

УДК 519.71+521.1+004.896

ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ УДЕРЖАНИЯ СОЛНЕЧНОГО ПАРУСА ВБЛИЗИ КОЛЛИНЕАРНОЙ ТОЧКИ ЛИБРАЦИИ

Д.В. Шиманчук

Санкт-Петербургский государственный университет

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

E-mail: d.shimanchuk@spbu.ru

Ключевые слова: ограниченная задача трех тел, солнечный парус, удержание, точка либрации, инвариантное многообразие, нечеткая логика.

Аннотация: Исследуется возможность управляемого движения солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации системы Солнце-Земля. Орбитальное движение паруса описывается специальной моделью круговой ограниченной задачи трех тел. Предложен подход реализации закона управления орбитальным движением солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации при использовании элементов искусственного интеллекта. Этот подход основан на использовании специальной функции фазовых координат – функции опасности и нечеткой логики. Он позволяет построить нечеткий регулятор для решения задачи удержания солнечного паруса около точки либрации. Управление реализуется возможностью изменения ориентации паруса.

1. Введение

В работе на примере космического аппарата (КА) с солнечным парусом исследуем вопрос построения нечеткого регулятора в задаче удержания солнечного паруса вблизи коллинеарной точки либрации [1]. В работе [2] предложен подход при использовании отражательной способности паруса. В работе [3] предложен алгоритм управления для удержания КА вблизи инвариантного многообразия в окрестности коллинеарной точки либрации.

Известно, что частным решением ограниченной задачи трех тел является движение в плоскости эклиптики. В данном случае именно свойства плоского движения и обеспечивают неустойчивость точки либрации. Для построения закона управления используем элемент искусственного интеллекта – нечеткую логику [4].

2. Постановка задачи

Примем допущение, что при движении солнечного паруса в достаточно малой окрестности линии, проходящей через центры масс Земли и Солнца, направление фотонов коллинеарно этой линии. Тогда уравнения управляемого движения КА с

солнечным парусом во вращающейся геоцентрической системе координат $M_1x_1x_2x_3$ при использовании хилловского приближения для солнечного потенциала следуя [5]:

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = -\frac{3x_1}{\|\mathbf{x}\|^3} + 2x_1 + y_2 - 2kpw \cos^3 \psi \cos^3 \varphi - (1-k)pw \cos \psi \cos \varphi, \\ \dot{y}_2 = -\frac{3x_2}{\|\mathbf{x}\|^3} - x_2 - y_1 - 2kpw \cos^3 \psi \cos^2 \varphi \sin \varphi, \\ \dot{y}_3 = -\frac{3x_3}{\|\mathbf{x}\|^3} - x_3 - 2kpw \cos^2 \psi \cos^2 \varphi \sin \psi, \end{cases}$$

где $\mathbf{x} = (x_1; x_2; x_3)$ – вектор координат КА, $\mathbf{y} = (y_1; y_2; y_3)$ – вектор сопряженных импульсов, центр инерции Земли совпадает с началом системы координат, а ось M_1x_1 направлена вдоль оси, соединяющей центры масс Земли и Солнца; p – давление солнечного света; $w = \frac{S}{m}$ – парусность; S – площадь паруса; m – масса КА с солнечным парусом; k – коэффициент отражательной способности паруса, удовлетворяющий ограничениям $0 \leq k \leq 1$ (при $k = 1$ имеем случай идеально отражающей поверхности паруса, при $k = 0$ – случай абсолютно черной поверхности); φ – угол между осью M_1x_1 и проекцией \mathbf{e}' на плоскость параллельную плоскости эклиптики $M_1x_1x_2$ орта вектора нормали паруса \mathbf{e} , ψ – угол между \mathbf{e} и \mathbf{e}' . Если парус обладает односторонней отражающей поверхностью, то согласно (1) управляющие параметры лежат в отрезках $\varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $\psi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Если $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ и/или $\psi = \pm\frac{\pi}{2}$, то движение КА – неуправляемое, а саму систему (1) будем называть неуправляемой. В принятой модели единица расстояния приблизительно равна 10^{-2} а. е., а единица времени – 58.0916 суток (год, деленный на 2π). Точка либрации L_1 во вращающейся системе неподвижна и имеет координаты $\mathbf{x}^* = (1; 0; 0)$, $\mathbf{y}^* = (0; 1; 0)$.

Для неуправляемой системы (1) линеаризованные уравнения в окрестности L_1 и соответствующие собственные значения имеют вид [5]

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + y_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + y_2, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_1 = 8(x_1 - 1) + (y_2 - 1), \\ \dot{y}_2 = -4x_2 - y_1, \\ \dot{y}_3 = -4x_3. \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_{1,2} = \pm\sqrt{1 + 2\sqrt{7}} = \pm l, \\ \lambda_{3,4} = \pm i\sqrt{2\sqrt{7} - 1} = \pm i\omega_e, \\ \lambda_{5,6} = \pm 2i = \pm i\omega_n. \end{cases}$$

Из $\lambda_1 = \sqrt{1 + 2\sqrt{7}}$ следует, что координаты точки L_1 – неустойчивое положение равновесия типа седло, центр, центр.

Требуется построить нечеткий регулятор углом ориентации φ для удержания паруса в окрестности точки либрации.

3. Принцип построения управляемого движения с помощью сил светового давления

В работе [3] описан алгоритм управления орбитальным движением по принципу оптимального демпфирования некоторой функции фазовых переменных, которая строится на основании имеющегося свойства уравнений движения. Система (2) имеет

инвариантное 5-мерное многообразие, заполненное ограниченными траекториями асимптотически приближающимися к двухчастотным колебаниям с частотами ω_e и ω_n [5]:

$$d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0.$$

где $d_1 = \mathbf{a}_1 \mathbf{z}$ называется функцией опасности, $\mathbf{a}_1 = (a_{11}; a_{12}; 0; a_{14}; a_{15}; 0)$ – собственный вектор-строка, соответствующий собственному значению l , $\mathbf{z} = (x_1 - 1; x_2; x_3; y_1; y_2 - 1; y_3)$ – вектор столбец. Вектор \mathbf{a}_1 определяется с точностью до множителя, положим для определенности:

$$(3) \quad a_{11} > 0, \quad a_{14}^2 + a_{15}^2 = 1.$$

На траекториях системы (2) поведение функции опасности как функции времени имеет вид

$$d_1(t) = d_{10} e^{lt},$$

где d_{10} – действительное число, определяемое начальным состоянием.

Известно [3], что в общем случае для системы (2) знак функции d_1 определяет направление ухода КА из окрестности L_1 к Земле или к Солнцу. Учитывая (3), движению к Солнцу из окрестности L_1 соответствует значение $d_1 > 0$, а движению к Земле – значение $d_1 < 0$. Согласно [3] для производной функции d_1 , учитывая (1) и (3), можем записать

$$(4) \quad \dot{d}_1 = l d_1 - 2pw f(k, \varphi, \psi),$$

где $f(k, \varphi, \psi) = \cos \psi \cos \varphi (k \cos^2 \psi \cos \varphi \sin(\varphi + \varphi_0) + (1 - k) \frac{a_{14}}{2})$, $\varphi_0 = \arctan \frac{l^2 + 3}{2l} \approx 1.076$ рад.

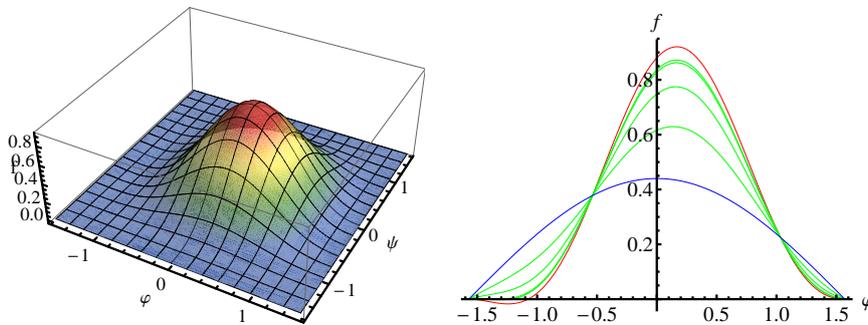


Рис. 1. График функции $f(1, \varphi, \psi)$ и графики функции $f(k, \varphi, 0)$: $k = 1$ (красный), $k = 0.9, 0.88, 0.7, 0.4$ (зеленый), $k = 0$ (синий)

При решении задачи удержания $d_1 \approx 0$, поэтому управляющий параметр φ выбираем из условия: правая часть (4) должна быть положительной, если $d_1 < 0$, и быть отрицательной, если $d_1 > 0$. Обеспечение этого условия не всегда представляется возможным, однако опишем область фазового пространства, в которой это возможно.

Рассмотрим движение паруса в окрестности точки либрации L_1 с управляющим параметром φ при фиксированных значениях параметра k и $\psi = 0$, тогда для его удержания в области $d_1 < 0$ из равенства (4) и условия оптимального демпфирования функции опасности получаем

$$(5) \quad l d_1 - 2pw f(k, \beta, 0) > 0.$$

Такое условие может быть обеспечено, если $k > 0.88$, иначе – управление в области $d_1 < 0$ с целью удержания не представляется возможным. Аналогично для удержания паруса в области $d_1 > 0$ можно получить

$$(6) \quad ld_1 - 2pwf(k, \alpha, 0) < 0.$$

Если условия (5), (6) не выполняются для значений α и β (см. табл. 1), то они не выполняются для любого другого угла φ , что во многом обусловлено начальным состоянием и парусностью солнечного паруса (w).

Таблица 1. Значения φ , которые обеспечивают экстремум функции $f(k, \varphi, 0)$ при фиксированных значениях k (α – максимум, β – минимум)

	k	α	β
1.	1	0.168	-1.2438
2.	0.9	0.1653	-1.3036
3.	0.88	0.1646	$\pm\pi/2, -1.3232$
4.	0.7	0.1579	$\pm\pi/2$
5.	0.4	0.1371	$\pm\pi/2$
6.	0	0	$\pm\pi/2$

Из условий (5) и (6) можно получить оценку снизу и сверху для значения d_1 – оценку области управляемости для задачи стабилизации орбитального движения в окрестности точки либрации L_1 :

$$d_1^{min} \leq d_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq d_1^{max},$$

где $d_1^{min} = \frac{2pw}{l}f(k, \beta, 0)$, $d_1^{max} = \frac{2pw}{l}f(k, \alpha, 0)$. В случае $k < 0.88$ можно принять $d_1^{min} = 0$.

4. Построение нечеткого регулятора

Определим закон изменения угла φ как функцию от d_1 с идеальной отражательной способностью $k = 1$ и $\psi = 0$ и закон изменения отражательной способности k при фиксированном φ и $\psi = 0$. Для этого зададимся достаточно малым действительным числом $\varepsilon \geq 0$, некоторым действительным числом δ (значение функции опасности, относительно которого предполагается удержание КА):

$$d_1^{min} + \varepsilon < \delta < d_1^{max} - \varepsilon$$

и определим функции принадлежности $f_l(d_1)$ и $f_h(d_1)$:

$$(7) \quad f_l(d_1) = \begin{cases} 1, & d_1 \leq d_1^{min} + \varepsilon, \\ \frac{\delta - d_1}{\delta - d_1^{min} - \varepsilon}, & d_1^{min} + \varepsilon < d_1 < \delta, \\ 0, & d_1 \geq \delta, \end{cases} \quad f_h(d_1) = \begin{cases} 0, & d_1 \leq \delta, \\ \frac{d_1 - \delta}{d_1^{max} - \varepsilon - \delta}, & \delta < d_1 < d_1^{max} - \varepsilon, \\ 1, & d_1 \geq d_1^{max} - \varepsilon, \end{cases}$$

где $f_l(d_1)$ и $f_h(d_1)$ характеризуют степень принадлежности элемента d_1 множествам «малое» и «большое» значения функции опасности, соответственно.

Для первого случая управления ориентацией: если при $\beta \leq \varphi \leq \alpha$ определить угол γ , который удовлетворяет условию $l\delta - 2pwf(1, \gamma, 0) = 0$, и величины $\Delta_- = \gamma - \beta$, $\Delta_+ = \alpha - \gamma$, то режим изменения управляющего параметра в зависимости от функции опасности для нелинейно модели (1), учитывая (7), запишем в виде

$$(8) \quad \varphi(d_1) = \gamma - \Delta_- f_l(d_1) + \Delta_+ f_h(d_1).$$

Кроме того для случая задачи управляемого движения солнечного паруса с ограничением: $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ [5], которое может быть обусловлено необходимой ориентацией КА на параметр φ . Однако из (4) и рис. 1 следует, что если $d_1 < 0$, то удержание при таком ограничении не представляется возможным, но сама задача удержания имеет решение. Если при $\alpha \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ определить угол γ , удовлетворяющий условию $l\delta - 2pwf(1, \gamma, 0) = 0$, и $\Delta_- = \gamma - \alpha$, $\Delta_+ = \frac{\pi}{2} - \gamma$, то режим изменения угла ориентации паруса, учитывая (7) при $d_1^{min} = 0$, представим в виде

$$\varphi(d_1) = \gamma + \Delta_- f_l(d_1) - \Delta_+ f_h(d_1).$$

5. Заключение

Простота полученного нечеткого регулятора обусловлена использованием значения лишь одной функции опасности (построения соответствующей функции принадлежности), что подчеркивает важность проведения фундаментальных исследований, в том числе и при использовании технологий искусственного интеллекта.

Ясно, что такой подход может быть использован для разработки нечеткого регулятора в задаче удержания КА с солнечным парусом вблизи коллинеарной точки либрации за счет изменения отражательной способности [5].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00027, <https://rscf.ru/project/23-21-00027>.

Список литературы

1. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312 с.
2. Назиров Р.Р., Эйсмонт Н.А., Чумаченко Е.Н., Данхэм Д.У., Логашина И.В., Федоренко А.Н. Управление группировкой космических аппаратов в окрестности Солнечно-Земных коллинеарных точек либрации с помощью солнечного паруса // Вестник машиностроения, 2013. 50 с.
3. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А. Управляемое движение солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации // Письма в астрономический журнал. 2020. Т. 46, № 3. С. 193-200.
4. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
5. Шиманчук Д.В., Шмыров А.С., Шмыров В.А. Стабилизация орбитального движения солнечного паруса в окрестности коллинеарной точки либрации за счет изменения отражательной способности // Письма в астрономический журнал. 2022. Т. 48, № 8. С. 592-600.