

# ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ НЕОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА

**А.П. Потапов**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: potapov@ipu.ru

**И.А. Галяев**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: ivan.galyaev@yandex.ru

**Ключевые слова:** динамическая модель, задача идентификации, присоединенные массы жидкости, необитаемый подводный аппарат.

**Аннотация:** В работе рассмотрена задача идентификации динамической модели необитаемого подводного аппарата (НПА). Предложен метод оценки присоединенных масс жидкости, которые являются параметрами этой модели. Правильность оценки подтверждена натурным экспериментом.

## 1. Введение

Крайне важной для современной науки является задача синтеза системы управления различными автономными роботизированными системами. При этом для того, чтобы система управления выполняла поставленные задачи с требуемым качеством, необходимо знание динамической модели аппарата, максимально подробно описывающей движение исследуемого объекта.

На данный момент разработано множество подходов к описанию динамики подводных аппаратов. Некоторые из них учитывают гидростатические и гидродинамические силы и моменты, создаваемые внешней средой [1]. Другие же учитывают ограничения, налагаемые внешней средой, в виде движения присоединенной массы жидкости вместе с исследуемым объектом [2]. Однако и в том и в другом случае параметры моделей крайне сложны для вычисления.

В связи с этим в данном докладе предлагается подход к оценке присоединенных масс, заключающийся в анализе геометрии объекта и её упрощении до совокупности простых форм. Работоспособность данного подхода будет продемонстрирована на существующем образце необитаемого подводного аппарата (НПА) и подтверждена натурным экспериментом.

## 2. Описание исследуемого аппарата

Рассмотрим НПА и введем локальную систему координат  $Ox_1y_1z_1$ , см. рис.1. Тогда положение аппарата в пространстве относительно неподвижного объекта описывается тремя координатами  $x_1, y_1, z_1$  и тремя углами Эйлера  $\varphi_{x_1}, \varphi_{y_1}, \varphi_{z_1}$ .

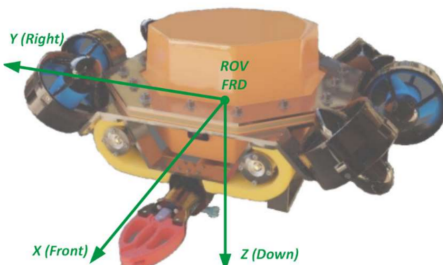


Рис. 1. НПА и расположение осей связанной системы координат

Считаем жидкость несжимаемой, а скорости движения НПА достаточно малыми. Выберем модель динамики аппарата, описываемой следующей системой уравнений

$$(1) \quad \begin{cases} (M_m + M_a) \frac{du}{dt} = F_{Arch} + F_{grav} - \omega \times [(M_m + M_a) \cdot u] + \tau + F_N, \\ (J_m + J_a) \frac{d\omega}{dt} = M_{Arch} + M_{grav} - \omega \times [(J_m + J_a) \cdot \omega] - \\ \quad - u \times [(M_m + M_a) \cdot u] + M_\tau + M_N. \end{cases}$$

В уравнениях (1) подразумевается, что все векторы записаны в системе координат, связанной с аппаратом, а также что:

- $M_m, J_m, M_a, J_a$  – матрицы собственных и присоединенных масс и моментов НПА, соответственно;
- $u, \omega$  – вектора скорости центра масс и угловой скорости аппарата;
- $F_{Arch}, F_{grav}, \tau, N, M_{Arch}, M_{grav}, M_\tau, M_N$  – Архимедова сила, гравитационная, управляющая и внешнего возмущения, а также их моменты, соответственно.

### 2.1. Описание геометрии исследуемого аппарата

Внешний вид НПА сверху и сбоку представлен на рис. 2, 3. Рассмотрим аппарат в следующей геометрической модели:

- Большую часть НПА (окрашена оранжевым на рис.2, 3) аппроксимируем цилиндром радиусом 15см и высотой 17см (выделен серой линией);
- Металлическую восьмиугольную рамку вокруг основной части НПА аппроксимируем квадратной рамкой (заключена между синей и зеленой линиями на соотв. рисунках) с длинами сторон 24см и 33см;
- Захват и 6 движителей не оказывают сопротивления жидкости.

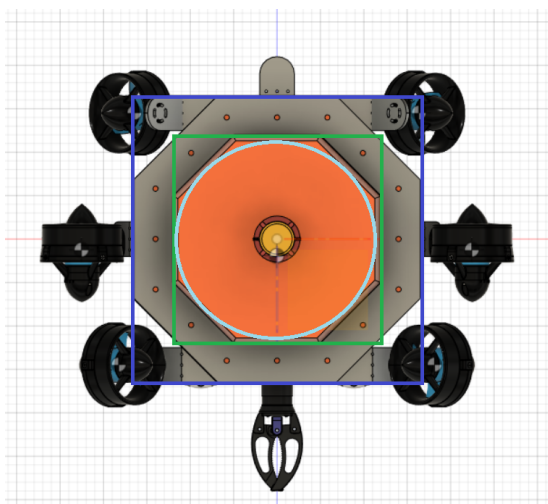


Рис. 2. Вид НПА сверху.

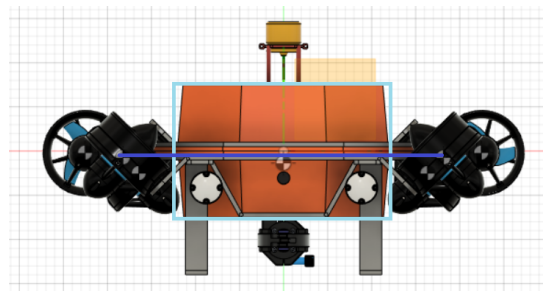


Рис. 3. Вид НПА сбоку.

### 3. Приближенное вычисление присоединенных масс

В рамках принятой нами в п. 2.1. геометрической модели, рассчитаем присоединенные массы по следующему алгоритму:

1. Рассчитаем присоединенные массы  $M_a^c$  и моменты инерции  $J_a^c$  цилиндра и присоединенные массы  $M_a^b$ ,  $M_a^s$  и моменты инерции  $J_a^b$ ,  $J_a^s$  квадратных пластин, исходя из известных приближений;
2. Рассчитаем присоединенные массы  $M_a$  и моменты инерции  $J_a$  всего аппарата по формуле

$$(2) \quad M_a = M_a^c + M_a^b - M_a^s, \quad J_a = J_a^c + J_a^b - J_a^s,$$

где индексом  $b$  обозначены параметры большей пластины, а с индексом  $s$  – меньшей.

#### 3.1. Вычисление присоединенных масс и моментов инерции теоретической модели НПА

Будем считать цилиндр достаточно длинным. В этом случае присоединенные массы по осям  $Ox_1$  и  $Oy_1$  будут равны [3]

$$(M_a^c)_{11} = (M_a^c)_{22} = \pi \rho r^2 h,$$

Сечение исследуемого цилиндра плоскостью  $Ox_1z_1$  есть прямоугольник со сторонами  $h$  и  $2r$ . В [4] в дипольном приближении были получены присоединенные массы и момент инерции квадратной пластины со стороной  $2a$ , которые равны

$$(3) \quad (M_a^s)_{11} = (M_a^s)_{22} = 4.754 \rho a^2, \quad (J_a^s)_{33} = 0.725 \rho a^4,$$

Используя эти приближения, можно оценить массы и моменты инерции в виде

$$M_a^c = \begin{pmatrix} \pi \rho r^2 h & 0 & 0 \\ 0 & \pi \rho r^2 h & 0 \\ 0 & 0 & 2.377 \rho r^2 h \end{pmatrix}, \quad J_a^c = \begin{pmatrix} 0.725 \rho r^3 \frac{h^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0.725 \rho r^3 \frac{h^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Присоединенные массы квадратных пластин можно найти, используя приближение тел большого удлинения [3]. Тогда, если  $a$  – это сторона большей квадратной пластины, то соответствующие тензоры могут быть записаны в виде

$$M_a^b = \frac{\pi\rho a^3}{8} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J_a^b = \frac{3.7\pi\rho a^5}{32} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Обозначая сторону меньшей квадратной пластины как  $b$ , получаем следующие оценки для присоединенных масс и моментов аппарата

$$M_a = \begin{pmatrix} \pi\rho r^2 h & 0 & 0 \\ 0 & \pi\rho r^2 h & 0 \\ 0 & 0 & 2.377\rho r^2 h + \frac{\pi}{8}\rho(a^3 - b^3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.02 & 0 & 0 \\ 0 & 12.02 & 0 \\ 0 & 0 & 26.86 \end{pmatrix},$$

$$J_a = \left[ 0.725\rho r^3 \frac{h^2}{4} + \frac{3.7\pi}{32}\rho(a^5 - b^5) \right] \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.15 & 0 & 0 \\ 0 & 1.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

## 4. Верификация параметров модели

Проанализируем проекции (1) на оси связанной системы координат. Обозначим  $\hat{M}_{x_1} = M_{11} + (M_a)_{11}$ ,  $\hat{M}_{y_1} = M_{22} + (M_a)_{22}$ ,  $\hat{M}_{z_1} = M_{33} + (M_a)_{33}$ . Пусть аппарат движется вдоль оси  $Ox_1$  без вращения, (1) в проекции на ось  $Ox_1$  примет вид

$$\frac{du_{x_1}}{dt} = \frac{\tau_{x_1}}{\hat{M}_{x_1}} + \frac{F_{\text{Arch}, x_1} + F_{g, x_1} + F_{N, x_1}}{\hat{M}_{x_1}}.$$

Если внешние воздействия постоянны или отсутствуют, то ускорение по оси  $Ox_1$  будет линейно зависеть от проекции управляющей силы на эту ось

$$(4) \quad \frac{du_{x_1}}{dt} = \frac{\tau_{x_1}}{\hat{M}_{x_1}} + \text{const.}$$

### 4.1. Натурный эксперимент

Среди имеющихся в распоряжении экспериментальных данных можно найти отрезок движения, наиболее подходящий для анализа. Однако на нем скорости вращения вокруг осей  $Oy_1$  и  $Oz_1$  хоть и малы, но не равны нулю. Мы учтем это при верификации параметров модели. Фильтруя данные на исследуемом отрезке скользящим средним, мы получаем следующую зависимость проекции ускорения на ось  $Ox_1$  от проекции ускоряющей силы на эту ось, см. рис. 4.

Из коэффициента наклона красной прямой на рисунке 4 можно найти присоединенную массу  $(M_a)_{11} = 18.92\text{кг}$ .

Полученное экспериментальное значение расходится с теоретическим значением в 12.05кг. Такое расхождение объясняется следующим:

1. Как было замечено выше, скорость вращения вокруг оси  $Oz_1$  не равна нулю. Это означает, что в правой части уравнения (4) появится дополнительное ненулевое слагаемое, чего не учитывает такая постановка эксперимента;

2. Теоретический расчет присоединенных масс выполнен в приближении безграничной жидкости, что не выполнено в бассейне, в котором проводится эксперимент.

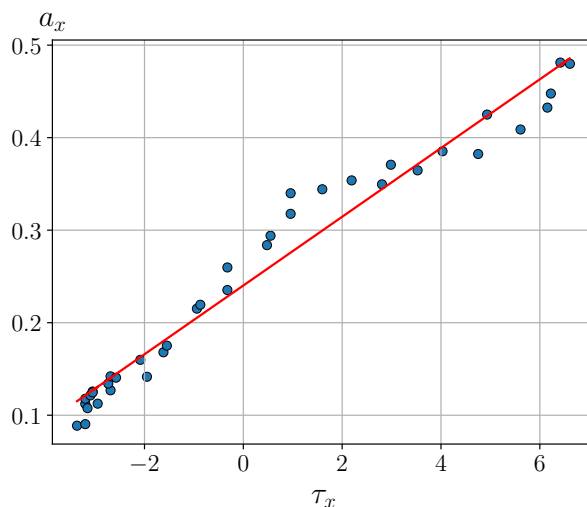


Рис. 4. Зависимость проекции ускорения аппарата на ось  $Ox_1$  от проекции управляющей силы на эту ось  $\tau_x$  и линейная аппроксимация этой зависимости

## 5. Заключение

В докладе был предложен подход к оценке присоединенных масс жидкости исследуемого объекта. Несмотря на некоторые допущения при построении геометрической модели НПА, результаты расчета присоединенных масс при помощи натурального эксперимента оказались сравнимы с полученными теоретически. Это позволяет говорить о корректности предлагаемого подхода оценки присоединенных масс и возможности синтезировать систему управления, основываясь на получаемой модели. При этом в случае использования параметров модели НПА, рассчитываемых по предложенному алгоритму, корректировки системы управления при ее переносе на реальный объект будут минимальны, а сам аппарат будет приемлемо функционировать в необходимых режимах работы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00134.

## Список литературы

1. Киселев Л.В., Юдаков А.А. Динамика подводного робота при траекторном обследовании объектов // Подводные роботы и их системы. Владивосток: Дальнаука, 1992. С. 28–50.
2. Hong S.M., Ha K.N., Kim J.-Y. UUV Simulation Modeling and its Control Method: Simulation and Experimental Studies // J. Mar. Sci. Eng. 2020. Vol. 8, No. 5.
3. Патрашев А.Н., Кивако Л.А., Гожий С.Н. Прикладная гидромеханика. М.: Воениздат, 1970. 688 с.
4. Newman J.N. Marine Hydrodynamics. Cambridge, MA.: The MIT Press, 2017. 426 p.