

УДК 683.681.93

# ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДОВ НАВЕДЕНИЯ ПО МИНИМУМУ КВАДРАТИЧНО-БИКВАДРАТНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ КАЧЕСТВА

**В.С. Верба***АО «Концерн «Вега»*

Россия, 121170, Москва, Кутузовский пр-кт, 34

E-mail: vvs.msk@gmail.com

**В.И. Меркулов***АО «Концерн «Вега»*

Россия, 121170, Москва, Кутузовский пр-кт, 34

E-mail: ilya-zagrebelnyi@mail.ru

**Ключевые слова:** высокоскоростной летательный аппарат, метод наведения, квадратичный функционал качества, квадратично-биквадратный функционал качества.

**Аннотация:** В воздушно-космическом противоборстве все большее применение находят высокоскоростные летательные аппараты, способные выполнять сложные пространственные маневры, обладающие рядом технико-экономических и тактических преимуществ. В связи с этим весьма актуальной задачей является оптимизация систем перехвата этих целей. Статья посвящена решению задачи оптимизации методов наведения перехватчиков высокоскоростных целей на основе минимизации квадратично-биквадратных функционалов качества, наиболее полно соответствующих требованиям их реализуемости. Рассмотрен пример реализации метода наведения на основе этого подхода, и приведены результаты его исследования.

## 1. Введение

Анализ особенностей военно-технического противоборства в воздушно-космической сфере позволяет выделить ряд направлений, существенно влияющих на формирование облика перспективных авиационных радиоэлектронных систем управления (РЭСУ). К этим направлениям, прежде всего, относятся [1]:

- полеты летательных аппаратов (ЛА) со скоростью, превышающей 5 М;
- сложные законы маневрирования со сменой величины и знака производных относительных и абсолютных координат;
- групповое применение как средств нападения, так и защиты.

По совокупности эти особенности предопределяют необходимость разработки более совершенных методов наведения средств поражения и их информационного обеспечения. Возможность решения этих задач во многом зависит от используемого при проектировании метода оптимизации. Основным требованием к используемому аппарату оптимизации является реализуемость полученных методов наведения в условиях заданных ограничений.

В свою очередь, реализуемость обеспечивается как минимум тремя условиями:

- динамическими свойствами носителя, характеризующими его маневренность;

- возможностью формирования оценок всех координат относительного и абсолютного движения цели, используемых в методе наведения;
- ограничениями на величину сигналов управления перехватчиком и точность используемых измерителей.

Сложный характер пространственных перемещений высокоскоростных ЛА-целей предопределяет необходимость учета в законах наведения перехватчиков высоких производных угловых координат относительного движения. В свою очередь, это обуславливает необходимость их оценивания, что является нетривиальной задачей. При этом сложные законы перемещения перехватчиков при наведении предопределяют их функционирование на грани потери устойчивости как процедуры траекторного управления, так и сопровождения.

Групповой полет в плотных боевых порядках требует принятия специальных мер по предотвращению столкновений.

Отсюда следует необходимость формирования законов наведения и сопровождения с нелинейной (кубической) зависимостью от ошибок управления, обеспечивающих увод от опасных границ.

Требование увеличения дальности действия систем перехвата, компенсирующее влияние высокой скорости целей, приводит к качественному уменьшению угловой скорости линии визирования, основного информационного параметра высокоточных методов наведения. В свою очередь это требует использования нестационарных методов наведения [2] при реализации которых вначале устраняются ошибки по направлению, а затем линейные промахи.

Время наведения перехватчиков, как правило, является случайной величиной, и заранее неизвестно. В связи с этим целесообразно использовать варианты локальной оптимизации, минимизирующие целевые функционалы на каждый текущий момент времени.

Однако, с точки зрения реализуемости использование для оптимизации классических методов, основанных на минимизации квадратичных функционалов качества [3-6], вызывает определенные затруднения, обусловленные сложностью формирования оценок производных угловой скорости при измерении только бортового пеленга и неэффективностью увода от опасных границ при линейной зависимости управления от ошибок наведения.

## 2. Оптимизация наведения по квадратично-биквадратным функционалам качества

Более перспективным является использование аппарата оптимизации на основе минимизации квадратично-биквадратных функционалов качества [3, 9], позволяющего учесть все перечисленные выше требования.

Вариант локальной оптимизации на основе этого подхода позволяет для  $n$ -мерной системы

$$(1) \quad \dot{\mathbf{x}}_y(t) = \mathbf{F}_y \mathbf{x}_y(t) + \mathbf{B}_y \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\xi}_y,$$

предназначенной для обработки  $n$ -мерного процесса

$$(2) \quad \dot{\mathbf{x}}_T(t) = \mathbf{F}_T \mathbf{x}_T(t) + \boldsymbol{\xi}_T$$

при наличии  $m$ -мерных ( $m \leq 2n$ ) измерений

$$(3) \quad \mathbf{z}(t) = \mathbf{H} [\mathbf{x}_T^T(t) \quad \mathbf{x}_y^T(t)]^T + \boldsymbol{\xi}_m$$

сформировать  $r$ -мерный ( $r \leq n$ ) вектор сигналов управления

$$(4) \quad \mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T [\mathbf{Q} + 2\mathbf{M}\mathbf{P}] [\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y],$$

оптимальный по минимуму локального функционала

$$(5) \quad I = M_y \left\{ \int_0^t \mathbf{u}^T(t) \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt + (\mathbf{x}_T - \mathbf{x}_y)^T \mathbf{Q} (\mathbf{x}_T - \mathbf{x}_y) + (\mathbf{x}_T - \mathbf{x}_y)^T \mathbf{M} \mathbf{P} (\mathbf{x}_T - \mathbf{x}_y) \right\}.$$

Здесь:  $\mathbf{F}_y$  и  $\mathbf{F}_T$  – матрицы внутренних связей (1) и (2);  $\mathbf{B}_y$  – матрица эффективности управления;  $\mathbf{H}$  – матрица связи (1), (2) с (3);  $\xi_y$ ,  $\xi_T$  и  $\xi_n$  – центрированные векторы шумов состояния и измерений;  $\hat{\mathbf{x}}_y$  и  $\hat{\mathbf{x}}_T$  – оптимальные оценки (1) и (2);  $M_y\{\cdot\}$  – символ операции условного математического ожидания;  $\mathbf{K}$  – матрица штрафов за величину сигналов управления;

$$(6) \quad \mathbf{M} = \left[ (x_T - x_y)_i (x_T - x_y)_j \right]_{i=\overline{1,n}, j=\overline{1,n}}$$

– матрица квадратичных форм ошибок управления;  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{P}$  – матрицы штрафов за точность управления, определяющие в (4) вес линейной

$$(7) \quad \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \mathbf{Q} [\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y]$$

и кубической

$$(8) \quad 2\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \mathbf{M} \mathbf{P} [\hat{\mathbf{x}}_T - \hat{\mathbf{x}}_y]$$

составляющих.

Использование (4) в приложении к носителю [8]

$$(9) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_n &= \omega_n, \varphi_n(0) = \varphi_{n0}; \\ \dot{\omega}_n &= -\frac{1}{T} \omega_n + \frac{b}{T} j_n, \omega_n(0) = \omega_{n0}, \end{aligned}$$

предназначенного для перехвата цели, движущейся по закону [8]

$$(10) \quad \begin{aligned} \dot{\varphi}_c &= \omega_c, \varphi_c(0) = \varphi_{c0}; \\ \dot{\omega}_c &= -\frac{2\dot{D}}{D} \omega_c + \frac{1}{D} (j_c - j_n) + \xi_{\omega_c}, \omega_c(0) = \omega_{c0}, \end{aligned}$$

позволяет при наличии измерений  $\varphi_n = \varphi + \xi_{\varphi_n}$  сформировать сигнал управления

$$(11) \quad j_n = \frac{bq_{21}}{k_j T} \Delta \hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{k_j T} \Delta \hat{\omega} + \frac{2bp_{11}}{k_j T} \Delta \hat{\varphi}^2 \Delta \hat{\omega} + \frac{4bp_{21}}{k_j T} \Delta \hat{\varphi} \Delta \hat{\omega}^2 + \frac{2bp_{22}}{k_j T} \Delta \hat{\omega}^3,$$

оптимальный по минимуму функционала

$$(12) \quad I = M_y \left\{ \int_0^t k_j j_n^2 dt + \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \omega \end{bmatrix}^T \left\{ \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \varphi^2 & \Delta \varphi \Delta \omega \\ \Delta \varphi \Delta \omega & \Delta \omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \right\},$$

где:  $\varphi_n$ ,  $\omega_n$  – угол, характеризующий направление полета перехватчика, и скорость его изменения;  $\varphi_c$ ,  $\omega_c$  – угол визирования цели и угловая скорость линии визирования;  $b$  и  $T$  – коэффициент передачи и постоянная времени носителя;  $\Delta \varphi = \varphi_c - \varphi_n$ ,  $\Delta \omega = \omega_c - \omega_n$ ;  $k_j$  – штраф за величину сигнала управления;  $q_{21}$  и  $q_{22}$  – штрафы за точность линейной части управления (7);  $p_{11}$ ,  $p_{21}$ ,  $p_{22}$  – штрафы за точность кубической части управления (8).

Геометрические соотношения между координатами состояния и траектории движения цели и перехватчиков, использующих различные методы наведения, иллюстрируются рис. 1 и 2.

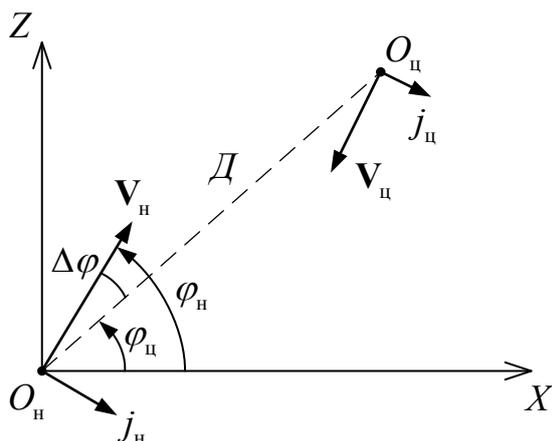


Рис. 1. Геометрические соотношения в системе «цель ( $O_C$ ) – перехватчик ( $O_H$ )».

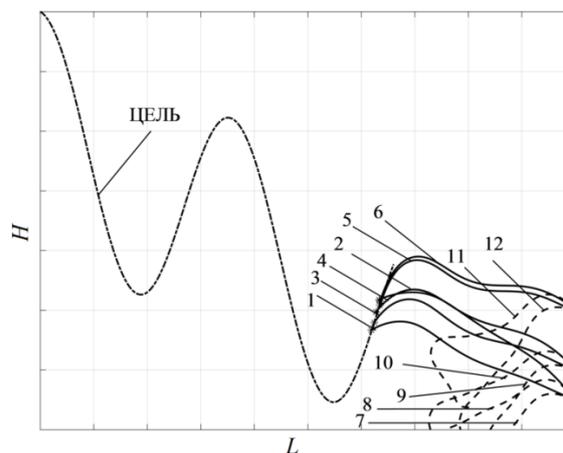


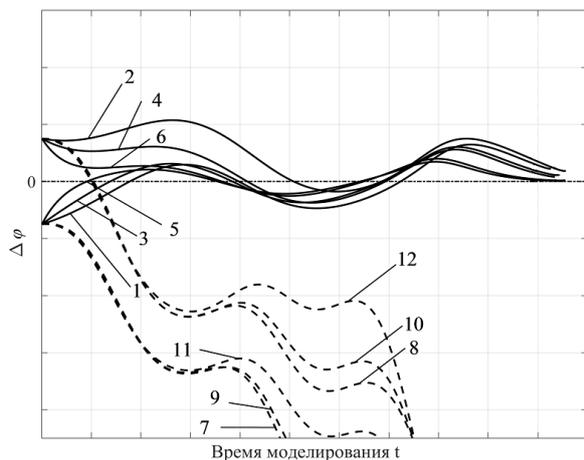
Рис. 2. Траектории движения высокоскоростной цели и перехватчиков.

Анализ (11) позволяет сделать следующие выводы:

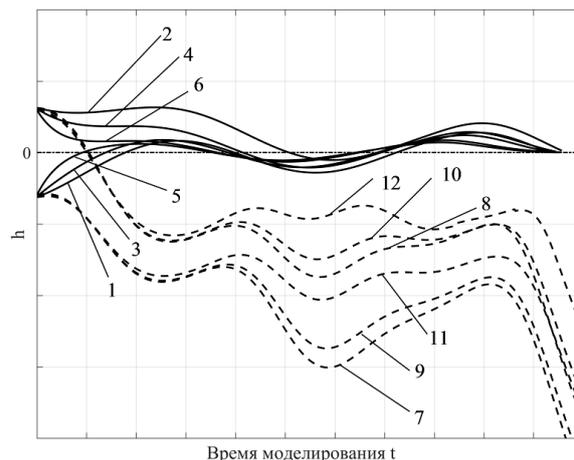
- в состав сигнала управления входят линейная составляющая (7), определяемая первыми двумя слагаемыми, и нелинейная составляющая (8), определяемая третьим, четвертым и пятым слагаемыми;
- сигнал управления зависит не только от ошибок  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\omega$ , но и от их соотношений и сочетаний;
- линейная часть управления определяет его точность при малых значениях  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\omega$ , в то время как при больших значениях основной становятся нелинейные слагаемые, обеспечивая увод от граничных значений  $\Delta\varphi_{\max}$  и  $\Delta\omega_{\max}$ ;
- для формирования сигнала управления не требуется знания производных  $\dot{\omega}$  и  $\ddot{\omega}$ ;
- изменяя состав матрицы  $\mathbf{M}$  (6), можно получить большой набор вариантов управления.

Исследования эффективности (11) проводились в процессе его сравнения с традиционным методом пропорционального наведения  $j_H = N_0(V_C - V_H)\omega_C$  в вертикальной плоскости на встречных курсах при условии  $V_C > V_H$ , цель маневрирует со сменой знака производных  $\omega$ .

В качестве показателей совершенства использовались ошибки наведения по углу  $\Delta\varphi$  и текущий промах  $h$ . На рис. 3 и 4 приведены результаты исследования одного из вариантов перехвата высокоскоростной цели (10), выполняющей маневр «змейка», перехватчиком (9). При этом сплошными линиями показаны траектории перехватчика, реализующего закон (11), при различных начальных условиях, а пунктирными – при использовании традиционного метода пропорционального наведения.



**Рис. 3.** Зависимость текущих ошибок наведения от времени.



**Рис. 4.** Зависимость текущих промахов от времени

Из рисунков следует, что в отличие от традиционного метода система управления при использовании (11) устраняет ошибки наведения по направлению и минимизирует текущие промахи, реализуя высокую точность наведения на высокоскоростную цель, маневрирующую по сложному закону.

### 3. Заключение

Разработанный метод наведения обеспечивает перехват высокоскоростных целей, не накладывая принципиальных ограничений на возможность его реализации ни по требуемой вычислительной производительности, ни по возможности его информационного обеспечения, поскольку для его использования не требуется знания производных угловой скорости линии визирования.

### Список литературы

1. Верба В.С., Меркулов В.И. Проблемы выбора методов оптимизации перспективных авиационных систем радиоуправления // Труды СПИИРАН. 2019. Т. 18, № 3. С. 535-557.
2. Меркулов В.И. Нестационарные методы самонаведения // Вестник ВКО. 2020. № 1. С. 25-39.
3. Меркулов В.И., Верба В.С. Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Книга 1. Теоретические основы построения и разработки. М.: Радиотехника, 2023. 404 с.
4. Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление. М.: Наука, 1992.
5. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С., III. Оптимальное управление системами. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1982. 392 с.
6. Черноушко Ф.А., Калмановский В.Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Наука, 1978.
7. Меркулов В.И., Верба В.С. Синтез и анализ авиационных радиоэлектронных систем управления. Книга 2. Оптимизация методов самонаведения и их информационного обеспечения. М.: Радиотехника, 2023. 364 с.
8. Авиационные системы радиоуправления. Учебник для военных и гражданских ВУЗов / Под ред. В.И. Меркулова. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008. 422 с.
9. Верба В.С., Меркулов В.И., Руденко Е.А. Линейно-кубическое локально-оптимальное управление линейными системами и его применение для наведения летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2020. № 5. С. 129-141.