

УДК 004.021

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О КАЛИБРОВКЕ БОЛЬШОГО МАССИВА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ДАТЧИКОВ

О.Н. Граничин

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9
E-mail: oleg_granichin@mail.ru

П.С. Щербаков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН
Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, 65
Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 44, кор. 2
E-mail: cavour118@mail.ru

Ключевые слова: ультразвуковой датчик, калибровка, оценивание параметров, оптимизация, большие размерности.

Аннотация: Предлагается новый метод оценивания точных координат и задержек приема/передачи для большого массива ультразвуковых (УЗ) датчиков по измерениям времени прохождения УЗ-сигнала между ними.

1. Введение и постановка задачи

С увеличением разрешающей способности измерительных устройств и скорости передачи и обработки информации актуализируется задача более тонкой калибровки параметров работы этих устройств, среди которых одни из самых важных – точность позиции и задержки приема/передачи данных [1, 2]. Традиционные подходы по тщательной геометрической юстировке не справляются с решением новых задач из-за наличия данных огромных объемов и необходимости получения существенно более точных результатов.

В настоящей работе предлагается новый подход к решению следующей задачи. Имеется массив из n УЗ-датчиков, расположенных на плоской круговой раме, имеющих координаты $x_i \in \mathbb{R}^2$ и использующихся как для подачи, так и для приема УЗ-сигнала, – как схематически изображено на рис. 1.

Для получения качественной картинки при проведении УЗ-исследования необходимо иметь хорошие оценки времени прохождения сигнала между датчиками (Time of Flight, ToF), что, в свою очередь, требует хороших оценок расстояний между ними или их координат. В идеале датчики должны быть расположены на раме в точности на одинаковых расстояниях друг от друга, однако несовершенство процесса

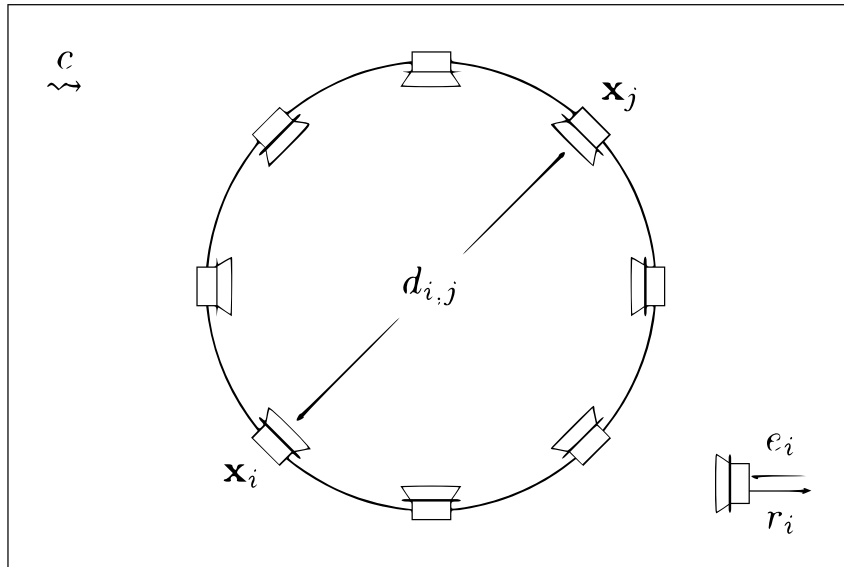


Рис. 1. Схематическое изображение кругового массива ультразвуковых датчиков.

производства аппаратуры обуславливает наличие определенных технологических допусков, что выливается в неидеальное расположение датчиков – небольшое отклонение их фактического расположения x_i как по углу, так и по радиусу. По тем же технологическим причинам сами датчики неидеальны; так, испускание сигнала передающим датчиком i имеет некоторое временное запаздывание e_i относительно момента активации датчика; то же относится к приемному датчику j , имеющему запаздывание r_j . Такого рода неидеальности должны быть учтены при обработке данных УЗ-измерений: величины x_i, e_i, r_j следует заранее оценить. Несмотря на то, что неидеальности малы, такая *калибровка* прибора необходима, т.к. разница скоростей распространения сигнала в биологических средах разной природы также невелика, так что при неучете таких неидеальностей УЗИ-картинка может быть заметно искажена.

Для целей калибровки принимаем следующую упрощенную модель:

$$(1) \quad m_{ij} = t_{ij} + e_i + r_j, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

где t_{ij} – этоToF, собственное «время полета» сигнала. Как и e_i, r_j , значения этих величин неизвестны. На практике измерения m_{ij} времени между моментом активации датчика i и моментом регистрации сигнала датчиком j могут быть проведены очень точно и считаются известными.

Пусть c – известная скорость распространения сигнала в имеющейся среде: на практике, калибровка проводится в воде с известными физико-химическим свойствами, и эта величина также может быть измерена очень точно. Для расстояния $d_{ij} = \|x_i - x_j\|$ (Евклидова норма) между передатчиком i и приемником j имеем

$$(2) \quad d_{ij} = ct_{ij}.$$

Цель – восстановить координаты $x_i = (x_{i1}, x_{i2})$ и запаздывания e_i, r_i по имеющимся данным m_{ij} с учетом (1)-(2).

Предлагаемые в литературе подходы либо формулируют задачу в терминах расстояний между датчиками, что значительно увеличивает размерность, либо имеют дело с исходной невыпуклой постановкой в терминах координат, при которой сходимость оптимизационных методов к глобальному минимуму не гарантирована [3, 4]. В настоящей заметке мы предлагаем итеративную процедуру, лишенную этих недостатков.

2. Алгоритм калибровки

В качестве начального приближения для описываемой ниже итеративной процедуры возьмем $e_i^0 = r_i^0 = 0$, а в качестве x_i^0 примем идеальные расположения датчиков точно на окружности на одинаковых расстояниях друг от друга. Соответственно, на шаге s имеем приближения e_i^s, r_i^s, x_i^s , $i = 1, \dots, n$.

На первом этапе шага $(s + 1)$ производится уточнение оценок запаздываний: $e_i^s \rightarrow e_i^{s+1}$ и $r_i^s \rightarrow r_i^{s+1}$. Для этого перепишем (2) в виде

$$(3) \quad (x_{i1} - x_{j1})^2 + (x_{i2} - x_{j2})^2 = (ct_{ij})^2$$

и, имея числовые значения x_i^s , $i = 1, \dots, n$, полученные на шаге s , введем величину

$$t_{ij}^s = \frac{1}{c} \left((x_{i1}^s - x_{j1}^s)^2 + (x_{i2}^s - x_{j2}^s)^2 \right)^{1/2}.$$

Далее, считая e_i, r_j , $i, j = 1, \dots, n$ переменными, просуммируем уравнения (1) по i для каждого j и получим следующие n линейных уравнений для $2n$ переменных e_i, r_i :

$$(4) \quad \sum_{i=1}^n e_i + nr_j = \sum_{i=1}^n (m_{ij} - t_{ij}^s), \quad j = 1, \dots, n.$$

Аналогично, просуммируем уравнения (1) по j для каждого i и получим еще один набор из n линейных уравнений относительно тех же переменных:

$$(5) \quad ne_i + \sum_{j=1}^n r_j = \sum_{j=1}^n (m_{ij} - t_{ij}^s), \quad i = 1, \dots, n.$$

Суммирование проводится с целью уменьшения размерности задачи (1) с n^2 до $2n$.

Решение системы $2n$ линейных уравнений (4)–(5) относительно $2n$ переменных e_i, r_i , $i = 1, \dots, n$, примем в качестве аппроксимаций e_i^{s+1}, r_i^{s+1} для e_i, r_i , $i = 1, \dots, n$ на $(s + 1)$ -м шаге.

На втором этапе шага $(s + 1)$ уточняются оценки координат $x_i^s \rightarrow x_i^{s+1}$. Имея числовые значения аппроксимаций $x_i^s = (x_{i1}^s, x_{i2}^s)^T \in \mathbb{R}^2$, $i = 1, \dots, n$ и аппроксимаций e_i^{s+1}, r_i^{s+1} , $i = 1, \dots, n$, полученных на первом этапе шага $(s + 1)$, зафиксируем i и уточним аппроксимацию x_i^s . Для этого выберем (например, случайным образом) два индекса j, k , $i \neq j, k$ и зафиксируем значения x_j^s, x_k^s и $e_i^{s+1}, r_j^{s+1}, r_k^{s+1}$. Полагаем x_{i1}, x_{i2} переменными; а поскольку $t_{ij} = m_{ij} - e_i - r_j$, согласно (1), то из (3) имеем

$$(6) \quad (x_{i1} - x_{j1}^s)^2 + (x_{i2} - x_{j2}^s)^2 = c^2 (m_{ij} - e_i^{s+1} - r_j^{s+1})^2 \quad [\doteq f_{ij}^{s+1}]$$

и

$$(7) \quad (x_{i1} - x_{k1}^s)^2 + (x_{i2} - x_{k2}^s)^2 = c^2 (m_{ik} - e_i^{s+1} - r_k^{s+1})^2 \quad [\doteq f_{ik}^{s+1}].$$

Раскрывая скобки в левых частях обеих уравнений и вычитая второе из первого, получаем линейное уравнение для x_{i1}, x_{i2} :

$$(8) \quad 2x_{i1}(x_{k1}^s - x_{j1}^s) + 2x_{i2}(x_{k2}^s - x_{j2}^s) + \left((x_{j1}^s)^2 + (x_{j2}^s)^2 - (x_{k1}^s)^2 - (x_{k2}^s)^2 \right) = f_{ij}^{s+1} - f_{ik}^{s+1},$$

или в сокращенной записи:

$$(9) \quad a_{kj1}^s x_{i1} + a_{kj2}^s x_{i2} = u_{jk}^{s+1},$$

где обозначено

$$a_{kj1}^s = 2(x_{k1}^s - x_{j1}^s); \quad a_{kj2}^s = 2(x_{k2}^s - x_{j2}^s)$$

и

$$u_{jk}^{s+1} = (f_{ij}^{s+1} - f_{ik}^{s+1}) - \left((x_{j1}^s)^2 + (x_{j2}^s)^2 \right) + \left((x_{k1}^s)^2 + (x_{k2}^s)^2 \right).$$

Аналогично, выбирая другую пару индексов p, q , $i \neq p, q$ и соответствующие им $x_p^s, x_q^s, r_p^{s+1}, r_q^{s+1}$, получаем второе линейное уравнение

$$(10) \quad a_{pq1}^s x_{i1} + a_{pq2}^s x_{i2} = u_{pq}^{s+1},$$

в котором коэффициенты $a_{pq1}^s, a_{pq2}^s, u_{pq}^{s+1}$ получаются по аналогичным формулам.

Решение системы двух линейных уравнений (9), (10) относительно двух переменных x_{i1}, x_{i2} принимаем в качестве аппроксимаций $x_{i1}^{s+1}, x_{i2}^{s+1}$ на $(s+1)$ -м шаге к координатам x_{i1}, x_{i2} элемента i .

Варьируя i и действуя так же, получаем аппроксимации $(s+1)$ -го шага для координат всех n элементов. Переходим к шагу $(s+2)$.

Итого, имея измерения m_{ij} и оценки e_i^s, r_i^s, x_i^s , полученные на шаге s , уточняем оценки запаздываний. Затем, имея оценки $e_i^{s+1}, r_i^{s+1}, x_i^s$ и используя прием с разностью квадратов расстояний (6)–(8), избавляемся от нелинейностей и уточняем оценки координат. Каждый шаг процедуры требует решения системы из $2n$ линейных уравнений относительно $2n$ переменных и n -кратного решения системы из двух линейных уравнений относительно двух переменных. В УЗ-практике, как правило, $n \leq 2048$, т.е. вычислительная сложность исполнения каждого шага мала.

3. Заключение

Дальнейшие направления исследований предполагают получение доказательства сходимости предложенной процедуры и проведение вычислительных экспериментов как на синтетических, так и реальных данных.

Список литературы

1. Aparna Ch., Gowrisankar D. A Review on Calibration of Analytical Instruments // International Journal of Pharmaceutical, Chemical and Biological Sciences. 2015. Vol. 5, No. 3. P. 572–582.
2. Erofeeva V., Granichin O., Galyamina V., Gonta K., Leonova A., Pankov V., Trofimov S., Tursunova M., Ding M., Yuchi M., Fang X. Detection of Specific Areas and Densities for Ultrasound Tomography // Cybernetics and Physics. 2019. Vol. 8, No. 3. P. 121–127.
3. Roy O., Jovanović I., Durić N., Poulou L., Vetterli M. Robust Array Calibration Using Time Delays with Application to Ultrasound Tomography // Proceedings of SPIE. The International Society for Optical Engineering. March 2011. P. 7968.
4. Sastry K., Zhang Y., Hu P., Luo Y., Tong X., Na S., Wang L.V. A Method for the Geometric Calibration of Ultrasound Transducer Arrays with Arbitrary Geometries // Photoacoustics. 2023. Vol. 32, No. 8. P. 100520.