УДК 517.977

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМ КОЛИЧЕСТВОМ ОБЪЕКТОВ

Д.С. Завалищин
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН
Россия, 620108, Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, 16
E-mail: zav@imm.uran.ru

Ключевые слова: задачи управления, оптимизация, задача маршрутизации, гибридная система.

Аннотация: Рассматриваются перемещения на плоскости некоторой совокупности объектов с посещением заданных точек. Совокупность объектов или система состоит из основного и вспомогательных, причем последние могут перемещаться как вместе или на базе основного так и отдельно. Таким образом формальное количество перемещаемых объектов в системе не является постоянным. Уравнения, описывающие такие перемещения, выписаны в виде гибридной системы с переключениями. Ставится задача оптимизации перемещений двух и более объектов на плоскости при определенных ограничениях.

1. Введение

Задачи управления группами объектов рассматривались в [1, 2], в том числе изучались и вопросы их реконфигурации в процессе перемещений и обхождения препятствий. Вопросы моделирования динамики групповых движений для самых разных приложений [3] являются актуальными, особенно в управлении служб доставки, спрос на услуги которых в последние годы резко возрос. В продолжении исследований [4–6], связанных построением оптимальных траекторий для параллельных или распределенных доставок грузов заказчикам системой основных и вспомогательных перевозчиков, предлагается математическая формализация рассматриваемых оптимизационных задач. Постановки задач отчасти перекликаются с известной задачей коммивояжера в плане обхода целевого множества точек. Например, в работе [7] исследуются задачи выбора маршрута на базе модели смешанного целочисленного линейного программирования, предложен гибридный генетический алгоритм решения задачи коммивояжера. В рассматриваемых здесь вопросах, оригинальной является строение системы, конфигурация перемещающихся объектов – участников перемещений. Совокупность полученых траекторий движения объектов соответствует решению поставленной оптимизационной задачи.

2. Постановка задачи

Рассмотрим совокупность траекторий некоторой системы n объектов, $n = 2, \ldots, N$, возникающих в процессе их перемещения на плоскости из начальной точки S_0 в конечную F_0 с посещением заданной точки G_1 (см. рис. 1). В системе из

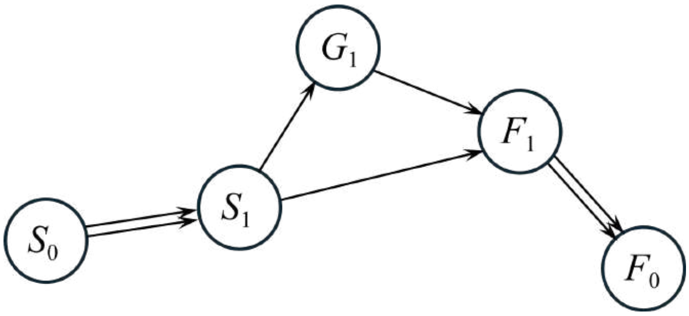

Рис. 1. Перемещения системы из двух объектов

n объектов будем называть один основным и остальные $n-1$ вспомогательными.

В минимальной конфигурации системы, если $n = 2$, один объект является основным и один вспомогательным. Именно такая конфигурация изображена на рис. 1. Целевую точку G_1 посещает только вспомогательный объект. Точки S_1 отделения вспомогательного объекта от основного и F_1 их воссоединения определяются с учетом неравенства

$$D(S_1, G_1) + D(G_1, F_1) \leqslant C_1. \tag{1}$$

Для основного объекта также можно ввести ограничение

$$D(S_0, S_1) + D(S_1, F_1) + D(F_1, F_0) \leqslant C_0. \tag{2}$$

При заданных точках S_0, F_0 и G_1 выбор координат точек S_1 и F_1 осуществляется по критерию

$$t = \frac{D(S_0, S_1) + D(S_1, F_1) + D(F_1, F_0)}{V_0} \to \min \tag{3}$$

при ограничениях (1) и (2), где V_0 – максимальная скорость основного объекта (1).

В конфигурации системы $n = 3$, когда один объект является основным и два вспомогательных, допускается наличии двух целевых точек G_1 и G_2. В этом случае задача оптимизации (3) ставится следующим образом

$$\begin{aligned} &t = \frac{D(S_0, S_1) + D(S_1, S_2) + D(S_2, F_1) + D(F_1, F_2) + D(F_2, F_0)}{V_0} \to \min\,, \\ &D(S_1, G_1) + D(G_1, F_1) \leqslant C_1\,, \\ &D(S_2, G_2) + D(G_2, F_2) \leqslant C_2\,, \\ &D(S_0, S_1) + D(S_1, S_2) + D(S_2, F_1) + D(F_1, F_2) + D(F_2, F_0) \leqslant C_0\,. \end{aligned} \tag{4}$$

Если говорить о динамике рассматриваемой совокупности объектов, то гибридная динамическая система будет содержать непрерывную и дискретную составляющие и описываться совокупностью дифференциальных уравнений

$$
\left[
\begin{array}{ll}
\ddot{x}^{(1)} = f_1\left(x^{(1)}, \dot{x}^{(1)}, u^{(1)}\right), & t \in [t_0, t_1] \\
\begin{cases}
\ddot{x}^{(2)} = f_2\left(x^{(2)}, \dot{x}^{(2)}, u^{(2)}\right), \\
\ddot{x}^{(3)} = f_3\left(x^{(3)}, \dot{x}^{(3)}, u^{(3)}\right),
\end{cases} & t \in (t_1, t_2]
\end{array}
\right.
\tag{5}
$$

где момент переключения t_1 и положение системы $x^{(1)}(t_1)$ неизвестны, начальное положение $x^{(1)}(t_0)$ задано. Целью управления является попадание траекторий $x^{(2)}(t)$ и $x^{(3)}(t)$ в заданные точки x_2^* и x_3^* в момент t_2, $t_2 \leqslant T$ с минимальными затратами.

Список литературы

1. Куржанский А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2014. Т. 20, № 3. С. 166–179.
2. Куржанский А.Б. Задача о нестолкновениях при групповом движении в условиях препятствий // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2015. Т. 21, № 2. С. 134–149.
3. Niu M., Frost F., Milner J.E., Skarin A., Blackwell P.G. Modelling group movement with behaviour switching in continuous time // Biometrics. 2022. Vol. 78, Is. 1. P. 286–299.
4. Vakolyuk K., Zavalishchin D. Algorithm for Parallel Parcels Delivery Service // 2021 Ural Symposium on Biomedical Engineering, Radioelectronics and Information Technology (USBEREIT). Yekaterinburg, Russia. 2021. P. 367–370.
5. Vakolyuk K.K., Zavalishchin D.S. Parallel Delivery Operations Modelling // Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. 2022. Vol. 15, No. 4. P. 109–114.
6. Завалищин Д.С. Моделирование оптимальных маршрутов распределенных доставок грузов // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2023. Т. 57, № 1 (57). С. 14–21.
7. Euchi J., Sadok A. Hybrid genetic–sweep algorithm to solve the vehicle routing problem with drones // Physical Communication, 2021. Vol. 44. 101236.