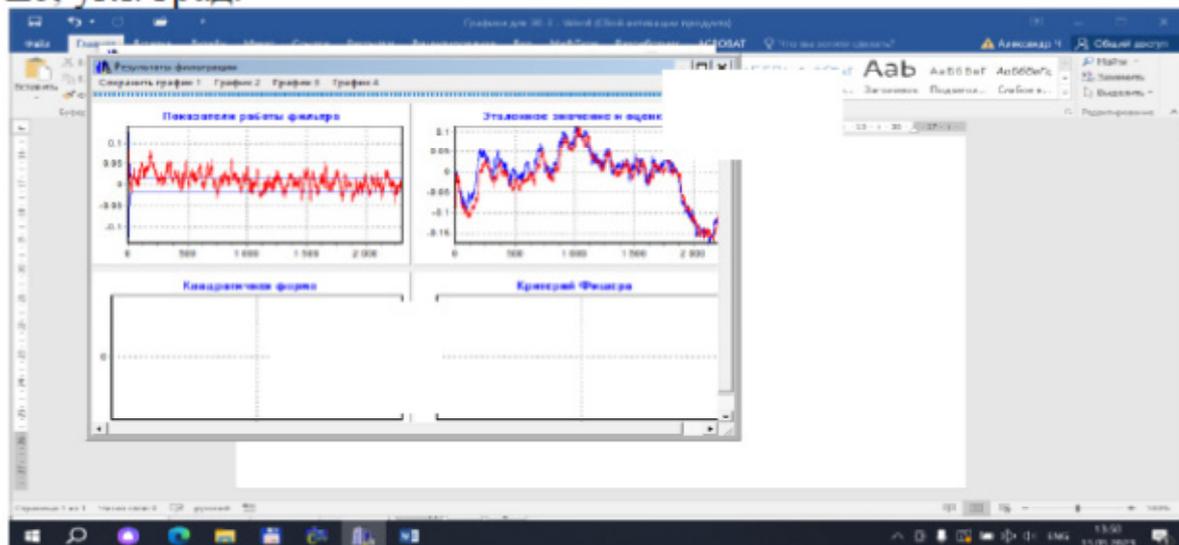


Рис. 3. Ошибки определения вертикали без идентификации параметров дрейфа ВТГ

График на рис. 4 отражает динамику изменения оценок, когда коэффициенты сноса  $1/\tau$  и диффузии  $\sigma\sqrt{2/\tau}$  в модели ошибок ВТГ (8) отличаются от полученных при идентификации на порядок.

$\Delta\delta$ , угл. град.



**Рис. 4.** Ошибки определения вертикали с учетом идентификации параметров дрейфа ВТГ.

Можно видеть, что несоответствие модельных коэффициентов сноса и диффузии их реальным значениям существенно влияет на достоверность оценок ошибок. Особенно это проявляется в автономном режиме функционирования ИКВ, в том числе, между сеансами внешних наблюдений.

## 4. Заключение

При построении моделей ошибок инерциальных чувствительных элементов необходимо учитывать, как их детерминированные, так и случайные составляющие. Детерминированные составляющие определяются, как правило, при заводской калибровке ЧЭ. Случайные составляющие описываются с использованием коэффициентов сноса и диффузии, которые входят в динамические модели ошибок ЧЭ. Идентификация таких коэффициентов может быть выполнена по зарегистрированным данным как в процессе динамических испытаний [4], так и в режиме реального времени с использованием внешних по отношению к БИНС систем.

## Список литературы

1. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 123 с.
2. Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов. С.Пб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2015. 316 с.
3. Siraja T.N. Comparison of Uncertainty Estimates: Allan Variance and Sample Variance // Measurement Science Review. Vol. 1, No. 1, P. 25-28.
4. Черновдаров А.В., Переляев С.Е. Корреляционная обработка сигналов и структурно-параметрическая идентификация динамической модели ошибок волнового твердотельного гироскопа // XXX Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. С.Пб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2023. С. 268 - 271.
5. Maybeck P. Stochastic Models, Estimation and Control. New York: Academic Press, 1982. Vol. 2.
6. Бабич О.А. Обработка информации в навигационных комплексах. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
7. Pugachev V. Stochastic Differential Systems. Analysis and Filtering. New York: John Wiley, 1987.
8. Переляев С.Е., Бодунов С.Б., Бодунов Б.П. Волновой твердотельный гироскоп авиационнокосмического применения навигационного класса точности // XXIX Санкт-

Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. С.Пб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор». 2022. С. 185-188.

9. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Часть 1. Введение в теорию оценивания / Изд. 3-е. СПб.: ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2017. 509 с.