УДК 629.7

# УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ БЛА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СТРОЯ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

**В.П. Харьков**
*Научно-производственное объединение НаукаСофт*
Россия, 129085, Москва, ул. Годовикова, 9, стр. 3
E-mail: charkovvp@rambler.ru

**О.С. Халютина**
*Научно-производственное объединение НаукаСофт*
Россия, 129085, Москва, ул. Годовикова, 9, стр. 3
E-mail: okhalutina@naukasoft.ru

**Ключевые слова:** строй БЛА, нелинейные системы, синтез управления, метод обратных задач динамики, фиксированное время окончания процесса.

**Аннотация:** Рассмотрена задача формирования заданной пространственной топологии группы БЛА за фиксированное время. Синтез управления выполнен на основе концепции обратных задач динамики, что позволило придать замкнутой системе требуемые свойства. Приведен пример синтеза управления скоростью полета БЛА, обеспечивающей окончание процесса формирования за заданное время.

## 1. Введение

Формирование строя заданной конфигурации представляет собой достаточно сложную научно-техническую задачу. Это обусловлено следующими основными аспектами. Во-первых, в процессе построения строя произвольной топологии необходимо синтез управления выполнять в реальном масштабе времени с учетом обеспечения безопасного перемещения отдельных БЛА и с выдерживанием основного тренда требуемой траектории движения. Во-вторых, необходимо формирование строя завершить за одно и то же заданное время для всех БЛА. Если учесть, что их начальные расположения могут существенно различаться, то требуемые траектории движения при построении заданной топологии должны удовлетворять условию реализуемости. Следующей проблемой при решении данной задачи является выбор метода синтеза управления или стратегии управления, учитывающей в явном виде перечисленные особенности.

Традиционные методы синтеза управления [1, 2] не позволяют в полной мере использовать их из-за нелинейного характера описания математической модели объекта управления и сложности представления стратегии управления в виде явной функции координат состояния и цели управления.

Анализ методов управления и процедур принятия решений показывает, что наиболее целесообразно использовать метод синтеза, основанный на концепции обратных задач динамики при формировании топологии строя в реальном масштабе времени.

## 2. Основные соотношения метода

Пусть дана управляемая и наблюдаемая динамическая система, математическая модель которой представляется дифференциальным оператором

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(a, x, u, t, \varphi), \tag{1}$$

где $x(t) = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$ – $n$-мерный вектор состояния системы; $a$ – $r$-мерный вектор параметров; $u(t) = (u_1, u_2, \ldots, u_m)^{\mathrm{T}}$ – $m$-мерный вектор управляющих функций; $\varphi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t), \ldots, \varphi_n(t))^{\mathrm{T}}$ – контролируемые внешние возмущающие воздействия, являющиеся заданной функцией времени, принадлежащие пространству $L_2$; вектор функция $f(a, x, u, t, \varphi)$ предполагается непрерывной и непрерывно дифференцируемой по совокупности переменных $x$, $u$, $\varphi$.

Требуется найти такое управление $u(t)$, которое обеспечивает экстремальное значение функционалу качества вида:

$$J = \int_{t_0}^{t_k} L[x(t), y_{\text{ж}}(t), u(t), t]dt + S_k[x(t_k)]. \tag{2}$$

Здесь $L(x, u, t)$ – скалярная неотрицательная функция, $S_k[x(t_k)]$ – терминальное слагаемое целевого функционала. Время $t_k$ окончания маневра может быть заданным или быть свободным. На соотношение координат $x(t)$, $y_{\text{ж}}(t)$ накладываются соотношения вида:

$$F(x, y_{\text{ж}}) = 0. \tag{3}$$

Если под действием возмущений или при ненулевых начальных условиях соотношение (3) не выполняется, то управляемый объект в силу наличия его инерционности будет стремиться к этой гиперповерхности согласно выражению:

$$\lim_{t \to \infty} F(x, y_{\text{ж}}) = 0. \tag{4}$$

В выражениях (3) и (4) функции $F(x, y_{\text{ж}})$ – $m$-мерная векторная функция, непрерывно дифференцируемая по своим аргументам. В общем случае можно считать, что закон стремления к нулю функция $F(x, y_{\text{ж}})$ в (4) удовлетворяет решению уравнения

$$\psi_1[\lambda_i, \dot{F}(x, y_{\text{ж}}), \ddot{F}(x, y_{\text{ж}}), \ldots, F^{(k)}(x, y_{\text{ж}})] = \psi_2[\beta, F(x, y_{\text{ж}})],\ i = \overline{1, k}, \tag{5}$$

где $\lambda, \beta$ – произвольные постоянные числа, обеспечивающие устойчивость решения (5),

$\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$ – $m$–мерные в общем случае нелинейные векторные функции, однако во многих технических приложениях функции $\psi_1(\cdot)$ и $\psi_2(\cdot)$ в уравнении (5) можно описать следующими соотношениями:

$$\psi_1(\cdot) = F^{(k)}(x, y_{\text{ж}}) + \lambda_{k-1}F^{(k-1)}(x, y_{\text{ж}}) + \cdots + \lambda_1\dot{F}(x, y_{\text{ж}}),$$
$$\psi_2(\cdot) = \beta_0 F(x, y_{\text{ж}}) \text{ либо } \psi_2(\cdot) = \beta_0 F(x, y_{\text{ж}}) + \beta_2 F^3(x, y_{\text{ж}}).$$

Обозначим $\lambda_0 = \beta_0$, тогда уравнение (5) можно переписать:

(6) $$F^{(k)}(x, y_ж) + \lambda_{k-1} \cdot F^{(k-1)}(x, y_ж) + \dots + \lambda_0 \cdot F(x, y_ж) = 0.$$

Для определенности полагаем, что функция $F(\cdot)$ имеет вид гиперплоскости:

(7) $$F(x, y_ж) = x_1(t) - y_{ж1}(t).$$

С учетом модели (1) и (7) уравнение (6) запишем в виде:

(8) $$B_l + \lambda_{l-1} B_{l-1} + \ldots + \lambda_1 B_1 + \lambda_0 F(x, y_ж) = \sum_{j=1}^{l} \gamma_j,$$

где $B_1 = Id(F(x, y_ж))$;
$B_2 = Id(Id(F(x, y_ж))) = Id(B_1)$;
$\dots$
$B_l = Id(Id(Id \dots Id(F(x, y_ж)) \dots)) = Id(B_{l-1})$;
$Id(\cdot)$ – оператор дифференцирования, определяемый в виде:

$$Id(F(x, y_ж)) = \frac{d}{dt} F(x, y_ж) = F'_x f(x, y);$$
$$\dots$$
$$\gamma_j = \lambda_j y_ж^{(j)}, \quad j = 1, 2, \dots, l.$$

Таким образом, закон управления, удовлетворяющий условию (3), определяется решением уравнения (5) относительно искомой функции $u(t)$. Для нахождения управления в некоторых случаях может быть предложен способ, не требующий явного разрешения уравнения (5) относительно $u(t)$. Обозначим:

$$Q(x, u, \dots, u^{(l-1)}) = \sum_{j=1}^{l} (\lambda_j B_j - \gamma_j) + \lambda_0 F(x, y_ж),$$

тогда

(9) $$Q'(x, u, \dots, u^{(l-1)}) = \frac{\partial Q}{\partial x} f(x, u) + \sum_{j=0}^{l-1} \frac{\partial Q}{\partial u^{(j)}} u^{(j+1)}.$$

Если существует $\partial Q^{-1} / \partial u^{l-1}$, то уравнение (5) перепишется в виде:

$$u^{(l-1)} + \alpha_{l-2} u^{(l-2)} + \ldots + \alpha_1 u = -\left(\frac{\partial Q}{\partial u^{l-1}}\right)^{-1} \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right) f(x, u).$$

Представим векторное уравнение $l$-порядка в форме Коши:

(10) $$\dot{\hat{u}}(t) = \hat{b} \hat{u}(t) + \hat{G} \hat{z}(t),$$

где $\hat{b}$ – числовая матрица, записанная в форме матрицы Фробениуса, причем ненулевые элементы последних $m$ строк составлены из матриц $\alpha_j$, $j = 1, 2, \dots, l-1$; $\hat{G}$ – матрица, определяемая параметрами системы и коэффициентами $\lambda_j$; $\hat{z}(t)$ –

правая часть исходного уравнения, $\hat{u}(t)$ – вектор размерности $(m \cdot l)$, первые $m$ компонент которого и определяют искомое управление.

Таким образом, если начальное управление $u(t_0)$ выбрано так, что $F(x, y_ж) = 0$. то решение $\hat{u}(t)$ уравнения (10) удовлетворяет в каждый момент времени уравнению (3). Естественно, что описанные способы вычисления управления $u(t)$ обеспечивают выполнения условия (3).

Следует отметить, что если функция $\psi_2$ выбрана в виде $\psi_2(\cdot) = \beta_0 \cdot F(x, y_ж)$, то замкнутая система управления описывается линейным дифференциальным уравнением вида $dx/dt = A_\lambda x(t) + Dy_ж$. Следовательно при $y_ж = \mathrm{const}$ можно получить аналитические выражения для $x(t)$ и естественно для $u(t)$ как функций, зависящих от коэффициентов $\lambda_j$, $j = 0, 1, \ldots, k$. Подставляя их в функционал (2), получаем скалярную функцию, аргументами которой являются коэффициенты $\lambda_j$. Значения этих коэффициентов определяются из необходимых условий экстремума скалярной функции многих переменных $dI/d\lambda_j = 0$, $j = 0, 1, \ldots, k$.

## 3. Синтез управления при формировании строя БЛА

Будем полагать, что стратегия управления, под которой понимается организация управления между отдельными БЛА, является иерархической [3, 4], а маневрирование БЛА при формировании строя осуществляется в горизонтальной плоскости. Тогда процедуру синтеза управления представляется в виде совокупности двух процедур:

– синтез управления маневрированием БЛА в горизонтальной плоскости;

– синтез управления скоростью полета, обеспечивающей заданное время формирования строя требуемой топологии.

Рассмотрим задачу управления скоростью полета или временем полета, полагая при, что маневрирование связано либо с полетом по прямой, либо с полетом с постоянным креном.

Модель движения каждого БЛА в скоростной системе координат примем в виде:

$$\dot{V}(t) = g(n_x - \sin\Theta),$$
$$\dot{\Theta}(t) = \frac{g}{V}(n_y - \cos\Theta),$$
$$\dot{L}(t) = V \cdot \cos\Theta.$$

В соответствии с методом обратной задачи динамики, функцию рассогласования выберем в виде:

$$F(t) = L_{зад}(t) - L(t),$$

где $L_{зад}(t)$ – дальность до точки $x(t_k)$ в момент времени $t$, $L(t)$ – дальность, которую может пролететь ЛА за время $t_k - t$ со скоростью $V(t)$.

Смысл ограничения $F(t)$ поясним на рис. 1.

Учитывая, что управляющим сигналом при изменении скорости полета является продольная перегрузка, то заданная скорость полета преобразуется к виду:

$$\ddot{F}(t) + \lambda_1 \dot{F}(t) + \lambda_0 F(t) = 0.$$

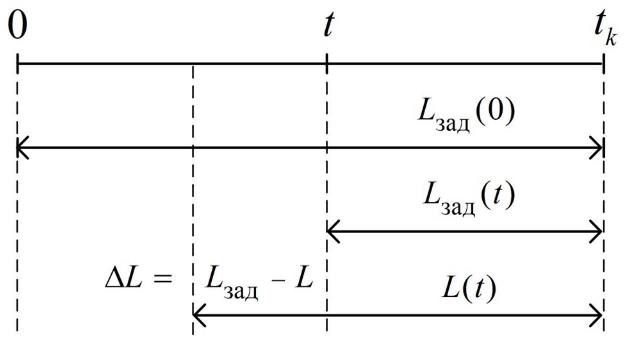


Рис. 1. Интерпретация задачи управления

Подставляя первое и третье уравнение системы (1) в (4), получаем:

$$-g(n_x - \sin\Theta) + \lambda_1(W_{зад} - W) + \lambda_0(L_{зад} - L) = 0.$$

Тогда сигнал управления будет определяться выражением:

$$n_{xзад} = -\sin\Theta - \frac{\lambda_0}{g}(W\Delta t - L_{зад}) - \frac{\lambda_1}{g}(W - W_{зад}).$$

Значения параметров $\lambda_0$ и $\lambda_1$ зависят от энергетических возможностей летательного аппарата и могут быть равны: $\lambda_0 \cong 0,001C^{-2}$, $\lambda_1 = (0,03 \div 0,15)C^{-1}$.

# 4. Заключение

Синтез алгоритмов управления на основе концепции обратных задач динамики позволяют учесть функциональные особенности объекта непосредственно в законе управления. Замкнутая система управления обладает требуемыми свойствами, позволяющими завершить процесс построения требуемой топологии строя за требуемое время.

# Список литературы

1. Оптимизация радиоэлектронных систем управления. Методы и алгоритмы синтеза оптимального управления. Часть 1. Классификация методов решения задач оптимального управления. Метод динамического программирования. Принцип максимума Понтрягина / В.С.Верба, С.Г.Капустян, В.И.Меркулов, В.П.Харьков // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. Т. 10, № 12. С. 3–16.
2. Авиационные системы радиоуправления. Т. 3 / Под ред. А.И.Канащенкова, В.И.Меркулова. М.: Радиотехника, 2004. 317 с.
3. Меркулов В. И. Оптимизация коллективного управления группой беспилотных летательных аппаратов / В.И.Меркулов, В.П.Харьков, Н.Н.Шамаров // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2012. Т. 10, № 7. С. 3–8.
4. Патент № 2249540 РФ, МПК B64C 13/18, G05D 1/00. Способ управления полетом самолета / Петров В.М., Воробьев А.В., Куликов В.Е., Харьков В.П.; заяв. МНПК «Авионика». 2005. 9 с.
5. Харьков В.П. Адаптивное управление динамическими системами на основе обратных задач динамики / В. П. Харьков // Известия РАН. Теория и системы управления. 1994. № 4. С. 256.
6. Харьков В. П. Структурно-параметрический метод синтеза управления динамическими системами / В. П. Харьков // Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 2.