УДК 517.977.1

НОВЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ КОНСЕНСУСА БЕЗ ПРЯМОЙ КОММУНИКАЦИИ МЕЖДУ АГЕНТАМИ

В.В. Фомичев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК

Россия, 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, факультет ВМК

E-mail: fomichev@cs.msu.ru

А.И. Самарин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК

Россия, 119991 ГСП-1 Москва, Ленинские горы, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2-й учебный корпус, факультет ВМК

E-mail: samarin_aleksei@icloud.com

Ключевые слова: мультиагентные системы, каскадный супер-скручивающий (super-twisting) наблюдатель, управление без коммуникации, консенсус, линейные агенты, нулевая динамика.

Аннотация: В данном докладе рассматривается новый подход к задаче консенсуса в мультиагентных системах, где отсутствует прямая коммуникация между агентами. Основное внимание уделяется методу каскадного супер-скручивающего (super-twisting) наблюдателя, который позволяет агентам эффективно синхронизироваться, опираясь на ограниченную информацию от сенсоров. Подчеркивается, что данный подход обеспечивает сходимость ошибки наблюдения к нулю даже при наличии внешних возмущений и неизвестном управлении соседей, что значительно повышает надежность и эффективность управления в сложных условиях.

1. Введение

В современном мире мультиагентные системы играют ключевую роль в различных областях: робототехника, энергетика, биология [1–3]. Однако агенты в таких системах не всегда имеют возможность обмениваться информацией напрямую. Это может быть вызвано строением агентов, которое не предусматривает обмен сообщениями, или внешними факторами, блокирующими связь.

Задача достижения консенсуса в мультиагентных системах без прямой коммуникации между агентами была решена для систем без внешних возмущений [4, 5]. Для систем с ограниченными внешними возмущениями такой подход приводит к большой ошибке консенсуса. В этом контексте наш доклад представляет новый подход к управлению такими системами. Мы рассмотрим использование каскадного супер-скручивающего (super-twisting) наблюдателя [6] и его применение для обеспечения согласованности и синхронизации агентов в условиях ограниченной информации и внешних возмущений.

2. Постановка задачи

Мы рассматриваем следующую систему из одинаковых SISO агентов произвольного порядка с устойчивой нулевой динамикой:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + B\xi_i, \\ v_i = \frac{1}{|N_i|} \sum\limits_{j \in N_i} (x_i - x_j), \\ y_i = Cv_i, \end{cases} \tag{1}$$

где i – номер агента, $i = 1, \ldots, N$ (мы рассматриваем системы с фиксированным числом агентов); $x_i \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния агента; $u_i \in \mathbb{R}$ – управление агента; $\xi_i \in \mathbb{R}$ – ограниченное возмущение, действующее на агента; $y_i \in \mathbb{R}$ – измеряемый выход агента; $v_i \in \mathbb{R}^n$ – усредненное отклонение вектора состояния агента от соседей; A, B, C – матрицы соответствующих размерностей, образующие наблюдаемую и управляемую систему с устойчивой нулевой динамикой; N_i – множество соседей агента, если множество соседей пусто, то считается, что $v_i = 0$; множествам соседей агентов можно сопоставить граф G, который иногда называют информационным графом мультиагентной системы.

Задача консенсуса состоит в синхронизации состояния агентов, т.е.:

$$\|x_i(t) - x_j(t)\| \to 0, \ \forall i, j.$$

Рассмотрим линейный протокол достижения консенсуса [4]

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + BKz_i + B\xi_i, \\ \dot{z}_i = Az_i + BKz_i + F(Cz_i - y_i), \\ v_i = \frac{1}{|N_i|} \sum\limits_{j \in N_i} (x_i - x_j), \\ y_i = Cv_i, \end{cases} \tag{2}$$

где $z_i \in \mathbb{R}^n$ – вспомогательная система, которую можно считать наблюдателем; K, F – матрицы обратной связи, одинаковые для всех агентов.

Теорема 1. *[4] Пусть граф G содержит остовное направленное дерево. Тогда протокол* (2) *решает задачу консенсуса тогда и только тогда, когда каждая из следующих матриц гурвицева:*

$$\begin{bmatrix} A & BK \\ -\lambda_i FC & A + BK + FC \end{bmatrix}, \ i = 2, \ldots, N \tag{3}$$

где λ_i, $i = 2, \ldots, N$, – ненулевые собственные значения матрицы Лапласа, соответствущей графу G.

Уравнение вспомогательной системы z_i не содержит информации о других агентах кроме y_i, поэтому он называется протоколом без прямой коммуникации. Это отличает его от стандартных протоколов консенсуса, например [7], в которых соседям передается информация о состоянии наблюдателя или о управлении. Например, при движении в колонне автомобилей протокол без коммуникации использует только относительное расстояние между автомобилями, а протокол с коммуникацией требует передачу информации о скорости и ускорении между автомобилями.

Линейный протокол позволяет достичь консенсуса в системе без внешних возмущений (когда $\xi_i \equiv 0$), но когда внешние возмущения есть, то применение протокола ведет к большой ошибке консенсуса. Поэтому мы хотим использовать каскадный суперскручивающий наблюдатель, чтобы уменьшить ошибку консенсуса.

3. Основной результат

Вернемся к системе (2) и рассмотрим ошибку наблюдения $e_i = v_i - z_i$.

$$\dot{e}_i = (A + FC)e_i - BK\frac{1}{|N_i|}\sum_{j\in N_i} z_j + B\frac{1}{|N_i|}\sum_{j\in N_i}(\xi_i - \xi_j), \tag{4}$$

на ошибку e_i влияют внешнее возмущение и неизвестное управление других агентов. Обозначим их сумму как f_i:

$$\begin{cases} \dot{e}_i = (A + FC)e_i + Bf_i, \\ y_i^e = Ce_i. \end{cases} \tag{5}$$

Основная идея нового подхода состоит в том, чтобы использовать каскадный суперскручивающий наблюдатель для системы (5). Это возможно, так как f_i будет ограничена мажорантой, начиная с определенного момента времени. Обозначим значение каскадного наблюдателя как $\hat{e}_i$, а реализацию каскадного наблюдателя через оператор $S_{\sigma,\mu}$, входом для которого будет y_i^e, а выходом $\hat{e}_i$:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + BKz_i + B\xi_i, \\ \dot{z}_i = Az_i + BKz_i + F(Cz_i - y_i), \\ v_i = \frac{1}{|N_i|}\sum\limits_{j\in N_i}(x_i - x_j), \\ y_i = Cv_i, \\ e_i = v_i - z_i, \\ y_i^e = Ce_i, \\ \hat{e}_i = S_{\sigma,\mu}(Ce_i). \end{cases} \tag{6}$$

Об условиях сходимости каскадного наблюдателя говорит следующая теорема

Теорема 2. *Пусть для системы* (6) *выполнены предположения:*

- *для матриц F, K выполняется условие* (3)
- *ξ_i – ограниченные помехи с общей для всех агентов мажорантой*

- *матрица* $A + BK + FC$ *гурвицева*
- *матрица* $A + FC$ *гурвицева*
- *система* (A, B, C) *обладает устойчивой нулевой динамикой*

Тогда существует каскадный наблюдатель $S_{\sigma,\mu}$, *одинаковый для всех агентов, такой что значение каскадного наблюдателя* $\hat{e}_i$ *дает асимптотически точную оценку для* $e_i = v_i - z_i$.

Таким образом, получив оценку для e_i, можно получить асимптотически точную оценку для v_i:

$$\hat{v}_i = \hat{e}_i + z_i.$$

Тогда полученную оценку можно использовать в управлении. Об этом говорит следующее следствие:

Следствие 1. *Пусть для системы* (7) *выполняются условия теоремы 2. Пусть дополнительно функция* g *ограниченна известной мажорантой. Тогда существует каскадный наблюдатель* $S_{\sigma,\mu}$, *одинаковый для всех агентов, такой что значение каскадного наблюдателя* $\hat{e}_i$ *дает асимптотически точную оценку для* $e_i = v_i - z_i$.

$$(7) \qquad \begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + B(Kz_i + g(\hat{v}_i)) + B\xi_i, \\ \dot{z}_i = Az_i + BKz_i + F(Cz_i - y_i), \\ v_i = \frac{1}{|N_i|} \sum\limits_{j \in N_i} (x_i - x_j), \\ y_i = Cv_i, \\ e_i = v_i - z_i, \\ y_i^e = Ce_i, \\ \hat{e}_i = S_{\sigma,\mu}(y_i^e), \\ \hat{v}_i = \hat{e}_i + z_i. \end{cases}$$

4. Моделирование

Покажем на примере конкретной системы работу нового подхода. Пусть мультиагентная система состоит из пяти агентов. Информационный граф системы изображен на рис. 1 слева.

Рассмотрим систему (7) со следующими параметрами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} -18.292 & -47.217 & -35.483 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} -50.009 \\ -32.640 \\ -45.849 \end{bmatrix}.$$

В качестве помехи выберем периодический сигнал, состоящий из синусов и косинусов:

$$(8) \qquad \xi_i(t) = \sum_{n=0}^{5} a_{ni} \cos 2nt + \sum_{n=0}^{5} b_{ni} \sin(2n+1)t,$$

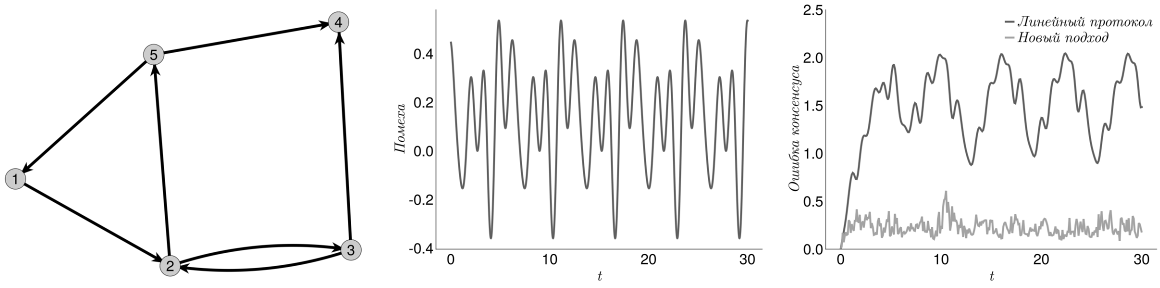

Рис. 1. Информационный граф системы

где где коэффициенты a_{ni}, b_{ni} выбираются случайно для каждого агента, но их сумма ограничена: $(\sum_{n=0}^{5} |a_{ni}| + \sum_{n=0}^{5} |b_{ni}|) \leqslant 1$. Пример возможной помехи изображен на рис. 1 в центре.

В качестве ограниченного управления g мы выбрали $g(\hat{v}_i) = sat(K(\hat{v}_i - z_i))$, где

$$sat(x) = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ x, & -1 \leqslant x \leqslant 1 \\ -1, & x < -1 \end{cases}$$

Сравнение ошибки консенсуса для линейного протокола и нового подхода с использованием каскадного наблюдателя изображено на рис. 1 справа. Моделирование демонстрирует значительное сокращение ошибки консенсуса. Мы дополнительно провели 1000 экспериментов с разными коэффициентами a_{ni}, b_{ni} (8). Результаты эксперимента приведены в таблице.

Таблица 1. Среднее отношение нормы ошибки консенсуса к норме помехи на основе 1000 экспериментов.

Линейный протокол	Новый подход
3.04	0.33

Список литературы

1. Davison E.J., Aghdam A.G., Miller D.E. Decentralized Control of Large-Scale Systems. New York, NY: Springer, 2020.
2. Dorri A., Kanhere S.S., Jurdak R. Multi-Agent Systems: A Survey // IEEE Access. 2018. Vol. 6. P. 28573–28593.
3. Hamann H. Swarm Robotics: A Formal Approach. Cham: Springer, 2018.
4. Zhao Y., et al. A New Observer-Type Consensus Protocol for Linear Multi-Agent Dynamical Systems // Asian J Control. 2013. Vol. 15, No. 2. P. 571–582.
5. Li X., Soh Y.C., Xie L. Output-feedback protocols without controller interaction for consensus of homogeneous multi-agent systems: A unified robust control view // Automatica. 2017. Vol. 81. P. 37–45.
6. Fomichev V.V., Vysotskii A.O. Algorithm for Designing a Cascade Asymptotic Observer for a System of Maximal Relative Order // Diff Equat. 2019. Vol. 55, No. 4. P. 553–560.
7. Zhongkui Li et al. Consensus of Multiagent Systems and Synchronization of Complex Networks: A Unified Viewpoint // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 2010. Vol. CS-57, No. 1. P. 213–224.