

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СПЛАЙНОВ ДЛЯ ЗАДАНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ МЕХАТРОННЫХ ОБЪЕКТОВ

А.С. Губанков

*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
МГУ им. адм. Г.И. Невельского
Россия, 690059, Владивосток, Верхнепортовая ул., 50а
E-mail: gubankov@dvo.ru*

И.В. Горностаев

*МГУ им. адм. Г.И. Невельского
Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева ДВО РАН
Россия, 690091, Владивосток, ул. Суханова, 5а
E-mail: gornostaev_iv@mail.ru*

Ключевые слова: траектория движения, мехатронный объект, В-сплайн, сплайн Безье, сплайн Катмулла-Рома, программная скорость.

Аннотация: В работе представлено сравнительное исследование различных способов задания программных перемещений мехатронных объектов (МО) по сложным пространственным траекториям, заданным параметрическими сплайнами Безье, В-сплайнами и сплайнами Катмулла-Рома третьего порядка. Получено выражение, описывающее зависимость скорости изменения параметра, задающего желаемое положение МО, от программной скорости его движения с учетом информации о виде траектории. В результате с использованием этого выражения, универсального для всех указанных параметрических сплайнов третьего порядка, обеспечивается перемещение МО по траектории точно с заданной скоростью с одновременном желаемом изменении его ориентации.

1. Введение

Управление различными МО (беспилотными летательными и автономными подводными аппаратами, промышленными и мобильными роботами) требует задания программных (желаемых) траекторий их движения и обеспечения выбранных режимов движения (с требуемыми скоростями и ускорениями) по этим траекториям. Для решения этой задачи предложено формировать программные траектории движения МО с помощью аналитических выражений вида $y = f_y(x)$ и $z = f_z(x)$ [1]. Недостатком этого метода является то, что для задания сложных замкнутых траекторий с его помощью необходимо использование громоздких функций $f_y(x)$ и $f_z(x)$ и введения дополнительных логических условий. Это приводит к необходимости задания траектории движения МО с помощью параметрических сплайнов, каждый из которых определяет положение объекта на траектории с учетом переменного параметра t .

Для задания требуемого режима движения (скорости) программного положения МО по траектории необходимо изменять указанный выше параметр с некоторой переменной скоростью. Для определения этой скорости изменения параметра можно

применять итерационные алгоритмы [2]. Однако при их применении реальная скорость движения программного положения МО может существенно отличаться от заданной.

В работах [3, 4] предложен метод аналитического расчета скорости движения МО при движении по траекториям, заданным сплайнами Безье третьего порядка. Представленные ниже исследования показывают особенности и позволяют определиться с выбором конкретной параметрической кривой.

2. Задание программных траекторий

С использованием параметрических сплайнов третьего порядка программная траектория движения МО и его пространственная ориентация задаются с помощью следующего матричного уравнения

$$(1) \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} x^*(\tau) \\ y^*(\tau) \\ z^*(\tau) \\ \psi^*(\tau) \\ \theta^*(\tau) \\ \phi^*(\tau) \end{bmatrix} = [1 \quad \tau \quad \tau^2 \quad \tau^3] \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{k,0} \\ \mathbf{P}_{k,1} \\ \mathbf{P}_{k,2} \\ \mathbf{P}_{k,3} \end{bmatrix},$$

где \mathbf{P} – вектор-столбец программных координат, однозначно определяющих положение $(x^*(\tau); y^*(\tau); z^*(\tau))$ и пространственную ориентацию МО, задаваемую углами Эйлера $(\psi^*(\tau); \theta^*(\tau); \phi^*(\tau))$; $\tau \in [0,1]$ – нормированный параметр, значение которого определяет желаемое положение МО на k -ом сплайне, а скорость изменения определяет скорость движения МО; $\mathbf{P}_{k,0}, \mathbf{P}_{k,1}, \mathbf{P}_{k,2}, \mathbf{P}_{k,3}$ – вектор-столбцы, используемые при построении k -го сплайна и (как и \mathbf{P}) определяющие положение и пространственную ориентацию в соответствующих точках $P_{k,0}, P_{k,1}, P_{k,2}, P_{k,3}$; $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{M}_3$ – матрицы коэффициентов, характерные для сплайнов Безье, В-сплайнов и сплайнов Катмулла-Рома, соответственно:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_2 = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

В зависимости от выбранного вида используемых сплайнов, задаваемых указанными матрицами коэффициентов \mathbf{M}_i , формируются соответствующие траектории движения МО, представленные на рис. 1, и законы изменения его пространственной ориентации.

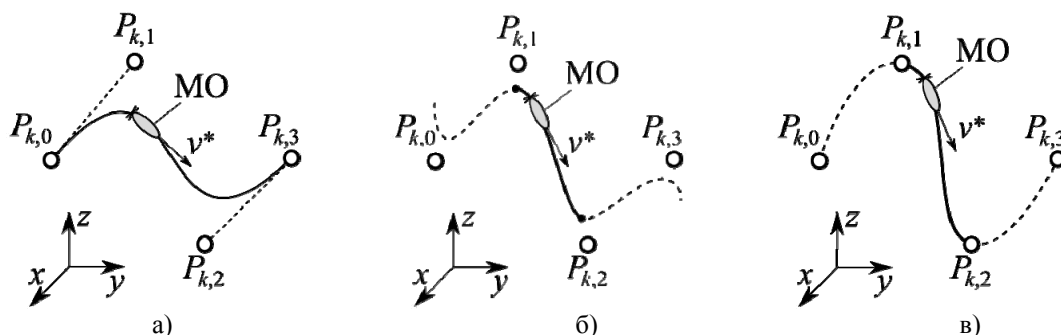


Рис. 1. Траектория движения мехатронного объекта, заданная с использованием параметрических а) сплайнов Безье; б) В-сплайнов; в) сплайнов Катмулла-Рома.

Анализируя приведенные выражения (1) для всех трех видов сплайнов, несложно показать, что каждый из них обладает своими особенностями. При использовании сплайнов Безье (см. рис. 1а) движение программного положения МО выполняется от точки $P_{k,0}$ ($\tau = 0$) к $P_{k,3}$ ($\tau = 1$), а точки $P_{k,1}$ и $P_{k,2}$ определяют касательные к траектории в точках $P_{k,0}$ и $P_{k,3}$. При использовании В-сплайнов (см. рис. 1б) движение осуществляется внутри прямоугольника $P_{k,0}P_{k,1}P_{k,2}P_{k,3}$ из окрестности точки $P_{k,1}$ к $P_{k,2}$. А при использовании сплайнов Катмулла-Рома (см. рис. 1в) движение выполняется от точки $P_{k,1}$ ($\tau = 0$) к $P_{k,2}$ ($\tau = 1$), что делает этот вид сплайнов наиболее удобными для задания траекторий движения МО. С учетом этих условий выбирая точки для построения каждого сплайна, можно строить произвольные замкнутые траектории движения МО.

Как было указано выше, при управлении МО требуется не только формировать программные траектории их движения, но и обеспечивать требуемые режимы движения по этим траекториям. Решение задачи формирования этих режимов движения рассмотрено в работах [3,4], в настоящей же работе будет показано, как обеспечить движение МО по траектории, построенной с использованием параметрических сплайнов (см. рис. 1), точно с заданной скоростью v^* . Для этого напомним, что скорость движения программного положения МО по траектории зависит от скорости изменения параметра τ . Поэтому найдем зависимость $\dot{\tau}$ от v^* .

Для этого сначала выразим из (1) декартовы координаты

$$(2) \quad \begin{cases} x^*(\tau) = A_{k,x}\tau^3 + B_{k,x}\tau^2 + C_{k,x}\tau + D_{k,x}, \\ y^*(\tau) = A_{k,y}\tau^3 + B_{k,y}\tau^2 + C_{k,y}\tau + D_{k,y}, \\ z^*(\tau) = A_{k,z}\tau^3 + B_{k,z}\tau^2 + C_{k,z}\tau + D_{k,z}, \end{cases}$$

где коэффициенты при различных степенях τ , $\mathbf{A}_k = [A_{k,x} \ A_{k,y} \ A_{k,z} \ A_{k,\psi} \ A_{k,\theta} \ A_{k,\phi}]$, $\mathbf{B}_k = [B_{k,x} \ B_{k,y} \ B_{k,z} \ B_{k,\psi} \ B_{k,\theta} \ B_{k,\phi}]$, $\mathbf{C}_k = [C_{k,x} \ C_{k,y} \ C_{k,z} \ C_{k,\psi} \ C_{k,\theta} \ C_{k,\phi}]$, $\mathbf{D}_k = [D_{k,x} \ D_{k,y} \ D_{k,z} \ D_{k,\psi} \ D_{k,\theta} \ D_{k,\phi}]$, зависят от выбранного вида сплайнов. Для сплайнов Безье, В-сплайнов и сплайнов Катмулла-Рома их можно записать соответственно в следующем виде

$$(3) \quad \begin{cases} \mathbf{A}_k = -\mathbf{P}_{k,0} + 3\mathbf{P}_{k,1} - 3\mathbf{P}_{k,2} + \mathbf{P}_{k,3}, \\ \mathbf{B}_k = 3\mathbf{P}_{k,0} - 6\mathbf{P}_{k,1} + 3\mathbf{P}_{k,2}, \\ \mathbf{C}_k = -3\mathbf{P}_{k,0} + 3\mathbf{P}_{k,1}, \\ \mathbf{D}_k = \mathbf{P}_{k,0}, \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \mathbf{A}_k = (-\mathbf{P}_{k,0} + 3\mathbf{P}_{k,1} - 3\mathbf{P}_{k,2} + \mathbf{P}_{k,3})/6, \\ \mathbf{B}_k = (3\mathbf{P}_{k,0} - 6\mathbf{P}_{k,1} + 3\mathbf{P}_{k,2})/6, \\ \mathbf{C}_k = (-3\mathbf{P}_{k,0} + 3\mathbf{P}_{k,2})/6, \\ \mathbf{D}_k = (\mathbf{P}_{k,0} + 4\mathbf{P}_{k,1} + \mathbf{P}_{k,2})/6, \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \mathbf{A}_k = (-\mathbf{P}_{k,0} + 3\mathbf{P}_{k,1} - 3\mathbf{P}_{k,2} + \mathbf{P}_{k,3})/2, \\ \mathbf{B}_k = (2\mathbf{P}_{k,0} - 5\mathbf{P}_{k,1} + 4\mathbf{P}_{k,2} - \mathbf{P}_{k,3})/2, \\ \mathbf{C}_k = (-\mathbf{P}_{k,0} + \mathbf{P}_{k,2})/2, \\ \mathbf{D}_k = \mathbf{P}_{k,1}. \end{cases}$$

Поскольку известно, что $v^{*2} = (\dot{x}^{*2} + \dot{y}^{*2} + \dot{z}^{*2})$, то для нахождения проекций \dot{x}^* , \dot{y}^* и \dot{z}^* продифференцируем по времени выражения (2)

$$(6) \quad \begin{cases} \dot{x}^*(\tau) = F_x(\tau)\dot{\tau}, \\ \dot{y}^*(\tau) = F_y(\tau)\dot{\tau}, \\ \dot{z}^*(\tau) = F_z(\tau)\dot{\tau}, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} F_x(\tau) &= dx^*(\tau)/d\tau = 3A_{k,x}\tau^2 + 2B_{k,x}\tau + C_{k,x}, \\ F_y(\tau) &= dy^*(\tau)/d\tau = 3A_{k,y}\tau^2 + 2B_{k,y}\tau + C_{k,y}, \end{aligned}$$

$$F_z(\tau) = dz^*(\tau)/d\tau = 3A_{k,z}\tau^2 + 2B_{k,z}\tau + C_{k,z}.$$

Тогда с учетом (6) можно записать, что $v^{*2} = (F_x^2(\tau) + F_y^2(\tau) + F_z^2(\tau))t^2$, следовательно,

$$(7) \quad \dot{t} = \pm v^* / \sqrt{F_x^2(\tau) + F_y^2(\tau) + F_z^2(\tau)},$$

где знак «+» соответствует движению программного положения МО по траектории от начала сплайна ($\tau = 0$) к концу ($\tau = 1$), а “-” – в обратном направлении. Таким образом, обеспечивая изменение параметра τ согласно (7), можно поддерживать требуемую скорость v^* движения МО на всей траектории, а его пространственная ориентация будет автоматически меняться в процессе этого движения, например, согласно (1).

3. Результаты моделирования

Для сравнения работы указанных выше трех методов задания программных движений МО было проведено моделирование в среде MATLAB. При этом помощью этих методов по одинаковому набору точек были построены практически совпадающие траектории, состоящие из 31 сплайна (см. рис. 2), с началом в точке B и концов в точке E . В процессе движения МО по траектории его скорость была постоянной и равной $v^* = 1$ м/с, обеспечивая автоматическое изменение параметра τ согласно (7) и декартовых координат x^* , y^* , z^* (см. рис. 3) согласно (2). При движении МО предполагалось, что его пространственная ориентация должна быть направлена по касательной к формируемой траектории. Для обеспечения этого углы Эйлера ψ^* , θ^* , φ^* , как было указано выше, формировались не согласно соответствующим зависимостям (1), а рассчитывались непосредственно с учетом проекций вектора скорости v^* , пропорциональных переменным $F_x(\tau)$, $F_y(\tau)$, $F_z(\tau)$ (см. (6)).

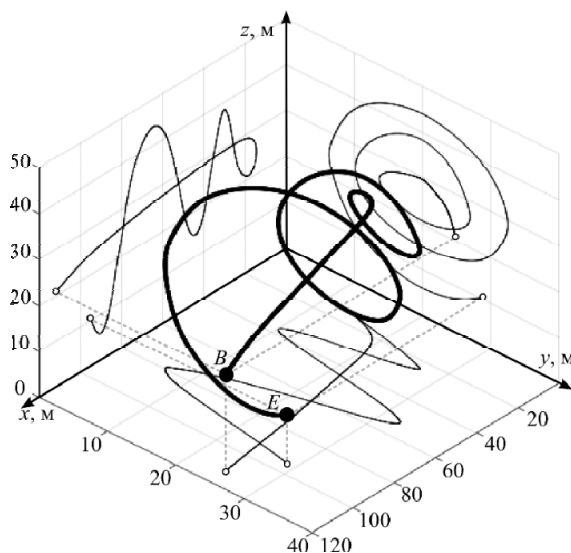


Рис. 2. Программная траектория движения МО в трехмерном пространстве.

Из представленных результатов видно, что построенные траектории (см. рис. 2) и соответствующие законы изменения x^* , y^* , z^* для различных сплайнов схожи, но на отдельных участках траектории заметны отклонения. Из-за этого наблюдаются нежелательные скачки вторых производных \ddot{x}^* , \ddot{y}^* , \ddot{z}^* и, следовательно, ускорения a^* (см. 1 и 3 на рис. 4). Такие скачки при управлении реальными МО приводят к резким увеличениям силомоментных воздействий на валы их электроприводов, из-за чего

возможен выход на ограничения и сход этих объектов с предписанных траекторий. Как видно из рис. 4, при использовании В-сплайнов указанные скачки не наблюдаются.

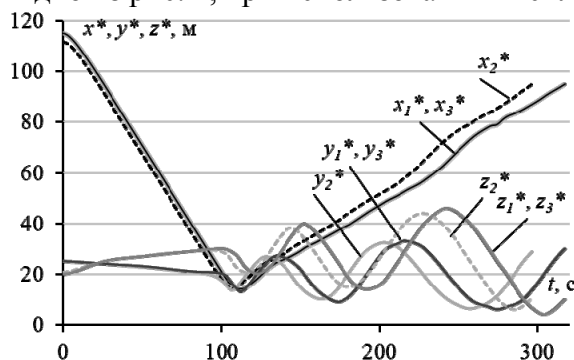


Рис. 3. Законы изменения программных a^* значений координат x^* , y^* , z^* .

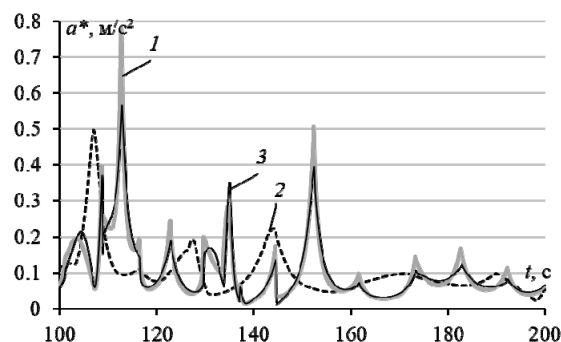


Рис. 4. Законы изменения ускорения движения МО по траектории.

На основе проведенного моделирования можно сделать следующие выводы о применении различных параметрических сплайнов. Недостатком сплайнов Безье является необходимость выполнения дополнительных расчетов координат вспомогательных точек (см. $P_{k,1}$ и $P_{k,2}$ на рис. 1). Сплайны Катмулла-Рома лишены этого недостатка, но, как и сплайны Безье, не обеспечивают непрерывности вторых производных (ускорений). Напротив, В-сплайны позволяют при построении траектории плавно менять ее кривизну, но из-за того, что формируемая кривая может не проходить через опорные точки (см. рис. 1б), требуется разбивать всю траекторию на большее число сплайнов. Однако этот факт позволяет корректировать отдельные части траекторий без полного их пересмотра.

4. Заключение

В работе рассмотрено применение различных параметрических сплайнов третьего порядка для решения задачи задания программных траекторий движения МО и их пространственных ориентаций. Предложен способ обеспечения требуемого режима движения МО с учетом параметрических уравнений, описывающих эти траектории. Также представлены результаты численного моделирования применения сплайнов Безье, В-сплайнов и сплайнов Катмулла-Рома для задания траекторий движений МО. На основе этих результатов сделаны выводы об особенностях применения этих сплайнов при решении практических задач.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00489, <https://rscf.ru/project/24-29-00489/>.

Список литературы

1. Lebedev A.V. Synthesis of desired trajectories of dynamic objects spatial movement // Proceedings of the 6th IASTED International Conf. Intelligent Systems and Control, Honolulu, Hawaii, USA, 2004. P. 36-39.
2. Filaretov V., Yukhimets D., Mursalimov E. The universal onboard information-control system for mobile robots // Procedia Engineering, 2015. Vol. 100. P. 737-745.
3. Filaretov V.F., Gubankov A.S., Gornostaev I.V. The formation of motion laws for mechatronics objects along the paths with the desired speed // Proceedings of Int. Conf. on Computer, Control, Informatics and Its Applications, Jakarta, Indonesia, 2016. P. 93-96.
4. Filaretov V., Gubankov A., Gornostaev I. Method of formation of reference movement speed of working tool of multilink manipulator // Proceedings of the 5th Int. Conf. on Interactive Collaborative Robotics. St. Petersburg, Russia, 2020. P. 89-98.