

УДК 629.7.05

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИКИ И ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ОЦЕНОК ОШИБОК КОРРЕКТИРУЕМЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А.В. Чернодаров

*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Россия, 129085, Москва, ул. Годовикова, 9
E-mail: chernod@mail.ru*

А.А. Полякова

*МГТУ имени Н.Э. Баумана
Научно-производственное объединение «НаукаСофт»
Россия, 129085, Москва, ул. Годовикова, 9
E-mail: apolyakova@naukasoft.ru*

Н.П. Старостин

*Раменское приборостроительное конструкторское бюро
Россия, 140103, Раменское, Московская область, ул. Гурьева, 2
E-mail: stark201288@gmail.com*

Ключевые слова: бесплатформенная инерциальная навигационная система, демпфирование ошибок, совместное оценивание и управление, обратная задача динамики.

Аннотация: Рассматривается задача компенсации ошибок инерциальных навигационных систем (ИНС) между сеансами коррекции. Такая задача связана с согласованием решений нелинейных дифференциальных уравнений ИНС и линеаризованных уравнений их ошибок. Стохастический характер таких уравнений приводит к необходимости управления процессом компенсации оценок ошибок для стабилизации параметров ИНС относительно опорной фазовой траектории. Предлагаемое решение задачи основано на применении метода обратных задач динамики для компенсации оценок, формируемых фильтром.

1. Введение

В настоящее время считается обоснованным применение обобщённого фильтра Калмана (ОФК) [1] и датчиков внешней информации (ДВИ) для оценивания ошибок бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Ошибки БИНС определяются относительно опорной (невозмущенной) фазовой траектории, параметры которой описываются дифференциальным уравнением

$$(1) \quad \dot{Y}(t) = F[Y(t)].$$

Стохастическое дифференциальное уравнение для параметров БИНС имеет вид:

$$(2) \quad \dot{Y}_{\text{БИНС}}(t) = F[Y_{\text{БИНС}}(t)] + G(t)\xi(t),$$

где $\xi(t)$ – вектор возмущений в БИНС, имеющий ковариационную матрицу $M[\xi(t)\xi^T(t-\tau)] = Q(t)\delta(t-\tau)$; $\delta(t-\tau)$ – дельта-функция; $M[\dots]$ – оператор математического ожидания; $G(t)$ – матрица интенсивностей возмущений.

Опорная и инерциальная фазовые траектории связаны уравнением ошибок

$$(3) \quad \dot{x}(t) = A(t)x(t) + G(t)\xi(t),$$

где $x(t) = \Delta Y(t) = Y_{\text{БИНС}}(t) - Y(t)$ – вектор ошибок БИНС; $A(t) = \frac{\partial F[Y_p(t)]}{\partial Y}$.

Оценки $\hat{x}(t)$ ошибок БИНС формируются ОФК путем обработки наблюдений

$$(4) \quad Z(t) = h[Y_{\text{БИНС}}(t)] - h[Y(t)]_{\text{ДВИ}},$$

где $h[Y(t)]_{\text{ДВИ}}$ – измерения ДВИ, имеющие модель $h[Y(t)]_{\text{ДВИ}} = h[Y(t)] + \vartheta(t)$; $\vartheta(t)$ – вектор возмущений в канале измерений, имеющий ковариационную матрицу $M[\vartheta(t)\vartheta^T(t-\tau)] = R(t)\delta(t-\tau)$.

Взаимосвязь наблюдений (4) с ошибками БИНС учитывается через математическую модель

$$(5) \quad Z(t) = H(t)x(t) + \vartheta(t),$$

где $H(t) = \frac{\partial h[Y(t)]}{\partial Y}$ – матрица связи наблюдений с вектором ошибок БИНС.

БИНС с ОФК в контуре оценивания ошибок может быть представлена схемой, показанной на рис. 1, где Y – вектор параметров движения; ПК – преобразователь координат; Λ – символ оценки; $\hat{Y}_{i/i-1}$; $\hat{x}_{i/i-1}$ – прогнозные значения оценок вектора параметров и ошибок БИНС в момент времени $t = t_i$ после обработки Z_{i-1} наблюдений; $\hat{Y}_{i/i}$; $\hat{x}_{i/i}$ – скорректированные после обработки Z_i наблюдений значения оценок; K_x – коэффициенты демпфирования оценок.

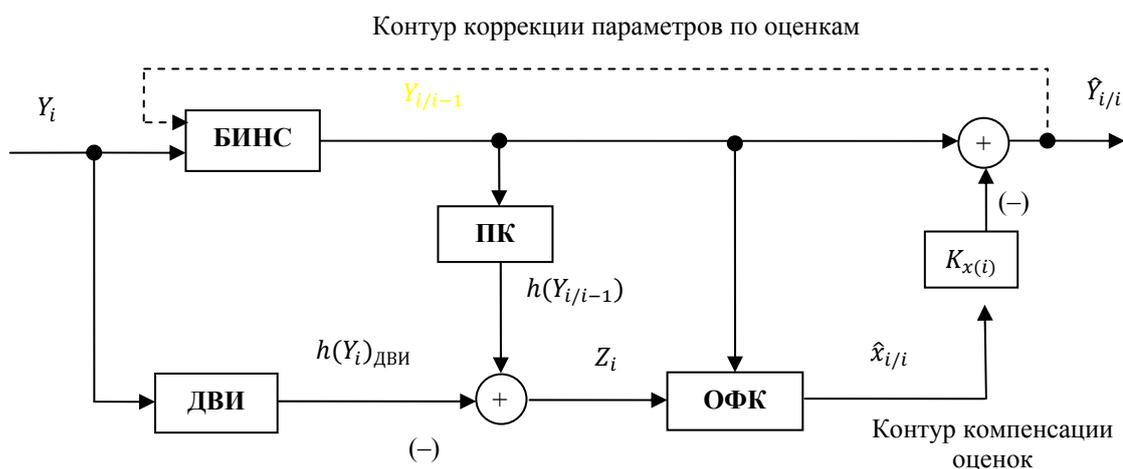


Рис.1. Структурная схема БИНС с ОФК в контуре оценивания ошибок.

Дискретное представление уравнений (2), (3) имеет вид:

$$(6) \quad \hat{Y}_{i/i-1} = F(\hat{Y}_{i-1/i-1}, t_i);$$

$$(7) \quad \hat{x}_{i/i-1} = \Phi_i \hat{x}_{i-1/i-1},$$

где Φ_i – переходная матрица для вектора ошибок, определяемая из решения уравнения $d\Phi(t, t_{i-1})/dt = A(t)\Phi(t, t_{i-1})$ при $\Phi(t_{i-1}, t_{i-1}) = E$; E – единичная матрица.

Типовыми являются следующие уравнения для корректируемой БИНС [2]:

- схема с контуром компенсации оценок (на рис. 1 без штриховой линии):

$$(8) \quad \hat{x}_{i/i} = \hat{x}_{i/i-1} + K_i(Z_i - H_i\hat{x}_{i/i-1}); \hat{Y}_{i/i} = Y_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i};$$

- схема с контуром коррекции параметров (на рис. 1 со штриховой линией):

$$(9) \quad \hat{x}_{i/i} = K_i Z_i; Y_{i/i} = Y_{i/i-1} - \hat{x}_{i/i}; \hat{x}_{i/i} = 0,$$

где K_i – коэффициент усиления ОФК.

Схема с контуром компенсации оценок (8) соответствует индикаторному режиму комплексирования БИНС и ДВИ. В этом режиме не обеспечиваются необходимые условия функционирования ОФК, связанные с линейностью оцениваемых ошибок. При реализации контура коррекции параметров БИНС по алгоритму (9) выполняется полная компенсация оценок и их последующее обнуление. Однако в этом случае из структуры ОФК исключается модуль прогноза ошибок (7), который поддерживает сглаживающие свойства ОФК. Возникает необходимость формирования процедур управления оценками между наблюдениями. Такое управление может быть реализовано с помощью коэффициентов демпфирования оценок K_x . Цель работы связана с синтезированием таких коэффициентов на основе обратной задачи динамики [3].

2. Обратная задача динамики и идентификация коэффициентов демпфирования оценок ошибок БИНС

В классической постановке прямую и обратную задачи динамики можно интерпретировать следующим образом:

- прямая задача: для заданных начальных условий и входных воздействий определить траекторию движения системы в фазовом пространстве;
- обратная задача [3]: определить входные воздействия, обеспечивающие движение системы по заданной траектории. Если фазовая траектория задана в виде матричной экспоненты, то задача состоит в определении дополнительных коэффициентов K_x в уравнении (3), обеспечивающих движение по этой экспоненте.

Для формирования коэффициентов $K_x(t)$ может быть использована технология экспоненциальной компенсации оценок ошибок БИНС

$$(10) \quad \hat{Y}(t) = F[\hat{Y}(t)] - [A(t) - \hat{\Lambda}(t)]\hat{x}(t),$$

где $K_x(t) = \Lambda(t)$; $\Lambda(t) = \text{diag}[\lambda_1(t) \dots \lambda_n(t)]$; $0 < \lambda_j(t) < 1$; n – размерность вектора ошибок.

Критерий оптимальности может быть сформирован в следующем дискретном виде

$$(11) \quad \hat{\Lambda}_i = \underset{\Lambda_i}{\operatorname{argmin}} 0.5 \sum_{i=i_0}^{i_f} \eta_i^T P_{i/i}^{-1} \eta_i \text{ при условии } \Lambda_i = \Lambda_{i-1},$$

где $\eta_i = \Phi_i(E - \Lambda_i)x_{i-1/i-1} - x_{i/i}$ – вектор невязок; $P_{i/i}$ – ковариационная матрица ошибок оценивания, сформированная в i -й момент времени по i наблюдениям.

Задача (11) может быть решена по технологии Беллмана-Шридхара [4] для гамильтониана

$$(12) \quad H = 0.5\{\|\eta_i\|_{P_{i/i}^{-1}}^2 + \|\omega_i\|_{N_i^{-1}}^2\} + \mu_i^T (\Lambda_{i-1} + \omega_i)$$

с учетом канонических уравнений $\frac{\partial H}{\partial \mu_i^T} = \hat{x}_i$; $\frac{\partial H}{\partial x_{i-1}} = \hat{\mu}_{i-1}^T$; $\frac{\partial H}{\partial \omega_i} = 0$ и граничных условий $\hat{\mu}_{i_f} = 0$; $\hat{x}_{i_0} = 0$, где $\|\eta_i\|_{P_{i/i}^{-1}}^2 = \eta_i^T P_{i/i}^{-1} \eta_i$; μ_i – вектор множителей Лагранжа; ω_i – вектор возмущений с ковариационной матрицей $N(t)$; $[i_0; i_f]$ – интервал оптимизации.

После вычисления частных производных и выполнения алгебраических преобразований, может быть получено следующее решение канонических уравнений:

$$(13) \quad \hat{\Lambda}_{i/i-1} = \hat{\Lambda}_{i-1/i-1} - N_{i-1} \hat{\mu}_{i-1};$$

$$(14) \quad \hat{\mu}_i = \hat{\mu}_{i-1} + \tilde{x}_{i-1}^T \Phi_i^T P_{i/i}^{-1} \eta_i;$$

$$(15) \quad \hat{\omega}_i = -N_{i-1} \hat{\mu}_{i-1},$$

где $\tilde{x}_{i-1} = \text{diag}\{x_{1(i-1)}, \dots, x_{n(i-1)}\}$.

Уравнения (13)-(15) и граничные условия определяют двухточечную краевую задачу (ДТКЗ). Решая ДТКЗ методом инвариантного погружения [4], может быть получен следующий алгоритм оценивания вектора $\hat{\Lambda}_{i/i}$.

Прогноз:

$$(161) \quad \hat{\Lambda}_{i/i-1} = \hat{\Lambda}_{i-1/i-1};$$

$$(172) \quad S_{i/i-1} = S_{i-1/i-1} + N_i.$$

Коррекция:

$$(183) \quad V_i = \hat{x}_{i/i-1} S_{i/i-1} \hat{x}_{i/i-1}^T + P_{i/i};$$

$$(19) \quad S_{i/i} = S_{i/i-1} - S_{i/i-1} \hat{x}_{i/i-1}^T V_i^{-1} \hat{x}_{i/i-1} S_{i/i-1};$$

$$(204) \quad \hat{\Lambda}_{i/i} = \hat{\Lambda}_{i/i-1} + S_{i/i} \hat{x}_{i/i-1}^T P_{i/i}^{-1} \eta_i,$$

где $\hat{x}_{i/i-1} = \text{diag}[\hat{x}_{1(i/i-1)} \dots \hat{x}_{n(i/i-1)}]$; $S_{i/i-1}$; $S_{i/i}$ – прогнозная и скорректированная ковариационные матрицы ошибок формирования коэффициентов демпфирования.

Применение алгоритма (16)-(20) требует обращения ковариационной матрицы ошибок оценивания $P_{i/i}$, а также ковариационной матрицы ошибок наблюдений V_i . Указанные вычислительно неустойчивые процедуры могут быть исключены при включении алгоритма формирования коэффициентов в структуру U - D модификации ОФК [5]. Такая модификация основана на применении ортогонального преобразования ковариационной матрицы $P_{i/i} = U_{i/i} D_{i/i} U_{i/i}^T$, где $U_{i/i}$ – верхняя треугольная матрица с единичными диагональными элементами; $D_{i/i}$ – диагональная матрица.

Рассмотренная технология компенсации оценок ошибок БИНС была апробирована в полунатурном эксперименте. Объектом исследований являлась система БИНС-500НС [6] на базе волоконно-оптических гироскопов со встроенной flash-памятью. Результаты сравнительного анализа функционирования системы с различными схемами демпфирования оценок ошибок получены на основе счисления параметров движения по зарегистрированным сигналам БИНС и спутниковой навигационной системы (СНС). Эксперименты проводились в наземных условиях с размещением оборудования на автомобиле. На рис. 2 показана круговая позиционная ошибка

$\Delta S = \sqrt{\delta_\phi^2 + \delta_\lambda^2}$ при реализации контура коррекции (9); на рис. 3 - ошибка ΔS при реализации контура коррекции с идентификацией коэффициентов демпфирования оценок, где $\delta_\phi = (\Phi_{\text{БИНС}} - \Phi_{\text{СНС}})R$; $\delta_\lambda = (\lambda_{\text{БИНС}} - \lambda_{\text{СНС}})R \cos \Phi_{\text{СНС}}$; $\phi; \lambda$ – геодезические широта и долгота; R – радиус-вектор местоположения БИНС.

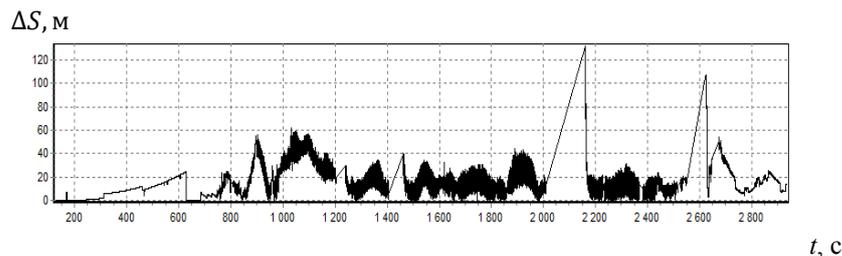


Рис. 2. Круговая позиционная ошибка при реализации контура коррекции БИНС (9)

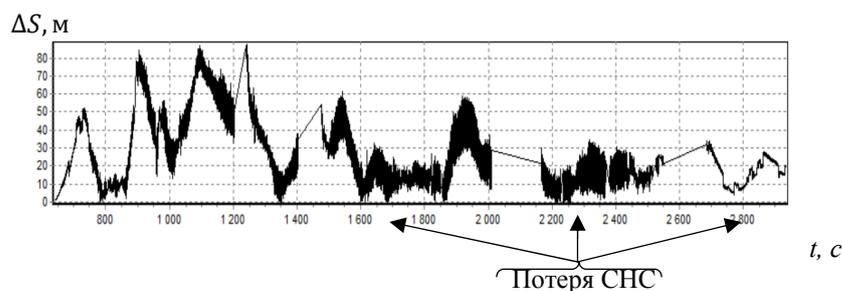


Рис. 3. Круговая позиционная ошибка при реализации контура компенсации оценок (16)-(20).

Сравнение результатов показывает, что при больших временных интервалах между наблюдениями реализация контура коррекции параметров БИНС (9) может привести к их расходимости относительно опорной траектории, формируемой СНС.

3. Заключение

В работе сформулирована задача управляемой компенсации оценок ошибок БИНС. Предлагаемое решение основано на применении метода обратных задач динамики. Реализация такого метода опирается на идентификацию коэффициентов демпфирования оценок ошибок между наблюдениями. Идентификация выполняется на основе обработки невязок между прогнозными и скорректированными по наблюдениям оценками. Проведенные исследования и полученные результаты подтверждают целесообразность управляемой компенсации оценок ошибок БИНС.

Список литературы

1. Степанов О.А. Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч 2. Введение в теорию фильтрации. СПб.: ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2012. 417 с.
2. Maybeck P.S., Stochastic Models, Estimation and Control. N.Y., Academic Press, 1982. Vol. 2.
3. Крайлюк А.Д., Меркулов В.И., Харьков В.П., Чернов В.С. Алгоритмы траекторного управления на основе концепции обратных задач динамики в угломерных двухпозиционных системах радиомониторинга // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2017. № 4. С. 3-17.
4. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Пер. с англ. под ред. Б.Р. Левина. М.: Связь, 1976. 496 с.
5. Чернодаров А.В. Контроль, диагностика и идентификация авиационных приборов и измерительно-вычислительных комплексов. М.: Научтехлитиздат, 2017. 300 с.

6. Чернодаров А.В., Патрикеев А.П., Карпов О.А. Летная отработка инерциально-спутниковой навигационной системы БИНС-500НС в высоких широтах // XXV Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. СПб: ОАО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2018. С. 286-289.