УДК 51-74

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ФОРМИРОВАНИЯ РАСПИСАНИЯ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК

А.Н. Игнатов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Россия, 125993, Москва, Волоколамское шоссе, 4

E-mail: alexei.ignatov1@gmail.com

Ключевые слова: транспортные системы, мультиграф, расписание, грузоперевозки.

Аннотация: В работе рассматривается эксперимент по построению расписания движения грузов по мультиграфу транспортной сети с использованием ранее разработанного алгоритма, основанного на последовательном решении задач смешанного целочисленного линейного программирования. Особенностью построенного эксперимента является ограниченная пропускная способность ребер мультиграфа транспортной сети.

1. Введение

Настоящая работа посвящена решению задачи поиска расписания грузоперевозок в постановке, когда транспортная сеть представляется неориентированным мультиграфом, движение между вершинами осуществляется в заранее заданные промежутки времени и требуется перевезти грузы из одной верщины в другую с учетом ограничения на время в пути. Такого рода задача возникает, когда необходимо назначить грузам перевозящие их транспортные средства, однако оптимальное назначение транспортных средств остается неизвестным. Такие или близкие по смыслу постановки задач можно встретить в [1–8]. Отметим, что [1] для такой постановки задачи вместо термина «груз» использует термин «заказ».

Данная работа представляет собой описание модельной задачи грузоперевозок, а также результаты применения к данной задаче алгоритма формирования расписания грузоперевозок, разработанного в [8]. Отличительной особенностью рассматриваемой модельной задачи является ограниченная пропускная способность ребер мультиграфа транспортной сети.

2. Описание эксперимента

Пусть мультиграф транспортной сети имеет вид, представленный на рис. 1. Для большей наглядности второе ребро между смежными вершинами опущено. На графе представлены ребра с номером 1. Некоторые ребра обозначены пунктирной линией с целью показать разноуровневое пересечение ребер в транспортной сети.

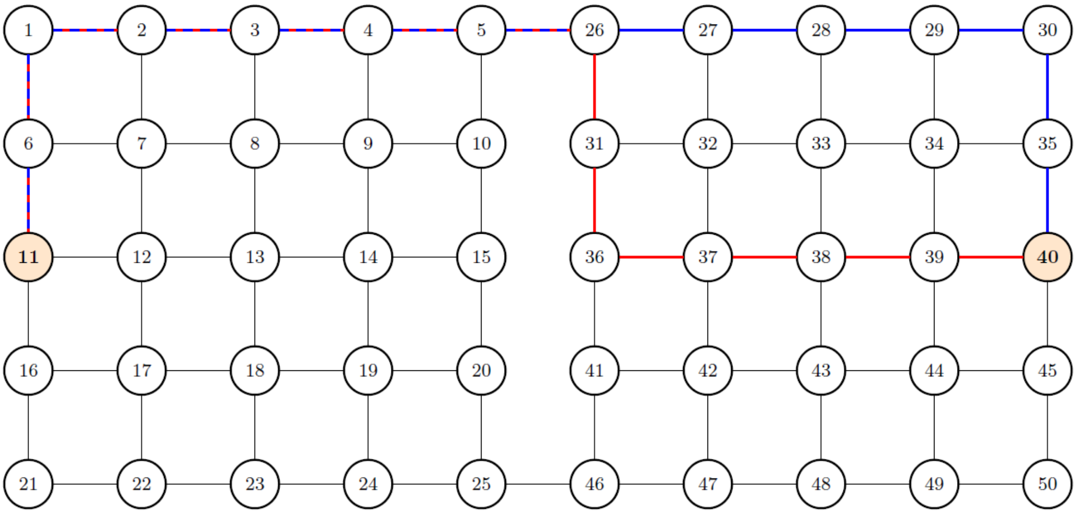

Рис. 1. Мультиграф G транспортной сети (оранжевым выделены вершины отправления и назначения, синим и красным выделены наиболее часто встречающиеся пути у доставленных грузов на одном из полученных решений)

Положим $T_{\text{макс.}} = 1440$ минут. Выбран некоторый момент отсчета. Начиная с момента отсчета каждые 30 минут в вершине с индексом 11 появляется по 10 грузов одинакового веса в 1 единицу, эти грузы требуется перевезти в вершину с индексом 40.

Все транспортировки между смежными вершинами осуществляются каждые 30 минут, цена каждой транспортировки – 1 условная единица стоимости, максимальный перевозимый вес – 7 условных единиц веса. Длительность всех транспортировок, за исключением транспортировок из вершины с индексом 25 в вершину с индексом 46 (и обратно) – 30 минут. Длительность транспортировок из вершины с индексом 25 в вершину с индексом 46 и из вершины с индексом 46 в вершину с индексом 25 составляет 60 минут. Отсюда получается, что быстрее всего из *левой части* мультиграфа (вершины с индексами $1, 2, \ldots, 25$) добраться в *правую часть* мультиграфа (вершины с индексами $26, 27, \ldots, 50$) при движении из вершины с индексом 5 в вершину с индексом 26, однако пропускная способность такого ребра ограничена 7 единицами веса в полчаса.

Согласно введенным предположениям получаем, что $I = 480$, $K = 7872$, $M = 50$.

Дополнительно предположим $d_i = 180$, $T_i = 540$, $t_{i,k}^{\text{ст. мин.}} = 0$, $t_{i,k}^{\text{ст. макс.}} = 120$, $i = \overline{1, I}$, $k = \overline{1, K}$.

Положим $\eta_{m_1,m_2} = 0$, $m_1, m_2 = \overline{1, 100}$. Пусть также

$$\tau_{m_1+1,m_2+1} = 30|\lfloor m_1/10 \rfloor - \lfloor m_2/10 \rfloor| + 30|m_1\%10 - m_2\%10|, \tag{1}$$

где $x\%y$ – остаток от деления числа x на число y, $\lfloor x \rfloor$ – целая часть числа x, m_1, $m_2 = \overline{0, 24}$. Также предположим, что

$$\tau_{m_1+1,m_2+1} = 30|\lfloor m_1/10 \rfloor - \lfloor m_2/10 \rfloor| + 30|m_1\%10 - m_2\%10|, m_1, m_2 = \overline{25, 49}. \tag{2}$$

Также выберем

$$(3)\qquad \tau_{m_1+1,m_2+1} = \min\{\tau_{m_1+1,5} + \tau_{26,m_2+1} + 30, \tau_{m_1+1,25} + \tau_{46,m_2+1} + 60\}, m_1 = \overline{0,24}, m_2 = \overline{25,49},$$

$$(4)\qquad \tau_{m_1+1,m_2+1} = \min\{\tau_{m_1+1,26} + \tau_{5,m_2+1} + 30, \tau_{m_1+1,46} + \tau_{25,m_2+1} + 60\}, m_1 = \overline{25,49}, m_2 = \overline{0,24}.$$

Формула (1) задает ожидаемое время до доставки груза при движении с вершинами отправления и назначения в левой части графа, формула (2) – в правой части графа. Формулы (3) и (4) задают ожидаемое время при движении между левой и правой частями мультиграфа. Выбор (3) и (4) означает, что использование ребра между вершинами с индексами 25 и 46 предполагается только в том случае, когда движение с использованием ребра между вершинами с индексами 5 и 26 быстрее по ожидаемому времени в пути.

Отметим, что выбор τ_{m_1,m_2} согласно (1)–(4) является *оптимистическим*, $m_1, m_2 = \overline{1,50}$. К примеру, из вершины с индексом 5 в вершину с индексом 26 без ожидания до перевозки каждые полчаса можно отправить не более 7 грузов. При этом каждые полчаса есть потребность в перевозке 10 грузов, однако согласно (3) перевозка без ожидания потенциально доступна для любого количества грузов. Аналогичная ситуация с движением, например, из вершины с индексом 1 в вершину с индексом 2. Какой бы ни был необходим объем перевезенных грузов между этим вершинами ожидаемое время до доставки составляет 30 минут, хотя доставить за 30 минут можно только 7 грузов. Иными словами, пропускная способность ребер мультиграфа является ограниченной для данного набора грузов.

Зададим параметры критериальной функции из [8] следующим образом: $c_1 = c_2 = c_3 = c_5 = 1$, $c_4 = c_6 = 0$. В таком случае получается задача по минимизации суммарного времени перевозок. Положим $A = 1$.

3. Результаты эксперимента

Проанализируем, как зависят от P результаты алгоритма *минимального*/*максимального* времени из [8], основанного на решении задач смешанного целочисленного линейного программирования. Вкратце напомним основной принцип их действия: расписание ищется для каждого груза отдельно, при этом для каждого следующего груза расписание ищется с учетом фиксации расписания движения для рассмотренных ранее грузов. При этом расписание строится не на весь горизонт планирования – промежуток времени, на который строится расписание – а только на его часть. Длительность части горизонта планирования определяется величиной параметра P. Принципиальным отличием алгоритма минимального и максимального времени является то, что в первом расписание строится последовательно согласно увеличению времени готовности к отправлению грузов, в то время как во втором – согласно уменьшению времени.

Длительность промежутков $\mathcal{T}_1$, $\mathcal{T}_2$, …, $\mathcal{T}_P$ будем выбирать одинаковой.

Таблица 1. Показатели приближенного решения при $A = 1$, $J = 16$.

Алгоритм	P	Количество принятых к перевозке грузов	Суммарное время перевозок	Количество доставленных грузов	Цена перевозок	Время счета, мин.
Минимального времени	6	474	211200	322	8028	102
	5	**480**	**205200**	**334**	**8050**	**128**
	4	**480**	**208020**	**325**	**8150**	**454**
Максимального времени	6	414	164250	290	7237	88
	5	429	171000	302	7452	121
	4	447	179280	311	7701	465

Жирным в таблице 1 выделены те случаи, когда все грузы приняты к доставке. Как следует из таблицы 1, наилучший результат был достигнут для алгоритма по мнимальному времени при $P = 5$. Это решение будем называть *базовым*. Для базового решения наиболее часто использованные цепочки индексов вершин, пересекаемых грузами при движении, это

$$11 \to 6 \to 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 26 \to 27 \to \\ \to 28 \to 29 \to 30 \to 35 \to 40 \text{ (27 раз)},$$

$$11 \to 6 \to 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 5 \to 26 \to 31 \to \\ \to 36 \to 37 \to 38 \to 39 \to 40 \text{ (19 раз)}.$$

Среди доставленных в рамках горизонта планирования грузов для 311 грузов было задействовано 13 транспортировок, для 23 грузов – 15.

Ввиду того, что часть грузов имеют схожие характеристики (одинаковое время отправления, вес, и т.д.) для данной задачи разумно использовать несколько другой алгоритм поиска общего расписания. А именно, можно искать общее расписание последовательно не по одному грузу, а по 10, 20 или любому другому кратному 10 числу грузов. Кратность десяти вызвана тем, что характеристики перевозок совпадают у первых десяти, вторых десяти и так далее грузов. Однако для уменьшения размерности решаемых задач следует выбирать большие P, чем рассмотренные в таблице 1. В частности, при $A = 1$, $P = 12$, поиске расписания последовательно по 10 грузов от минимального времени отправления к максимальному расписание было найдено только для 420 грузов из 480. Но при последовательном построении расписания по двадцать грузов при тех же параметрах A и P расписание перевозок было найдено для всех грузов, суммарное время перевозок равно 202890, что меньше примерно на процент, чем наилучший результат из таблицы 1. Время счета – 44 минуты. В этой связи заключаем, что алгоритмы минимального и максимального времени в тех задачах, где характеристики перевозок совпадают, могут быть усовершенствованы. При этом само по себе совершенствование данных алгоритмов является предметом отдельного научного интереса.

Все численные эксперименты проводились при помощи математического пакета ILOG CPLEX 12.5.1 на персональном компьютере (Intel Core i5 4690, 3.5 GHz, 16 GB DDR3 RAM).

4. Заключение

В настоящей работе были описаны условия эксперимента для построения расписания движения грузов по мультиграфу транспортной сети. Для поиска расписания был применен разработанный ранее алгоритм. Было проведено сравнение между различными версиями алгоритма, в ходе которого выяснилось, что для случая, когда в плане перевозок имеются грузы с одинаковыми характеристиками, имеет смысл искать расписание не отдельно по грузу, а одновременно для группы грузов даже если мелкость разбиения горизонта планирования будет больше.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00293.

Список литературы

1. Lazarev A.A., Musatova E.G. The problem of trains formation and scheduling: Integer statements // Automation and Remote Control. 2013. Vol. 74, No. 12. P. 2064–2068.
2. Архипов Д.И., Лазарев А.А., Минимизация максимального взвешенного временного смещения доставки заказов между двумя железнодорожными станциями // Автоматика и телемеханика. 2016. № 12. С. 3–25.
3. Буянов М.В., Иванов С.В., Кибзун А.И., Наумов А.В. Развитие математической модели управления грузоперевозками на участке железнодорожной сети с учетом случайных факторов // Информатика и ее применения. 2017. Вып. 11, № 4. С. 85—93.
4. Буянов М.В., Наумов А.В. Оптимизация функционирования подвижного состава при организации грузовых перевозок на участке железнодорожной сети // Автоматика и телемеханика. 2018. № 9. С. 143–158.
5. Гайнанов Д.Н., Игнатов А.Н. и др. О задаче назначения “технологического окна” на участках железнодорожной сети // Автоматика и телемеханика. 2020. № 6. С. 3–16.
6. Ignatov A.N. On the scheduling problem of cargo transportation on a railway network segment and algorithms for its solution // Bul. of the South Ural State Univ. Ser. Mat. Model. Progr. 2021. Vol. 14, No. 3. P. 61–76.
7. Игнатов А.Н. Об общей постановке задачи формирования расписания грузоперевозок и способах ее решения // Автоматика и телемеханика. 2023. № 4. С. 145–165.
8. Игнатов А.Н. Об алгоритме формирования расписания грузоперевозок в транспортной сети // Автоматика и телемеханика. 2023. № 9. С. 135–152.