УДК 533.69.048

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗЛИЧНОЙ СЛОЖНОСТИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЛЕТНЫХ ИСПЫТАНИЙ САМОЛЕТА

Д.А. Алиева
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.Жуковского (ФАУ «ЦАГИ»)
Россия, 140180, Московская область, Жуковский, ул. Жуковского, 1
E-mail: diana.alieva@tsagi.ru

С.Г. Баженов
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.Жуковского (ФАУ «ЦАГИ»)
Россия, 140180, Московская область, Жуковский, ул. Жуковского, 1
E-mail: sergey.bazhenov@tsagi.ru

М.Е. Сидорюк
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.Жуковского (ФАУ «ЦАГИ»)
Россия, 140180, Московская область, Жуковский, ул. Жуковского, 1
E-mail: mariya.sidoryuk@tsagi.ru

А.Н. Храбров
Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.Жуковского (ФАУ «ЦАГИ»)
Россия, 140180, Московская область, Жуковский, ул. Жуковского, 1
E-mail: aleksandr.khrabrov@tsagi.ru

Ключевые слова: самолет, аэродинамические характеристики, летные испытания, идентификация, линейная регрессия, нелинейные характеристики, аэродинамический гистерезис

Аннотация: Представлен опыт применения различных методов идентификации для формирования математических моделей аэродинамических характеристик самолета по результатам летных испытаний. Рассматриваются модели различной сложности – от линеаризованной модели, основанной на понятии аэродинамических производных, до многомерной нелинейной нестационарной динамической модели, учитывающей аэродинамический гистерезис. Описана методика интеграции двух подходов к оценке аэродинамических характеристик самолета по результатам летных испытаний, которые используют дополнительные дифференциальные уравнения и метод сеточного наполнения.

1. Введение

При создании нового самолета одной из важнейших задач является разработка его математической модели, в рамках которой самой сложной является построение модели его аэродинамических характеристик (АДХ). Существуют три основных метода формирования математической модели аэродинамических характеристик самолета:

- расчет аэродинамических характеристик методами вычислительной аэродинамики (CFD – Computational Fluid Dynamics);
- экспериментальные исследования моделей самолетов в аэродинамических трубах (АДТ);
- идентификация АДХ самолета по результатам летных испытаний.

Объединение достоинств этих методов в рамках единого подхода может иметь значительный синергетический эффект, поскольку они будут взаимно дополнять друг друга. Это может быть эффективно реализовано при построении единой математической модели АДХ самолета.

2. Основные этапы и методы идентификации АДХ

Существуют следующие этапы определения АДХ из летных испытаний.

a) Коррекция записей параметров полета и их синхронизация.

b) Коррекция перегрузок для получения их значений в центре тяжести самолета.

Для вектора ускорений **a** в произвольной точке с радиус-вектором **r**:

$$\mathbf{a} = \frac{d}{dt}\mathbf{V} = \frac{d}{dt}\left(\mathbf{V}_{\text{цт}} + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]\right) = \mathbf{a}_{\text{цт}} + [\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}] + \left[\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]\right],$$

где $\mathbf{V}$, $\mathbf{V}_{\text{цт}}$ – вектор скорости в рассматриваемой точке и в центре тяжести; $\mathbf{a}_{\text{цт}}$ – вектор ускорения в центре тяжести; $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ – векторы угловых скорости и ускорения самолета.

c) Анализ кондиционности входной информации и ее коррекция.

Для оценки кондиционности входных данных могут использоваться соотношения:

$$\vartheta = \alpha + \theta,$$

$$\vartheta = \int (\omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma)dt,$$

$$\gamma = \int [\omega_x - tg\vartheta(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma)dt\,, \ldots$$

где $\vartheta, \alpha, \theta, \gamma$ – углы тангажа, атаки, наклона траектории и крена соответственно; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$– угловые скорости крена, рыскания и тангажа.

d) Расчет коэффициентов сил и моментов, действующих на самолет.

По записям летных испытаний восстанавливаются коэффициенты аэродинамической подъемной силы c_{ya} и момента тангажа, действующих на самолет, с помощью выражений:

$$\text{c}_{ya} = \frac{mg}{qS}(n_y \cos\alpha + n_x \sin\alpha), m_z = \frac{I_{zz}}{qSb_a}\frac{d\omega_z}{dt}.$$

e) Идентификация аэродинамических производных методом линейной регрессии.

Наиболее распространенными являются подходы, основанные на методе наименьших квадратов и методе максимального правдоподобия [1-3]. Коэффициент момента тангажа представляется в виде:

$$m_z = m_z^{\alpha}\alpha + m_z^{\delta_{\text{в}}}\delta_{\text{в}} + m_z^{\varphi}\varphi + m_z^{\overline{\omega}_z}\overline{\omega}_z + m_z^{\dot{\alpha}}.$$

Коэффициенты разложения векторов c_{ya} и m_z по базисным векторам α, ω_z, $\delta_{\text{в}}$, …, т.е. параметры $m_z^{\alpha}, m_z^{\delta_{\text{в}}}, \ldots$ определяются так, чтобы норма рассогласования исходных векторов и их разложения была минимальна. Эта задача решается хорошо известными методами линейной алгебры. В общем виде она часто оказывается неразрешимой, поскольку векторы $\dot{\alpha}$, α, ω_z, φ, $\delta_{\text{в}}$ являются линейно зависимыми как из-за наличия дифференциальных связей, так и вследствие алгоритмов высокоавтоматизированных систем управления. Для того чтобы задача стала разрешимой, необходимо использовать в качестве вектора линейную комбинацию параметров (обычно $\dot{\alpha}$ и ω_z). В результате идентификации получаем линейную комбинацию $m_z^{\bar{\omega}_z}$и $m_z^{\dot{\alpha}}$.

f) <u>Идентификация параметров одномерной нелинейной модели аэродинамических сил и моментов самолета (1-D идентификация).</u>

Следующим этапом является идентификация нелинейных зависимостей. Наибольший интерес представляет определение зависимостей коэффициентов подъемной силы и момента тангажа от угла атаки. Нелинейная модель коэффициентов сил и моментов представляется в виде:

$$m_z(t) = m_z(\alpha(t)) + m_z^{\delta_{\text{в}}}\,\delta_{\text{в}}(t) + m_z^{\varphi}\,\varphi(t) + m_z^{\bar{\omega}_z}\,\bar{\omega}_z(t) + m_z^{\dot{\alpha}}.$$

Используя данные идентификации параметров линейной модели и данные банка АДХ, легко получить $c_{ya}(\alpha(t))$ и $m_z(\alpha(t))$. Они представляются в виде табличных функций. Для табличных значений c_{ya_n} и m_{z_n}составляем системы линейных уравнений, исходя из траектории движения:

$$A_{c_{ya}}\,[c_{ya\,1},\dots c_{ya\,N}]^T = B_{c_{ya}} \text{ и } A_{m_z}\,[m_{z1},\dots m_{zN}]^T = B_{m_z}.$$

Количество переменных значительно меньше, чем число уравнений. Потребуем, чтобы норма вектора рассогласования была минимальна: $||A_{c_{ya}}\,[c_{ya\,1},\dots c_{ya\,N}]^T - B_{c_{ya}}|| - \min$ и $||A_{m_z}\,[m_{z1},\dots m_{zN}]^T - B_{m_z}|| - \min$. Эта известная задача решается методами линейной алгебры.

g) <u>Идентификация многомерных АДХ методом сеточного заполнения (N-D идентификация).</u>

Большой интерес представляют методы идентификации многомерных аэродинамических характеристик, которые позволяли бы реализовать накопление данных и обновление результатов при обработке данных новых полетов. Пусть имеется многомерная функция от N переменных – $y = f(x_1,\dots,x_N)$. Для каждой переменной есть диапазон изменения – $x_1 \in [x_{1\,\min}, x_{1\,\max}],\dots,x_N \in [x_{N\,\min}, x_{N\,\max}]$. Области изменения функции и входных переменных образуют (N+1) − мерный куб. При выполнении испытаний получаем реализацию – траекторию в пространстве размерности N+1 – $(y(t_k), x_1(t_k),\dots,x_N(t_k))$. При наличии многих испытаний соответствующие траектории заполняют область существования и изменения искомой функции и могут быть использованы для ее определения. Для накопления и использования информации, полученной в процессе испытаний, многомерный куб, объединяющий области изменения и определения функции, покрывается сеткой:

$$(y_1 = y_{\min}, y_2,\dots,y_{M_y} = y_{\max}),$$
$$(x_{1,1} = x_{1\,\min}, x_{1,2},\dots,x_{1,M_1} = x_{1\,\max}),$$
$$\dots$$
$$(x_{N,1} = x_{N\,\min}, x_{N,2},\dots,x_{N,M_N} = x_{N\,\max}).$$

На узлах сетки определяется функция присутствия, характеризующая, насколько часто и близко фазовые траектории проходят мимо данного узла. При прохождении траектории мимо узла сетки этот факт фиксируется, значение функции присутствия повышается на величину, зависящую от близости прохождения траектории мимо узла. В частности, для N-мерного случая можно использовать следующие выражения для приращения функции присутствия:

$$w_{i_y,i_1,\dots,i_N}(t_k) = w_{i_y,i_1,\dots,i_N}(t_{k-1}) + w_{i_y}\prod_{i=1}^{N} w_{i,j_i},$$

$$\begin{cases} w_{i_y} = 1 - \dfrac{y(t_k) - y_{i_y}}{y_{i_y+1} - y_{i_y}},\ w_{i_y+1} = \dfrac{y_{i_y+1} - y(t_k)}{y_{i_y+1} - y_{i_y}}, \text{при } y_{i_y} \le y(t_k) < y_{i_y+1}; \\ w_{j_y} = 0, \text{для остальных узлов,} \end{cases}$$

$$\begin{cases} w_{1,j_1} = 1 - \dfrac{x_1(t_k) - x_{1,j_1}}{x_{1,j_1+1} - x_{1,j_1}},\ w_{1,j_1+1} = \dfrac{x_{1,j_1+1} - x_1(t_k)}{x_{1,j_1+1} - x_{1,j_1}}, \text{при } x_{1,j_1} \le x(t_k) < x_{1,j_1+1}; \\ w_{1,k_1} = 0, \text{для остальных узлов,} \end{cases}$$

...

$$\begin{cases} w_{N,j_N} = 1 - \dfrac{x_N(t_k) - x_{N,j_N}}{x_{N,j_N+1} - x_{N,j_N}},\quad w_{N,j_N+1} = \dfrac{x_{N,j_N+1} - x_N(t_k)}{x_{N,j_N+1} - x_{N,j_N}}, \text{при } x_{N,j_N} \le x(t_k) < x_{N,j_N+1}, \\ w_{N,k_N} = 0, \text{для остальных узлов} \end{cases}$$

После выполнения ряда полетов узлы сетки, непосредственно примыкающие к фазовым траекториям, становятся заполненными. Фактически это определяет распределение вероятности значений функции y в зависимости от значений параметров $x_1, x_2, \dots, x_N$, что позволяет найти математическое ожидание значения функции в узлах сетки. Для этого можно воспользоваться обычным выражением:

$$y_{i_1,\dots,i_N} = \frac{\sum_{i_y} y_{i_y} w_{i_y,i_1,\dots,i_N}}{\sum_{i_y} w_{i_y,i_1,\dots,i_N}}.$$

В результате обработки ряда полетов и заполнения узлов сетки области определения функции можно получить идентифицированные аэродинамические характеристики в виде многомерных таблиц, которые могут быть использованы в соответствующих интерполяционных функциях. Эти табличные функции имеют обычную структуру, что дает возможность их коррекции и дальнейшего использования в приложениях различной критичности.

h) Идентификация нестационарных АДХ.

Важным достоинством метода многомерного сеточного наполнения является возможность идентификации нестационарных аэродинамических характеристик $c_{ya} = c_{ya}(\alpha(t)), m_z = m_z(\alpha(t))$, которые априори являются многомерными нелинейными функциями и, кроме того, обладают динамическими свойствами, т.е. в общем случае описываются дифференциальными уравнениями. Простейшей математической моделью, которая учитывает такие свойства аэродинамических характеристик и может быть напрямую идентифицирована по результатам летных испытаний, является нелинейная функция $y = f(x, \dot{x})$, которая может быть получена методом заполнения двумерной сетки. Таким образом, можно получить зависимости $c_{ya} = c_{ya}(\alpha, \dot{\alpha}), m_z = m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ для дальнейшего применения при математическом и стендовом моделировании динамики самолета на больших углах атаки. Более того, возможна интеграция этого метода и модели Гомана-Храброва нелинейных нестационарных АДХ, в которой используются дополнительные дифференциальные уравнения для моделирования динамики перестроения обтекания [4]. Модель продольных аэродинамических характеристик имеет следующий вид:

$$c_{ya} = P_{cy}^0(\alpha) + P_{cy}^1(\alpha) X_{cy}(\alpha, \dot{\alpha}) + c_y^{\delta}\delta_{\text{в}},$$

$$m_z = P_{mz}^0(\alpha) + P_{mz}^1(\alpha) X_{mz}(\alpha, \dot{\alpha}) + m_z^{\delta}\delta_{\text{в}},$$

$$\tau_1^i \frac{b_a}{V_0}\frac{dX_i}{dt} + X_i = X_i^0(\alpha, \dot{\alpha}),$$

$$X_i^0 = 0.5\left\{1 - \tanh(a_1^i(\alpha - \tau_2^i \frac{b_a}{V_0}\dot{\alpha} - \alpha_i^*))\right\}, i = c_y, m_z.$$

где $P_{cy}^0(\alpha), P_{cy}^1(\alpha), P_{mz}^0(\alpha), P_{mz}^1(\alpha)$ – аппроксимационные полиномы, X_i – внутренние переменные системы, X_i^0 – их статические значения, $\tau^i_{\ 1}, \tau^i_{\ 2}$– постоянные запаздывания.

После идентификации параметров и формирования Simulink моделей аэродинамических характеристик они могут быть использованы для расчетов коэффициентов момента тангажа в расширенном диапазоне изменения параметров α и $\dot{\alpha}$ методом сеточного наполнения. Это позволяет напрямую использовать эти зависимости в Simulink моделях самолета в виде «LUT» функций при моделировании динамики самолета.

i) Идентификация нелинейных АДХ с помощью генетических алгоритмов.

Зависимости $c_{ya}(\alpha), m_z(\alpha)$ представляются в виде функций на сетке, которые можно рассматривать как набор генов. Генетические алгоритмы являются современным направлением нелинейной оптимизации, которые могут быть использованы для определения нелинейных АДХ.

3. Заключение

Представлен набор методов и средств для согласования данных и идентификации аэродинамических характеристик самолета из летных испытаний. Интеграция этих методов в рамках единого подхода может иметь значительный синергетический эффект, позволяя реализовать достоинства разных методов при построении единой математической модели АДХ самолета. Разработан подход к идентификации нелинейных нестационарных аэродинамических характеристик самолета, объединяющий достоинства метода, использующего дополнительные дифференциальные уравнения для описания состояния обтекания, и метода сеточного наполнения. По данным летных испытаний, на основе подхода Гомана-Храброва формируется модель в среде Matlab/Simulink и определяются ее параметры. Затем эта модель используется для расчета коэффициентов подъемной силы и момента тангажа для тестового изменения угла атаки, что позволяет определить зависимости $c_{ya} = c_{ya}(\alpha, \dot{\alpha}), m_z = m_z(\alpha, \dot{\alpha})$ в расширенной области изменения угла атаки и его производной.

Список литературы

1) Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. М.: Наука, 1984. 320 с.
2) Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: в 2-х кн. М.: Финансы и статистика, 1986. 366 с.
3) Теория управления Дополнительные главы. М.: Издательство URSS, 2019. 546 с.
4) Алиева Д.А., Храбров А.Н. Нестационарная аэродинамика самолетов. М.: Издательство МФТИ, 2020. 182 с.