$$(3) \qquad \frac{1}{\tau^2}(y_n^{j+1} - 2y_n^j + y_n^{j-1}) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1}^j - 2y_n^j + y_{n-1}^j)$$

Так как число Куранта равно единице, то условие устойчивости выполняется, если $\frac{\tau}{h} \leqslant 1$, в разностной схеме взяты равные шаги по времени и по пространству $h = \tau = 0.005$.

Численное решение на отрезке $[0, 1]$ следуюшее при фиксированном нулевом времени:

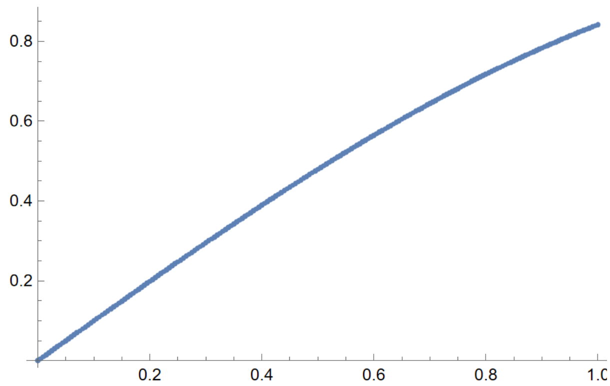

Рис. 1. Струна в начальный момент времени

5. Заключение

В данной работе приведено частное решение волнового уравнения с заранее заданными начально-краевыми условиями и получены аналитические формулы граничных управлений. Направлением дальнейших исследований является получение приближенных решений на основе перехода от уравнений в частных производных к конечномерным обыкновенным дифференциальным уравнениям. Использование данного подхода позволит синтезировать граничное управление на основе использования обратных связей.

Список литературы

1. Ильин В.А. Граничное управление процессом колебаний на двух концах в терминах обобщенного решения волнового уравнения с конечной энергией // Дифференц. уравнения. 2000, Т. 36, № 11. С. 1513–1528.
2. Абдукаримов М.Ф. О граничном управлении упругой силой на одном конце при закрепленном втором процесса вынужденных колебаний струны // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2015. Т. 58, № 10.
3. Абдукаримов М.Ф. Об успокоение и возбуждение колебательного процесса, описываемого неоднородным волновым уравнением, за большие промежутки времени // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2011. Т. 54, № 8.
4. Андреев А.А., Лексина С.В. Задача граничного управления для систем волновых уравнений.