УДК 681.3:681.5.015+658.512.6+519.85+517.977.5

РАЗВИТИЕ И ОБОБЩЕНИЕ ЕДИНОЙ РЕСУРСНО-ЦЕЛЕВОЙ БАЛАНСОВОЙ МОДЕЛИ И МЕТОДА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ И ПРОЦЕССАМИ РАЗНОЙ ПРИРОДЫ

П.А. Шлепаков
ООО «Алеф.Софт»
Россия, 125009, 125375, Москва, Страстной бульвар, 4с4
E-mail: pshlepakov@aleph-cube.ru, pshlepakov@yandex.ru

А.Л. Усенко
ООО «Алеф.Софт»
Россия, 125009, 125375, Москва, Страстной бульвар, 4с4
E-mail: andrew.usenko@aleph-cube.ru, usenko_andrew@mail.ru

Ключевые слова: оптимальное управление, управление ресурсами, производственное планирование, математическое моделирование, балансовая модель, многокритериальный выбор, дискретные системы с переключениями, непрерывные модели.

Аннотация: Предложена единая модель и метод оптимального управления объектами и процессами в пространстве и времени. Показано, что объекты различной природы для решения широкого круга задач могут описываться моделью, основой которой являются абстрактные «ресурсы» и «действия» с ресурсами. Ограничения и критерии модели относительно ресурсов и «действий» позволяют задавать дискретно-непрерывные нелинейные условия. Как частные случаи единой модели решены производственные задачи объемного и календарного планирования, сведения балансов, оперативного управления, диспетчеризации, проектирования, управления проектом и др., классические задачи оптимизации, а также типовые задачи для начальной школы. Единая модель и метод экономически эффективны за счет их «переиспользования», они реализованы на платформе Алеф-куб и прошли апробацию в различных отраслях промышленности.

1. Введение

В последние десятилетия появилось большое число прикладных задач оптимального управления сложными системами и процессами, продолжающее расти по мере развития и усложнения технологий. Модель реальной задачи обычно упрощают и «подгоняют» под пакеты линейного, выпуклого, смешанного программирования, или создают свой продукт для частной задачи, применяя эвристики, симуляцию и т.д. В итоге на предприятиях используют «зоопарк» систем, не вполне адекватных задаче и слабо интегрированных [1].

Унификация и *переиспользование* программных продуктов для разных задач за счет обобщения моделей управления были актуальны уже в прошлом веке. В работах [2-10] единая абстрактная модель описана в теоретико-графовых терминах, как «задача оптимального управления структурой сложных систем», т.е. дискретным включением /

отключением узлов и дуг ориентированного двудольного мультиграфа и непрерывными потоками по дугам. Наиболее детально ограничения и критерии модели в конечно-разностной форме в дискретном времени сформулированы в [2], в дифференциально-интегральной форме в непрерывном времени в [10], в виде системы логического вывода на системе продукционных правил в [8-9].

Опыт разработки и внедрения прикладных моделей как частных случаев единой модели оптимального управления структурой системы показал, что такая интерпретация удобна для математиков и программистов, но затрудняет понимание ее пользователями и создание моделей специалистами в предметной области.

Несмотря на абстрактный характер теоретико-графовой модели, подтверждение ее общности стало возможно только после создания, решения и внедрения множества различных прикладных задач для разных отраслей как ее частных случаев [11].

В докладе предлагается развитие и обобщение подхода [2-10] до единой ресурсно-целевой балансовой модели [12], позволяющей решать задачи разной природы благодаря адекватности и детальности формализации условий, «накопленных» за десятилетия из разных задач и отраслей и эффективно «работающих» и в других областях.

2. Формализация единой модели и метода оптимизации

2.1. Определение основных понятий

Ресурс – это измеряемая возможность выполнения деятельности для получения нужного результата. Ресурс ρ определим как множество именованных параметров, количественных и качественных показателей и индикаторов, которые можно измерить, оценить или вычислить через другие, $\rho_i = \{\rho_{ij} | j \in J_\rho\}$. Каждый ресурс может входить в множество ограничений и функций цели. Ресурсы могут быть: материальные, энергетические, производственные, экономические, финансовые, биологические, человеческие, социальные, информационные, временные и др.

Считаем, что для каждого параметра ресурса есть его *актуальные*, текущие значения в некотором диапазоне времени, *потенциальные* – область допустимых значений, а также *неточность* измерения параметра и *допуски* – граничные, пороговые, предельные.

Действия. Определим три базовых действия с ресурсами в пространстве и времени:

- *хранение*, накопление, расход, буферизация ресурса;
- *преобразование* одного набора ресурсов в другой;
- *перемещение* ресурса.

Агенты. Введем три элементарных *агента*, выполняющих эти действия, и основные ресурсы (параметры) этих агентов:

- *емкость* – узел хранения ресурса, $x(t)$ – запас и качество;
- *операция* – узел преобразования, $z(t)$ – флаг выполнения/паузы;
- *поток* – перемещение ресурса, $p(t)$ – скорость, производительность, интенсивность, активность. Поток может быть направлен только от емкости к операции или от операции к емкости, соответственно, для операции он «входной» или «выходной».

Схема объекта или процесса – множество операций и емкостей, связанных потоками, которые можно изобразить как двудольный ориентированный взвешенный мультиграф [3], где узлы – операции z и емкости x, дуги w – пары узлов, вес дуги – поток p. Объединение/пересечение объектов – объект.

Баланс – абстрактное понятие равновесия, отражающее взаимосвязь одних воздействий на объект с другими в пространстве и времени. Любой баланс связан с процессом, а процесс с балансом. Практически любое условие – функцию ограничения и цели в любой задаче можно сформулировать как балансовую. Формально определим баланс как обобщенную функцию, описывающую связь параметров ресурсов между собой с коэффициентами $c(t)$: $f(c(t), x(t), z(t), \dot{z}(t), p(t), \dot{p}(t), t) \in \overline{\mathbb{R}}$.

2.2. Единая модель оптимального управления

Непрерывное и дискретное время.

Горизонт – множество моментов времени $\mathbb{T}$ или интервалов $\mathbb{K}$ между началом и концом одного шага решения задачи.

Непрерывное время $t \in \mathbb{T} = [0, \pm T] \subset \mathbb{R}$; t – момент времени, $\mathbb{T}$ – горизонт управления, $\mathbb{R}$ – множество вещественных чисел.

Дискретное время $k \in \mathbb{K} = \{0 \div \pm K\} \subset \mathbb{Z}$ получим, разделив горизонт $\mathbb{T}$ на K полуинтервалов (возможно, неравномерно) $\tau^k = (t^{k-1}, t^k]$, $\bigcup_{k=1}^{K} \tau^k = \mathbb{T}$; $\mathbb{Z}$ – множество целых чисел.

Непрерывное время позволяет анализировать модель в дифференциальной форме, дискретное время – реализовать методы конечных разностей.

Ограничения и критерии оптимизации. В предлагаемой концепции любой ресурс может быть ограниченным и/или целевым, ограничением и/или критерием. Поэтому можно вместе называть их «*условия задачи*». Определим ограничения как (не)равенство, а критерий как стремление к определенному значению баланса параметру $a(t) \in \overline{\mathbb{R}}$:

$$f(c(t), x(t), z(t), \dot{z}(t), p(t), \dot{p}(t), t) \lesseqgtr / \cong / \to a(t)$$

Эта идея формализуется в модели и реализуется в решателе следующим образом:

- Критерий через «рекорд» в правой части становится частным случаем ограничения.
- Ограничение через минимум отклонения от требуемого значения станет компонентой или частным случаем критерия оптимальности.
- Работает единый механизм оценки границ критериев и ограничений.

Система ценностей и их формализация в виде критериев оптимальности в предложенном подходе гибко настраивается и открыта для расширения.

Свернутое описание модели оптимального управления в виде объединения нескольких компонентов, определяющих задачу:

- $C(t), A(t)$ – *исходные данные* и условно-постоянные параметры;
- $z(t), p(t)$ – *независимые переменные,* решение задачи, управляющие параметры, активные, их значения можно выбрать;
- $x(t)$ – *зависимые переменные* и показатели, вычисляются через независимые из части ограничений, в том числе из уравнений движения объекта
  $$\dot{x}(t) = f(C(t), x(t), z(t), \dot{z}(t), p(t), \dot{p}(t), t);$$
- *Ограничения* на независимые и зависимые переменные, допуски, неточности
  $$X(t) = \{x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t) \dots\} \in A(t);$$
- $X(t)$ – *критерии оптимальности* из числа зависимых, целевые показатели.
  $$X(T) \to max;$$
- *Приоритеты, важность* – отношения частичного порядка на множествах $\{\succ \succcurlyeq\}$

2.3. Единый метод решения

Формальная верификация решателя – преобразования вида модели, то есть условий задачи, ограничений и критериев, от декларативного представления (No-Code) к императивному (Code): от словесной постановки в дифференциально-интегральную форму, в конечно-разностную форму с переменной сеткой времени, в систему аксиом и правил вывода, в табличную форму представления условий (формы ввода-вывода), а затем – в алгоритм решения и его программную реализацию (по структурной теореме).

Единый решатель дискретно-непрерывной оптимизации включает два блока – дискретный и непрерывный, каждый из них решает свою подзадачу – часть единой задачи, получаемую релаксацией ограничений другой части. Для дискретной подзадачи фиксируются значения непрерывных переменных и становятся активны дискретные и смешанные ограничения и критерии, а для непрерывной – наоборот.

Блок дискретной оптимизации по единой модели включает «ядро», основанное на идее «Общего решателя задач» (General Problem Solver, GPS), называемого общий искусственный интеллект (Artificial General Intelligence, AGI), и множество автономных модулей, использующих десятки известных корректных приемов и методов, включая собственные научные результаты. Подсистема объяснений обосновывает каждый шаг логического вывода.

Блок непрерывной оптимизации по единой модели включает формирование матрицы непрерывной задачи в формате, пригодном для ее расчета существующими на рынке решателями с возможностью их встраивания.

Оба блока решателя связаны вместе единой моделью – решение любой из частей представляет решение всей задачи, описываемой моделью, а также единым итеративным интерактивным процессом решения единой задачи отдельными блоками с анализом полученного результата и принятием решения о продолжении или завершении процесса.

Каждая итерация решения представляет собой серию шагов, объединяющих существующие подходы к решению задач, включая логический вывод и симуляцию для вычисления значений зависимых, заданных пользователем, либо определенных в процессе решения переменных с целью проверки ограничений модели и снижения ее размерности, а также оптимизацию для остальных переменных с учетом заданных.

Многокритериальная оптимизация конфликтующих целевых функций в заданной области определения, если нужно оптимизировать «и то, и то», но что-то важнее:

- оптимизируем сумму критериев с «весами» – коэффициентами их важности, с плюсом или минусом (скалярное ранжирование);
- определив оптимальные значения критериев, переводим их в ограничения с этими границами (рекорд), а затем оптимизируем решение по главным критериям;
- в ряде случаев применяем многокритериальную оптимизацию по Парето.

Во втором пункте применяется наше обобщение аддитивного алгоритма Балаша, созданного для задач линейного программирования с булевыми переменными, на нелинейные, не сепарабельные функции и не булевы переменные (многозначная логика).

Если одни целевые функции важнее других, критерий оптимальности можно определить по лексикографическому порядку (Lexicographic order).

3. Выводы

Как частные случаи единой модели решены *прикладные задачи* операционного объемного и календарного планирования, составления расписаний, логистики, сведения балансов, стратегического и инвестиционного планирования, оперативного управления, диспетчеризации, проектирования, управления проектом и др. – для дискретных, непрерывных, полунепрерывных производств в разных отраслях промышленности.

Кроме того, как частные случаи сформулированы и решены *классические задачи* коммивояжера [5], раскроя (Канторович), транспортного обслуживания (Кофман), задачи о станках (Джонсон), о назначениях, о рюкзаке (Данциг), об упаковке в контейнеры, о максимальном потоке (Данциг), о потоке минимальной стоимости (Форд-Фалкерсон), транспортная задача (Монжа-Канторовича), задача раскраски графов и др., а также типовые *задачи для начальной школы* про подсчет ворон, яблок, одновременную работу, бассейн, велосипедистов и др. Все эти частные случаи подробно описаны в [11].

Преимущества и научная новизна предложенного подхода по сравнению с [2-10]:

- *неразрывность* модели и метода, модель и метод – «близнецы-братья»;
- все модели оптимального управления объектами и процессами различной природы получаются *как частные случаи* единой корректной общей математической модели;
- сквозной метод *формальной верификации* единой модели и решателя;
- стираются грани между функциями цели и ограничениями, между данными и результатами решения (фазовые переменные могут стать управляющими);
- единство модели и метода для разных объектов и задач экономически эффективно за счет их *переиспользования*, снижающего стоимость разработки, масштабирования и тиражирования, владения (TCO) – сопровождения, обучения, интеграции.

Предложенная модель и метод полностью реализованы в платформе Алеф-куб [11], №№ регистрации в ФИПС РФ (Роспатент) 2014610147, 2014610249, 2016612271.

Список литературы

1. Кутин В.Н., Хохлова М.Н. Как айтишники «обувают» промышленников. А у вас какая коллекция ППО? https://www.gipergraf.ru/kak-ajtishniki-obuvayut-promyshlenniko (дата обращения: 18.12.2022).
2. Шлепаков П.А. Задачи управления структурой сложной системы применительно к календарному планированию нефтепереработки // Автоматизация нефтеперерабатывающих производств: Сб. научных трудов ЦНИИКА. М.: Энергоиздат, 1982. С. 11-16.
3. Шлепаков П.А., Соболев О.С. Комбинаторные задачи оптимального управления структурой сложных систем. – В кн.: IX Всесоюзное совещание по проблемам управления. Тезисы докладов. АН СССР, Нац. комитет по СССР по автоматическому управлению, ИПУ АН СССР и др. Ереван. М.: ВИНИТИ, 1983. С. 426-427.
4. Шлепаков П.А., Зиглина А.Л., Соболев О.С. Пакет программ для календарного планирования производства // Механизация и автоматизация производства. 1984. № 12. С. 27-30.
5. Шлепаков П.А. Применение методов управления структурой сложных систем к задачам теории расписаний и задаче о коммивояжере // В кн.: Методы синтеза и планирования развития структур крупномасштабных систем. Тезисы докладов и сообщений III Всесоюзного семинара. Звенигород. М.: ИПУ АН СССР, 1985. С. 43-44.
6. Шлепаков П.А. Модели и методы оперативного планирования гибких непрерывных производственных систем. М.: Информприбор, 1987. 41 с.
7. Шлепаков П.А. Оптимизация быстродействия системы календарного планирования на стадии проектирования // Всесоюзная конференция по автоматизации проектирования систем планирования и управления. Звенигород, 26-28 октября 1987 г. Тезисы докладов. Научный Совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика». М.: ИПУ АН СССР, 1987. С. 173-174.
8. Шлепаков П.А. Продукционная модель календарного планирования многовариантной производственной системы // Распределенные информационно-управляющие системы // НС по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР, ИПУ АН СССР и др. / Саратовский гос. университет, 1988. С. 125.
9. Шлепаков П.А. Продукционная модель календарного планирования нефтеперерабатывающего производства // Расширение интеллектуальных возможностей АСУ / Сб. научных трудов ЦНИИКА. М.: Энергоатомиздат. 1989. С. 26-30.
10. Шлепаков П.А. Математические модели управления многовариантными производствами (структурой сложных систем) // Математическое моделирование объектов управления / Сб. научных трудов. М.: НПО ЦНИИКА. 1991. С. 86-106.
11. Aleph-cube Modeling & Optimizing Platform. https://alephcube.site/solutions_by_industries/ (дата обращения: 28.11.2023).
12. Шлепаков П.А. Балансовая ресурсно-целевая математическая модель в тарифном регулировании. / Международная научно-практическая конференция «Цифровая трансформация тарифного регулирования. Состояние и перспективы». М: РЭУ им. Г.В. Плеханова, МНИИПУ, 27.06.2023. 23 с. https://alephcube.site/AC_Balance_Model_Tariff_Reg_ru/ (дата обращения: 30.06.2022).