

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ С ПОМОЩЬЮ ОТОБРАЖЕНИЯ, АППРОКСИМИРУЮЩЕГО ФАЗОВЫЙ ПОТОК СИСТЕМЫ

**В.В. Сидоренко**

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН*  
Россия, 125047, Москва, Миусская пл., 4  
E-mail: vvsidorenko@list.ru

**Ключевые слова:** вращательное движение твердого тела, спутник, гравитационный момент.

**Аннотация:** Рассматривается движение осесимметричного спутника относительно центра масс под действием гравитационного момента. Центр масс спутника движется по круговой орбите в центральном гравитационном поле. Если проекция вектора кинетического момента спутника на ось его симметрии равна нулю, то возможны «плоские» движения - движения, в которых ось симметрии перемещается в плоскости орбиты. Для анализа свойств движений спутника, близких к плоским, методами теории возмущений построено отображение, аппроксимирующее отображение, порождаемое фазовым потоком системы. С помощью этого отображения установлены ранее неизвестные свойства движения спутника в гравитационном поле.

## 1. Постановка задачи

Изучение движения относительно центра масс естественных и искусственных небесных тел является важной областью механики космического полета и небесной механики [1].

Проведенное исследование состояло в анализе свойств движений, совершаемых осесимметричным спутником относительно центра масс под действием гравитационного момента. Предполагалось, что центр масс спутника движется по круговой орбите в центральном гравитационном поле.

Пусть  $L$  - вектор кинетического момента спутника относительно его центра масс  $O$ . Если проекция  $L$  на ось симметрии спутника равна нулю, возможны «плоские» движения – движения, в которых ось симметрии лежит в плоскости орбиты, а вектор угловой скорости перпендикулярен этой плоскости. В фазовом пространстве гамильтоновой системы с двумя степенями свободы, описывающей движение осесимметричного спутника относительно центра масс, плоским движениям отвечают фазовые траектории, лежащие на двумерном инвариантном многообразии. Поведение фазовых траекторий на этом многообразии аналогично поведению траекторий на фазовом портрете математического маятника – сепаратрисы разделяют траектории, соответствующие вращениям и колебаниям спутника относительно местной вертикали.

В [2, 3] изучалась устойчивость плоских движений осесимметричного спутника. Цель нашего анализа заключалась в максимально подробном описании динамики

системы в том случае, когда фазовые траектории располагаются в окрестности сепаратрисного контура.

## 2. Методы исследования

Общий подход к исследованию гамильтоновых систем с двумя степенями свободы, в фазовом пространстве которых имеются инвариантные многообразия с располагающимися на них сепаратрисными контурами, был развит Л.М. Лерманом [4]. Основная идея данного подхода состоит в построении методами теории возмущений отображения, аппроксимирующего отображение, порождаемого фазовым потоком системы в окрестности сепаратрисного контура.

Аппроксимирующее отображение представляют комбинацию оператора поворота, описывающего поведение фазового потока в окрестности положений неустойчивого равновесия, входящего в состав сепаратрисного контура, и линейного отображения, описывающего поведение фазового потока при перемещении вдоль сепаратрисы. Указанные составляющие отображения зависят от параметров, нахождение значений которых представляет отдельную задачу.

В [5] подход Л.М. Лермана был применен для анализа динамики конкретной механической системы - некоторой разновидности двойного маятника. Плоские колебания осесимметричного спутника около местной вертикали отличаются от колебаний маятника физической неэквивалентностью ситуаций, соответствующих разным направлениям относительной угловой скорости. Поэтому нам потребовалось внести ряд изменений в конструкцию сепаратрисного отображения, использованного в [4, 5].

## 3. Результаты исследования

Было построено отображение, аппроксимирующее фазовый поток в задаче о движении осесимметричного спутника. Произведена проверка его корректности сравнением с численно построенными сечениями Пуанкаре фазового потока системы.

С помощью аппроксимирующего отображения удалось описать серию бифуркаций, в результате которых из плоских движений рождаются семейства пространственных периодических движений спутника. Исследована устойчивость найденных семейств периодических движений для разных значений отношения продольного и поперечного моментов инерции спутника.

Исследована устойчивость сепаратрисного контура, разделяющего плоские вращательные и колебательные движения спутника. Найдено критическое значение отношения моментов инерции спутника, при котором происходит потеря устойчивости контура.

Установлена фрактальность динамической структуры фазового пространства системы (под динамической структурой подразумеваются, в частности, стационарные и периодические решения, устойчивые и неустойчивые инвариантные многообразия, примыкающие к этим решениям).

Построенное отображение позволяет провести детальное исследование динамики осесимметричного спутника существенно более эффективным образом в сравнении с ранее использованными подходами.

## Список литературы

1. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
2. Маркеев А.П. Устойчивость плоских колебаний и вращений спутника на круговой орбите // Космические исследования. 1975. Т. 13. С. 322-336.
3. Markeev A.P., Bardin, B.S. On the stability of planar oscillations and rotations of a satellite in a circular orbit // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2003. Vol. 85. P. 51-66.
4. Lerman L.M. Hamiltonian systems with loops of a separatrix of a saddle-center // Sel. Math. Sov. 1991. Vol. 10. P. 297-306.
5. Grotta Ragazzo C. On the stability of double homoclinic loops // Commun. Math. Phys. 1997. Vol. 184. P. 251-272.