

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЕТОМ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ТИПА ТРИКОПТЕРА С ПОВОРОТНЫМИ ВИНТАМИ

З.Х. Нгуен

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)*
Россия, 197022, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, 5
E-mail: kxanhnguyen.mta@gmail.com

В. В. Путов

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)*
Россия, 197022, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, 5
E-mail: vvputov@mail.ru

В. Н. Шелудько

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)*
Россия, 197022, Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, 5
E-mail: rector@etu.ru

Ключевые слова: нелинейное и адаптивное управление, беспилотные летательные аппараты, трикоптер с поворотными винтами, частичная неопределенность матрицы входа, неопределенные аэродинамические коэффициенты, неизвестные внешние возмущения, ограничение входных воздействий.

Аннотация: В докладе решается задача построения высокоэффективной адаптивной робастной системы управления полетом трикоптера с поворотными винтами. Построена нелинейная математическая модель, учитывающая основные неидеальности динамики трикоптера. Впервые рассматриваются вопросы аналитического исследования и учета в синтезе системы управления в скользящем режиме таких факторов, как частично неизвестная матрица входа, неизвестные аэродинамические коэффициенты и неизвестные внешние возмущения. Впервые также исследуется работоспособность системы в условиях влияния не только всех вышеперечисленных неидеальностей, но и одновременного дестабилизирующего действия в виде ограничения входных воздействий.

1. Введение

Сегодня одними из изучаемых и широко применяемых роботов являются беспилотные летательные аппараты (БПЛА). Вначале с момента своего появления БПЛА использовались в военных целях, но сегодня широко применяются в гражданских областях. Они способны участвовать в самых различных сферах, особенно на тяжелых работах, в труднодоступных для человека местах досягаемости, а также в местах, где здоровье и жизнь людей могут подвергаться опасности. За последнее десятилетие беспилотные летательные аппараты использовались во множестве

приложений, включая аэрофото- и видеосъемку, картографирование, обнаружение и отслеживание объектов, наблюдение за дорожным движением, исследование скрытых или опасных зон, мониторинг качества атмосферы, операции по ликвидации последствий стихийных бедствий, управление чрезвычайными ситуациями, грузовые перевозки, мониторинг лесных пожаров и многое другое [1]. Растущий интерес к БПЛА в последние годы привел к активному появлению большого количества разновидностей летательных аппаратов различной конфигурации. БПЛА делятся на четыре типа: однороторные, многороторные (мультикоптеры), с неподвижным крылом и гибридные VTOL (БПЛА вертикального взлёта и посадки с неподвижным крылом). На сегодняшний день наиболее широко используемым типом БПЛА являются мультикоптеры. Мультикоптер, обычно трикоптер, квадрокоптер или гексакоптер, в зависимости от количества его двигателей, был разработан для удовлетворения этого спроса. Мультикоптер обычно использует 3, 4, 6 или 8 двигателей для обеспечения полета, и, хотя увеличение количества двигателей увеличивает подъемные возможности и стабильность полета, но в то же время это отрицательно влияет на энергопотребление, требуя аккумуляторов большой емкости. Разработка мультикоптера с меньшим количеством двигателей, с повышенной маневренностью и сохранением стабильности, сравнимой с более крупными классами БПЛА – это новая область развития. Поэтому большой интерес представляет собой малоизученная разработка трикоптера с поворотными винтами (см. рис.1).

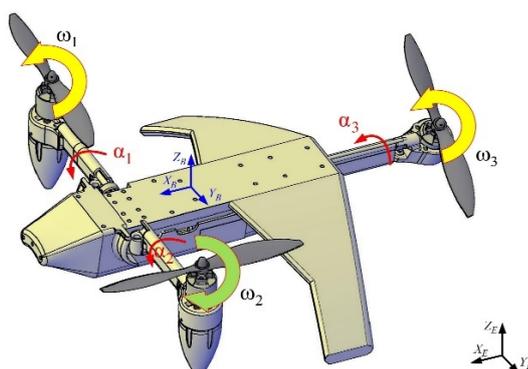


Рис. 1. Трикоптер с поворотными винтами.

Трикоптеры с тремя поворотными винтами сохраняют все преимущества обычных трикоптеров (с одним поворотным задним винтом), но, кроме этого, они обладают превосходящими возможностями по сравнению с другими конфигурациями, такими как квадрокоптеры или гексакоптеры, благодаря своей трансформируемой конструкции, а именно:

- могут взлетать и садиться вертикально, маневрировать на малых скоростях и совершать крейсерские полеты на высокой скорости;
- способны выполнять независимо поступательные и вращательные движения только за счет наклона несущего винта, а его фюзеляж остается в горизонтальном положении;
- могут взлетать с места под углом 45 градусов с одновременным набором высоты и переходом в горизонтальный полет;
- работают более стабильно даже в условиях сильного ветра.

Задачи управления трикоптерами привлекают значительное внимание исследователей. В отличие от алгоритмов управления квадрокоптером, алгоритмы управления трикоптером могут быть значительно более сложными. Это связано с

асимметричной конфигурацией трикоптера и его сложной, существенно нелинейной математической моделью.

2. Математическая модель динамики трикоптера с поворотными винтами

Рассмотрим математическую модель трикоптера с поворотными винтами, представленную в следующем виде [2]:

$$(1) \quad \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p(t),$$

где $\mathbf{q} = [\xi^T \quad \eta^T]^T \in \mathbb{R}^6$; $\xi = [x \quad y \quad z]^T$ – вектор координат центра масс трикоптера;

$\eta = [\phi \quad \quad]^T$ – вектор углов ориентации трикоптера; $\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a \end{bmatrix}$ –

симметричная матрица; $\mathbf{M}_a = m \mathbf{E}_{3 \times 3}$; m – масса трикоптера; $\mathbf{E}_{3 \times 3}$ – единичная матрица размера 3×3 ; $\mathbf{O}_{3 \times 3}$ – нулевая матрица размера 3×3 ; $\mathbf{J}_a(\mathbf{q}) = \mathbf{P}_{eb}^T \mathbf{J} \mathbf{P}_{eb}$ – симметричная матрица, где \mathbf{P}_{eb} – матрица преобразования угловых скоростей углов Эйлера в угловые скорости относительно корпуса трикоптера; $\mathbf{J} = \text{diag}(J_x, J_y, J_z)$ – матрица моментов

инерции трикоптера; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbf{J}_a) \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{be} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$; \mathbf{R}_{be} –

матрица перехода из системы координат B в земную систему координат E ; $\mathbf{G} = [0 \quad 0 \quad mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$; $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ – матрица, зависящая от k_f и k – аэродинамических

коэффициентов сил и моментов тяги и размеров трикоптера;

$\mathbf{u} = [\varpi_1^2 \sin(\alpha_1) \quad \varpi_2^2 \sin(\alpha_2) \quad \varpi_3^2 \sin(\alpha_3) \quad \varpi_1^2 \cos(\alpha_1) \quad \varpi_2^2 \cos(\alpha_2) \quad \varpi_3^2 \cos(\alpha_3)]^T$ –

вектор входных воздействий, где ϖ_i – скорость вращения i -го винта, α_i – угол наклона i -го винта ($i = 1, 2, 3$); $\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) = [-\mathbf{R}_{be} \mathbf{d} \quad \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}) \quad -\mathbf{d} \quad \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}})]^T$ – вектор обобщенных сил и моментов сопротивления; $\mathbf{d} = \text{diag}(d_x \quad d_y \quad d_z)$ и $\mathbf{d} = \text{diag}(d_\phi \quad d_\theta \quad d_\psi)$ – матрицы коэффициентов аэродинамического сопротивления; $\mathbf{F}_p \in \mathbb{R}^6$ – вектор обобщенных неизвестных возмущений.

При ограничении входных воздействий уравнение (1) может быть представлено в следующей форме:

$$(2) \quad \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau}) + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p(t),$$

где $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ – вектор синтезированных управляющих воздействий; $\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau}) \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ – вектор фактических управляющих воздействий, обусловленных нелинейным насыщением,

$$u_i(\tau_i) = \text{sat}(\tau_i) = \begin{cases} \text{sign}(\tau_i) u_M, & \text{если } |\tau_i| \geq u_M; \\ \tau_i, & \text{если } |\tau_i| < u_M, \end{cases} \quad (i = \overline{1, 6}),$$

где $u_M > 0$ – известный предел фактических управляющих воздействий.

3. Алгоритмы управления полетом трикоптера с поворотными винтами

3.1. Синтез управления в скользящем режиме

Синтез управления осуществляется на желаемой поверхности скольжения следующего вида [3]:

$$\mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{e},$$

где $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)$ – вектор ошибок слежения, $\mathbf{q}_d(t)$ – вектор желаемых траекторий трикоптера, $\boldsymbol{\Lambda}$ – диагональная матрица с положительными собственными значениями.

При известных параметрах системы, отсутствии ограничения входных воздействий и внешних возмущений, закон управления со скользящим режимом, обеспечивающий экспоненциальную устойчивость уравнения ошибки, имеет вид уравнения (3) [2]:

$$(3) \quad \mathbf{u} = [\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}]^{-1}[\mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d + \Lambda\dot{\mathbf{e}} + \varepsilon \text{sign}(\mathbf{s}) + \mathbf{K}\mathbf{s}) - \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}],$$

где ε – положительное число; $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T > 0$.

3.2. Синтез адаптивного робастного управления в условиях частично неизвестной матрицы входа, неизвестных аэродинамических коэффициентов и влияния неизвестных внешних возмущений

Перепишем матричное уравнение (1) в виде уравнения (4) [4]:

$$(4) \quad \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}_k\mathbf{u} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{B}(\mathbf{q})(\mathbf{H}_0\mathbf{u} + \mathbf{D}\mathbf{F}_{dB}(\dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{F}_p(t),$$

где \mathbf{H}_k – матрица с известными постоянными элементами, $\mathbf{H}_0 = (\mathbf{H}_k - \mathbf{H})$ и $\mathbf{D} = \text{diag}(d_x \ d_y \ d_z \ d_\phi \ d \ d)$ – матрицы с неизвестными постоянными элементами, $\mathbf{F}_{dB} = [\mathbf{D}^T(\dot{\mathbf{q}}) \ \mathbf{D}^T(\dot{\mathbf{q}})]^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$.

Введем переменные $\mathbf{q}_r(t)$ и \mathbf{u}_0 , такие, что

$$\dot{\mathbf{q}}_r(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \Lambda\mathbf{e}, \quad \mathbf{u}_0 = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{G}.$$

Пусть $\hat{\mathbf{H}}_0, \hat{\mathbf{D}}$ – оценки матриц \mathbf{H}_0 и \mathbf{D} , $\hat{\mathbf{H}}_0 = \mathbf{H}_0 - \hat{\mathbf{H}}_0$, $\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}$.

Адаптивный робастный закон управления имеет вид (5) [5, 6]:

$$(5) \quad \mathbf{u} = [\mathbf{B}(\mathbf{H}_k - \hat{\mathbf{H}}_0)]^{-1}(\mathbf{u}_0 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{D}}\mathbf{F}_{dB} + \mathbf{K}\mathbf{s})$$

с нелинейной динамической обратной связью (с алгоритмами настройки) вида (6)

$$(6) \quad \dot{\hat{\mathbf{H}}}_0 = \Gamma_1(\mathbf{B}^T\mathbf{s}\mathbf{u}^T - \sigma_1\hat{\mathbf{H}}_0); \quad \dot{\hat{\mathbf{D}}} = \Gamma_2(\mathbf{B}^T\mathbf{s}\mathbf{F}_{dB}^T - \sigma_2\hat{\mathbf{D}}),$$

где σ_1, σ_2 – положительные числа; $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$ и $\Gamma_2 = \Gamma_2^T > 0$.

3.3. Синтез адаптивного робастного управления в условиях частичной неопределенности матрицы входа, неопределенных аэродинамических коэффициентов, ограничения входных воздействий и влияния неизвестных внешних возмущений

Перепишем матричное уравнение (2) в виде уравнения (7):

$$(7) \quad \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}_k(\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\tau}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{D}\mathbf{F}_{dB}(\dot{\mathbf{q}}) + \Delta\mathbf{F} - \mathbf{F}_p(t),$$

где $\boldsymbol{\delta}(t) = \mathbf{u}(t) - \boldsymbol{\tau}(t)$, $\Delta\mathbf{F} = \Delta\mathbf{M} + \Delta\mathbf{C} + \Delta\mathbf{G} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}_0\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau})$ – неопределенная часть модели трикоптера. Аппроксимируем \mathbf{F} с помощью метода аппроксимации функций конечным числом членов ряда Фурье [5]: $\Delta\mathbf{F} = \mathbf{W}^T\mathbf{z} + \boldsymbol{\varepsilon}$.

Тогда уравнение (7) примет следующий вид:

$$(8) \quad \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}_k\mathbf{u}(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{D}\mathbf{F}_{dB}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{W}^T\mathbf{z} + \boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{F}_p(t).$$

Пусть $\hat{\mathbf{W}}, \hat{\rho}$ – оценки матрицы \mathbf{W} и неизвестной постоянной величины ρ , где ρ – верхняя граница суммы внешних возмущений и ошибок аппроксимации неопределенных функций; $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \hat{\mathbf{W}}$, $\tilde{\rho} = \rho - \hat{\rho}$ – ошибки оценивания.

Тогда предлагаемый адаптивный робастный закон управления имеет вид (9) [6]

$$(9) \quad \boldsymbol{\tau} = [\mathbf{B}\mathbf{H}_k]^{-1} \left[\mathbf{u}_0 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{D}}\mathbf{F}_{dB} + \hat{\mathbf{W}}^T\mathbf{z} + \mathbf{K}\mathbf{s} - \mathbf{K}_c\boldsymbol{\zeta} + \hat{\rho}\mathbf{s}/\sqrt{\|\mathbf{s}\|^2 + \varepsilon_0^2} \right],$$

адаптивные робастный алгоритмы настройки имеет вид (10), (11) [6]

$$(10) \quad \dot{\hat{\mathbf{D}}} = \Gamma_1(\mathbf{B}^T\mathbf{s}\mathbf{F}_{dB}^T - \sigma_1\hat{\mathbf{D}}); \quad \dot{\hat{\mathbf{W}}} = \Gamma_2(\mathbf{z}\mathbf{s}^T - \sigma_2\hat{\mathbf{W}}); \quad \dot{\hat{\rho}} = \gamma \left(\|\mathbf{s}\|^2/\sqrt{\|\mathbf{s}\|^2 + \varepsilon_0^2} - \sigma_3\hat{\rho} \right),$$

$$(11) \quad \boldsymbol{\zeta} = \begin{cases} -\mathbf{K}_c\boldsymbol{\zeta} - [(\|\mathbf{s}^T\mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}_k\boldsymbol{\delta}\| + 0.5\boldsymbol{\delta}^T\boldsymbol{\delta})/\|\boldsymbol{\zeta}\|^2]\boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\delta}, & \|\boldsymbol{\zeta}\| \geq \mu \\ \mathbf{0}_{6 \times 1}, & \|\boldsymbol{\zeta}\| < \mu \end{cases}$$

где $\mathbf{K}, \mathbf{K}_c, \mathbf{K}_\zeta, \Gamma_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\Gamma_2 \in \mathbb{R}^{\times}$; $\Gamma_1 = \Gamma_1^T > 0$, $\Gamma_2 = \Gamma_2^T > 0$, $\mathbf{K} = \mathbf{K}^T > 0$, $\mathbf{K}_c = \mathbf{K}_c^T > 0$, $\mathbf{K}_\zeta = \mathbf{K}_\zeta^T > 0$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \mu, \varepsilon_0 > 0$ – малые положительные числа.

4. Заключение

В докладе приведены новые научные результаты в управлении трикоптером с тремя поворотными винтами. Построена полная нелинейная математическая модель динамики трикоптера с поворотными винтами. Разработана новая нелинейная система управления трикоптером с использованием метода управления в скользящем режиме. Предложена новая адаптивная робастная система управления трикоптером в условиях частично неизвестной матрицы входа, неизвестных аэродинамических коэффициентов и неизвестных внешних возмущений. В этих условиях разработана новая адаптивная робастная система управления трикоптером, учитывающая ограничения входных воздействий.

Список литературы

1. Hassija V., Saxena V.; Chamola V. Scheduling drone charging for multi-drone network based on consensus time-stamp and game theory // *Comput. Commun.* 2019. No. 149, P. 51–61.
2. Нгуен З.Х., Путов В.В. Моделирование и исследование движения беспилотных летательных аппаратов типа трикоптера с поворотными винтами // *Материалы юбилейной XXV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением»*. 2023 (в печати).
3. Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. М.: Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2018. 336 с.
4. Nguyen Duy K., Putov Viktor V., Sheludko Viktor N., Andrievsky Boris, Zaitseva Iuliia. Adaptive Robust Tricopter Control with Pivot Screws Under Conditions of Parametric Uncertainty and Effects of External Disturbances // *Proceedings of ICNPAA WORLD CONGRESS 2023 AIM*. June 2023 (в печати).
5. Ming-Chih Chien, An-Chyau Huang. A Regressor-free Adaptive Control for Flexible-joint Robots based on Function Approximation Technique // *Advances in Robot Manipulators*. 2010. P. 27-49.
6. Нгуен З.Х., Путов В.В., В.Н. Шелудько. Адаптивное робастное управление трикоптером с поворотными винтами в условиях параметрической неопределенности и влияния внешних возмущений // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2023 (в печати).