

УДК 629.78

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ СБЛИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ ТЯГОЙ

С.А. Ишков

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34
E-mail: ishkov.sa@ssau.ru

Г.А. Филиппов

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34
E-mail: filippov.ga@ssau.ru

Чжоу Сяо

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34
E-mail: chousyao@yandex.ru

Ключевые слова: оптимальное управление, сближение космических аппаратов, безразмерная модель относительного движения, принцип максимума Понтрягина, ограничения на управления.

Аннотация: В докладе исследуется структура оптимального управления сближением маневрирующего космического аппарата, оснащенного двигателем малой тяги, с пассивным, или целевым, космическим аппаратом. На базе уравнений движения в орбитальной цилиндрической системе координат, построены линейные безразмерные уравнения относительного движения, в которых выделены вековые и периодические составляющие движения. С применением принципа максимума Понтрягина сформулированы и решены краевые задачи оптимального управления для вариантов отсутствия ограничений на ориентацию вектора тяги маневрирующего космического аппарата и варианта, когда вектор тяги маневрирующего космического аппарата может быть ориентирован только в плоскости местного горизонта.

1. Введение

Практическая задача выбора номинального управления сближением космических аппаратов была поставлена в 1960-е годы, однако, до сих пор она не потеряла своей актуальности. Современность ставит новые задачи орбитального маневрирования, такие как разработка систем орбитального сопровождения космических станций, задачи обслуживания особенно дорогостоящих космических аппаратов, работающих на геостационарной орбите и сравнительно новую задачу –

утилизацию космического мусора.

Исследование оптимальных программ управления относительным движением позволит с одной стороны получить предельные минимальные оценки затрат ресурсов космического аппарата, как правило затраты рабочего тела или времени, а с другой стороны позволит определить структуру оптимального управления, что дает возможность построить эффективные параметрические программы управления, которые могут быть реализованы на реальных космических аппаратах с обратной связью при действии внешних возмущений.

В рамках данного доклада рассматривается оптимизация номинального управления относительным движением маневрирующего космического аппарата, оснащенного двигателем малой тяги, на примере маневра приведения космического аппарата в точку стояния геостационарной орбиты. В таком маневре пассивный космический аппарат как таковой отсутствует, а сближение осуществляется с некоторой точкой орбиты.

Исследование оптимального управления выполнено с применением оригинальной безразмерной математической модели относительного движения, полученной путем линеаризации уравнений относительного движения, записанных в орбитальной цилиндрической системе координат, и выделения в них вековых и периодических составляющих продольного и бокового движения, которые являются своего рода оскулирующими элементами относительного движения.

2. Математическая модель движения

Запишем полученную и используемую нами безразмерную линейную математическую модель относительного движения маневрирующего космического аппарата (МКА) относительно пассивного (ПКА). Данная математическая модель движения инвариантна к величине ускорения от тяги маневрирующего космического аппарата и высоте круговой орбиты целевого [1–4].

$$(1) \quad \begin{aligned} \Delta \dot{\bar{r}}_{\text{cp}} &= \delta_T, & \Delta \dot{\bar{L}}_{\text{cp}} &= -1,5 \Delta \bar{r}_{\text{cp}} - \delta_S; \\ \dot{\bar{l}}_x &= -\bar{l}_y + \delta_T, & \dot{\bar{l}}_y &= \bar{l}_x + \frac{\delta_S}{2}; \\ \dot{\bar{x}}_z &= -\bar{y}_z + \frac{\delta_W}{2}, & \dot{\bar{y}}_z &= \bar{x}_z. \end{aligned}$$

Здесь вековые составляющие движения $\Delta \bar{r}_{\text{cp}}$ – среднее смещение МКА вдоль радиуса орбиты ПКА и $\Delta \bar{L}_{\text{cp}}$ – среднее смещение МКА вдоль орбиты ПКА; периодические составляющие продольного движения $\bar{l}_x = \bar{l} \cos(\varphi)$ и $\bar{l}_y = \bar{l} \sin(\varphi)$; периодические составляющие движения в боковом направлении $\bar{x}_z = \bar{l}_z \cos(\varphi_z)$ и $\bar{y}_z = \bar{l}_z \sin(\varphi_z)$. $\bar{l}^2 = \bar{l}_x^2 + \bar{l}_y^2$ – малая полуось эллипса относительного движения, $\bar{l}_z^2 = \bar{x}_z^2 + \bar{y}_z^2$ – амплитуда боковых колебаний, $\varphi = \arctan \bar{l}_y / \bar{l}_x$ и $\varphi_z = \arctan \bar{y}_z / \bar{x}_z$ – фазовые углы, δ_S , δ_T и δ_W – функции включения тяги МКА в радиальном, трансверсальном и боковом направлениях. Далее для упрощения записи верхний символ «-» будет опущен, подразумевается, что все переменные безразмерны.

3. Оптимальное управление

Рассматриваются два варианта управления вектором тяги маневрирующего космического аппарата. В первом случае на ориентацию вектора тяги не накладывается ни каких ограничений, а втором случае тяга может быть ориентирована в плоскости местного горизонта. В обоих случаях необходимо удовлетворить граничные условия перелета:

$$(2) \quad \begin{aligned} t = 0 : \quad & \Delta r_{cp} = \Delta r_{cp0}, \quad \Delta L_{cp} = \Delta L_{cp0}, \quad l_x = l_{x0}, \quad l_y = l_{y0}, \quad x_z = x_{z0}, \quad y_z = y_{z0}; \\ t = t_k : \quad & \Delta r_{cp} = 0, \quad \Delta L_{cp} = 0, \quad l_x = 0, \quad l_y = 0, \quad x_z = 0, \quad y_z = 0 \end{aligned}$$

за минимальное время $J = \int_0^{t_k} 1 dt$.

В случае отсутствия ограничений на ориентацию вектора тяги, функции ее включения запишем в виде:

$$(3) \quad \delta_T = \cos(\alpha) \cos(\beta), \quad \delta_S = \sin(\alpha) \cos(\beta), \quad \delta_W = \sin(\beta),$$

где α – угол отклонения вектора тяги от трансверсального направления, β – угол отклонения вектора тяги от плоскости орбиты.

В соответствии с общим алгоритмом принципа максимума Понтрягина, запишем гамильтониан системы (1) с управлением (3), получим:

$$(4) \quad \begin{aligned} H = & \Psi_{\Delta r_{cp}} \cos(\alpha) \cos(\beta) - \Psi_{\Delta L_{cp}} (1.5\Delta r_{cp} + \sin(\alpha) \cos(\beta)) + \\ & + \Psi_{l_x} (\cos(\alpha) \cos(\beta) - l_y) + \Psi_{l_y} \left(\frac{\sin(\alpha) \cos(\beta)}{2} + l_x \right) + \\ & + \Psi_{x_z} \left(\frac{\sin(\beta)}{2} - y_z \right) + \Psi_{y_z} x_z - 1. \end{aligned}$$

Здесь $\Psi_{\Delta r_{cp}}$ и $\Psi_{\Delta L_{cp}}$, Ψ_{l_x} и Ψ_{l_y} , Ψ_{x_z} и Ψ_{y_z} – сопряженные переменные, уравнения для которых имеют вид

$$(5) \quad \begin{aligned} \Psi_{\Delta r_{cp}}(t) &= \Psi_{\Delta r_{cp0}} + 1.5t\Psi_{\Delta L_{cp0}}, \\ \Psi_{\Delta L}(t) &= \Psi_{\Delta L_0}, \\ \Psi_{l_x}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \cos\left(t + \arctan\left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}}\right)\right), \\ \Psi_{l_y}(t) &= \sqrt{\Psi_{l_{x0}}^2 + \Psi_{l_{y0}}^2} \sin\left(t + \arctan\left(\frac{\Psi_{l_{y0}}}{\Psi_{l_{x0}}}\right)\right), \\ \Psi_{x_z}(t) &= \sqrt{\Psi_{x_{z0}}^2 + \Psi_{y_{z0}}^2} \cos\left(t + \arctan\left(\frac{\Psi_{y_{z0}}}{\Psi_{x_{z0}}}\right)\right), \\ \Psi_{y_z}(t) &= \sqrt{\Psi_{x_{z0}}^2 + \Psi_{y_{z0}}^2} \sin\left(t + \arctan\left(\frac{\Psi_{y_{z0}}}{\Psi_{x_{z0}}}\right)\right). \end{aligned}$$

Оптимальное управление определим из условия максимума гамильтониана (4), получим

$$(6) \quad \alpha_{opt} = \arctan \frac{\frac{\Psi_{l_y}}{2} - \Psi_{\Delta L_{cp}}}{\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}}}, \quad \beta_{opt} = \arctan \frac{\Psi_{x_z}}{2\sqrt{\left(\frac{\Psi_{l_y}}{2} - \Psi_{\Delta L_{cp}}\right)^2 + (\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})^2}}.$$

В случае ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта, функции ее включения запишем в виде

$$(7) \quad \delta_T = \cos(\Psi), \quad \delta_S = 0, \quad \delta_W = \sin(\Psi).$$

Запишем гамильтониан системы (1) с управлением (7), получим

$$(8) \quad \begin{aligned} H = & \Psi_{\Delta r_{cp}} \cos(\Psi) - \Psi_{\Delta L_{cp}} \frac{3}{2} \Delta r + \Psi_{l_x} (\cos(\Psi) - l_y) + \Psi_{l_y} l_x + \\ & + \Psi_{x_z} \left(\frac{\sin(\Psi)}{2} - y_z \right) + \Psi_{y_z} x_z - 1. \end{aligned}$$

Оптимальное управление определяется из условия максимума гамильтониана в виде

$$(9) \quad \Psi_{opt} = \arctan \frac{\Psi_{x_z}}{2(\Psi_{l_x} + \Psi_{\Delta r_{cp}})}.$$

Таким образом, для обоих рассматриваемых вариантов управления, вариационная задача сведена к краевой для системы уравнений движения (1) с управлением (6) или (9) и сопряженной ей системе (5), которая заключается в определении начальных значений сопряженных переменных, удовлетворяющих граничным условиям (2).

4. Решение краевой задачи выбора оптимального управления

В качестве примера рассмотрим решение поставленных задач при следующих граничных условиях

$$(10) \quad \begin{aligned} t = 0 : & \quad \Delta r_{cp} = 10, \quad \Delta L_{cp} = 1400, \quad l_x = 9, \quad l_y = 0, \quad x_z = 9, \quad y_z = 0; \\ t = t_k : & \quad \Delta r_{cp} = 0, \quad \Delta L_{cp} = 0, \quad l_x = 0, \quad l_y = 0, \quad x_z = 0, \quad y_z = 0. \end{aligned}$$

Затраты времени при сближении по программе со свободной ориентацией вектора тяги составили 55,54 безразмерных единиц, что соответствует 8,84 оборота, при сближении по программе с ориентацией вектора тяги в плоскости местного горизонта 56,089 безразмерных единиц или 8,92 оборота.

На рисунке показаны оптимальная траектория векового движения, зависимость малой полуоси эллипса относительного движения от времени и зависимость амплитуды боковых колебаний от времени, зависимость оптимальных углов α и β , а также их производных от времени, зависимость оптимального угла Ψ и его производной от времени. На рисунке синий цвет соответствует случаю отсутствия ограничений на ориентацию вектора тяги, красный ее ориентации в плоскости местного горизонта.

Зависимость оптимального управления и траекторий движения от времени носит сложный характер. Оптимальные траектории продольного движения содержат в себе области преимущественного изменения векового и продольного движения. Зависимость амплитуды боковых колебаний более монотонная.

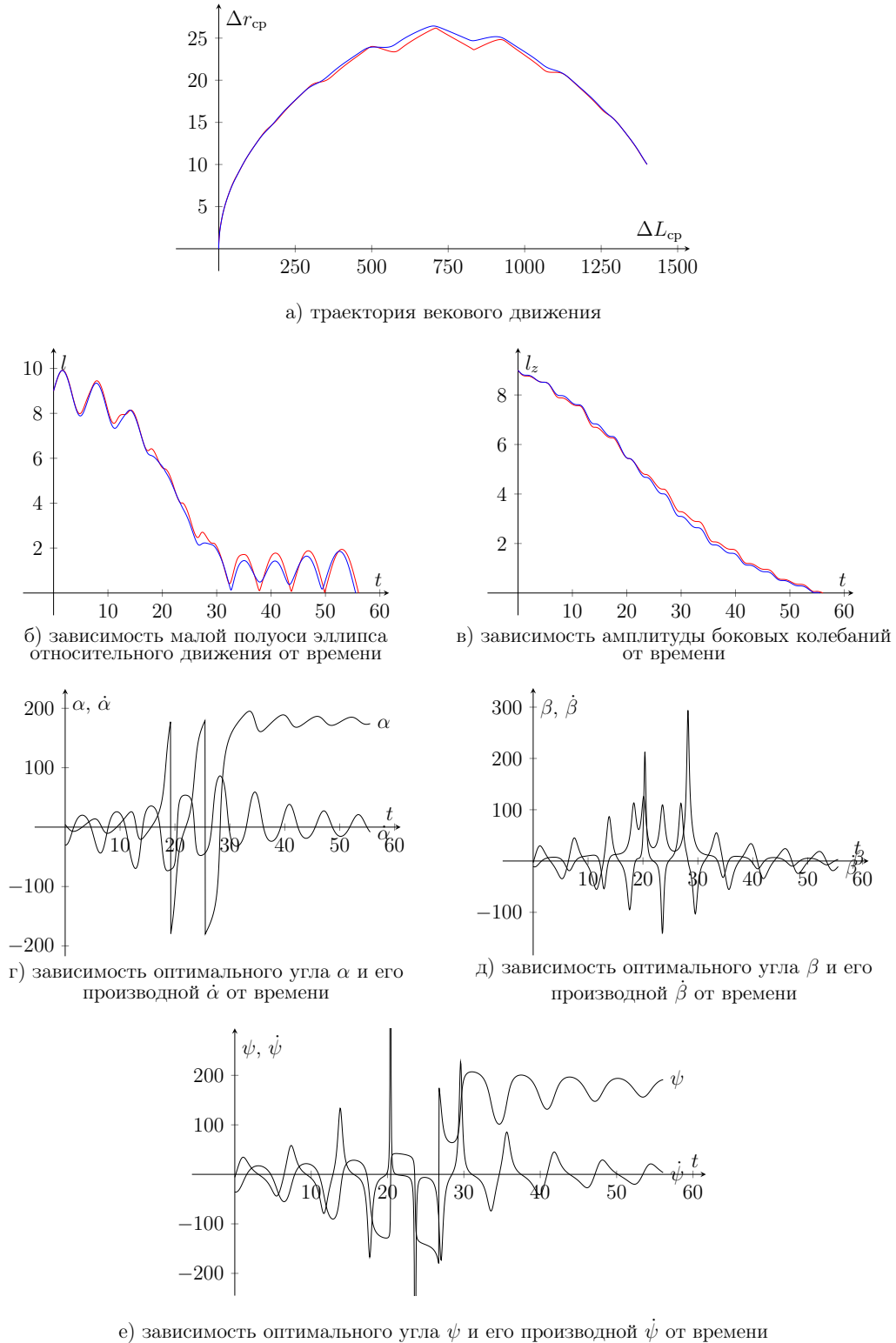


Рис. 1. а) оптимальная траектория векового движения, б) оптимальная зависимость малой полуоси эллипса относительного движения от времени, в) оптимальная зависимость амплитуды боковых колебаний от времени, г,д) зависимость оптимального управления для случая отсутствия ограничений на ориентацию вектора тяги и его производной от времени, соответственно углы α и β , е) зависимость оптимального управления и его производной от времени при ориентации вектора тяги в плоскости местного горизонта (угол Ψ)

Сравнение программы без ограничений на ориентацию вектора тяги (рис. 1г, рис. 1д) со случаем ее ориентации в плоскости местного горизонта (рис. 1е) показывает следующее: управление со свободной ориентацией тяги является двухканальным, т.е. оно требует вращения маневрирующего космического аппарата вокруг двух осей, но требует меньших угловых скоростей разворота маневрирующего космического аппарата чем управление с ориентацией тяги в плоскости местного горизонта, которое требует вращения маневрирующего космического аппарата только вокруг одной оси, но с большей угловой скоростью.

Список литературы

1. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1969.
2. Константинов М.С. Механика космического полета. М.: Наука, 1989.
3. Ишков С.А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах // Косм. исслед. 1992. Т. 30, № 2. С. 165–179.
4. Ишков С.А., Филиппов Г.А. Исследование оптимальных программ управления относительным движением космического аппарата с ограниченной тягой // Космические исследования. 2023. Т. 61, № 3. С. 248–257.