УДК 514.86:517.957

ИЕРАРХИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ В ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ[1]

А. В. Ахметзянов
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: atlaswa@gmail.com

А. М. Сальников
Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: salnikov@ipu.ru

Ключевые слова: газопровод, граф, матрица инцидентности, иерархический подход.

Аннотация: Рассматривается метод моделирования ЕСГ виртуальными однониточными магистралями, эквивалентными по параметрам транспорта газа фактическим многониточным ветвям газопроводов, для решения задач диспетчерского управления потоками в ГТС с использованием матрицы инцидентности блочно-диагональной формы, пригодной для применения иерархических методов с распараллеливанием вычислений, обеспечивающим оптимальные значения объема (трудоемкости) и времени вычислений.

1. Введение (модель объекта, актуальность и мотивация задачи)

Конфигурация магистральных сетей газопроводов, образующих Единую систему газоснабжения (ЕСГ) России изоморфна графу $G(V,E)$, матрица инцидентности множества вершин V которого определяет маршруты (на множестве ветвей E) распределения потоков газа от месторождений (источников) к промышленным и административным центрам, включая экспорт в зарубежье (потребителям). При таком изоморфизме множеству V вершин графа соответствуют источники, промежуточные узлы разветвления магистралей и потребители, а множеству ветвей E – магистральные газопроводы между инцидентными вершинами графа. Магистральные газопроводы в свою очередь состоят из последовательности линейных участков газопровода между компрессорными станциями (КС) – узлами управления, обеспечивающими компенсацию потерь давления вдоль магистралей. Матрица инцидентности при таком подходе имеет разреженную структуру, а размещение ненулевых элементов в ней существенно зависит порядка нумерации элементов ГТС, соответствующих ветвям E графа G. При разработке методов моделирования для решения задач диспетчерского управления потоками в ГТС целесообразно приведение такой матрицы инцидентности

[1] Работа выполнена (частично) при поддержке РНФ в рамках программы исследований проекта 21-71-20034 с использованием вычислительных ресурсов объекта инфраструктуры Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН).

к блочно-диагональной форме, поскольку в этом случае применение иерархических методов с распараллеливанием вычислений обеспечиваются оптимальные значения объема (трудоемкости) и времени вычислений. Для достижения блочно-диагональной структуры матрицы инцидентности предлагается метод упорядоченной нумерации элементов ГТС способом изложенным в [1]. В графе $G(V,E)$ обратным алгоритмом Катхилла-Макки [3] определяется маршрут максимальной длины и производится нумерация его ветвей, а затем последовательно нумеруются маршруты инцидентные к максимальному маршруту в порядке их следования от начала.

Для простоты изложения полученных результатов в работе рассматриваются виртуальные однониточные магистрали эквивалентные по параметрам транспорта газа фактическим многониточным ветвям газопроводов. Использование таких эквивалентных моделей для диспетчерского управления распределением потоков в крупномасштабных ГТС (включая ЕСГ) вполне целесообразно, а их построение не вызывает принципиальных затруднений.

Модели изотермического течения газа вдоль магистралей ГТС определяются линеаризованными параболическими уравнениями

(1) $\partial \mathrm{P}/\partial \mathrm{t} = \varkappa_0 \, \partial^2 \mathrm{P}/\partial \mathrm{x}^2,$

с использованием функции Лейбензона [2] $\mathrm{P} = \int_0^{\mathrm{p}} \rho \mathrm{dp}$, где ρ и p – плотность и давление газа, а коэффициент в (1) $\varkappa_0 = \mathrm{m}/\mathrm{b}$, определяется в процессе линеаризации исходного уравнения при $\mathrm{m} = \partial \mathrm{P}/\partial \rho = \rho \, \mathrm{dp}/\mathrm{d}\rho = (\mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_0)/\ln(\rho_1/\rho_0)$ и $\mathrm{b} = (\lambda \rho \omega / 8\delta)_{\text{ср}}$, где λ, δ и ω – гидравлическое сопротивление, гидравлический радиус и скорость потока газа, соответственно. При отношении плотностей $\rho_1/\rho_0 \leq 5$ такая линеаризация обеспечивает допустимую на практике погрешность $\varepsilon \leq 5\%$) при значительных изменения давлений от p_0 до p_1, что достигается заменой уравнения состояния реального газа $\mathrm{p}/\rho = \mathrm{zRT}$ (где $\mathrm{z} = \mathrm{z}(\mathrm{p})$ – коэффициент сжимаемости, R и T – газовая постоянная и температура) экспоненциальной функцией $\rho = \rho_0 \exp((\mathrm{p}_1 - \mathrm{p}_0)/\mathrm{m})$.

Для решения задачи моделирования распределения потоков в ГТС уравнения (1), соответствующие ветвям $\mathrm{e}_\mathrm{i} \in \mathrm{E}, \mathrm{i} = 1, \mathrm{N}$ графа $\mathrm{G}(\mathrm{V},\mathrm{E})$ строятся многосеточными методами конечных суперэлементов (МКСЭ) с использованием иерархической последовательности базисных функций [4,5] с измельчением шага сеточной аппроксимации $\mathrm{h}_\mathrm{k} = 2^{-\mathrm{k}}\mathrm{h}_0, \mathrm{k} = 0,1,2 \ldots$, где h_0 – шаг начальной самый грубой сетки.

2. Постановка задачи, методы решения и основные результаты

Проблема моделирования распределения потоков между источниками (месторождениями) $\mathrm{v} \in \mathrm{V}_1 \subset \mathrm{V}$ и стоками (потребителями) $\mathrm{v} \in \mathrm{V}_2 \subset \mathrm{V}$ формулируется как начально-краевая задача для системы уравнений типа (1), связанных граничными условиями в инцидентных узлах ГТС или ЕСГ в целом. На концевых (входных $\mathrm{v} \in \mathrm{V}_1$ и выходных $\mathrm{v} \in \mathrm{V}_2$) вершинах задаются граничные условия 3-го рода (Робина), на внутренних вершинах (узлах размещения КС) $\mathrm{v} \in \mathrm{V} \backslash (\mathrm{V}_1 \cup \mathrm{V}_2)$ – граничные условия 1-го рода (Дирихле), а начальные условия (распределение давлений) при $\mathrm{t} = 0$, $\mathrm{P}(\mathrm{v},\mathrm{t}) = \mathrm{P}_0(\mathrm{v})$, во всех узлах $\mathrm{v} \in \mathrm{V}$ определены исходным стационарным режимом. При наличии подземных хранилищ газа (ПХГ) необходимо узлы их присоединения $\mathrm{v} \in \mathrm{V}_3$ отнести к вершинам, соответствующим: либо источникам при отборе газа из ПХГ, либо потребителям при закачке газа в ПХГ (с соответствующими граничными условиями). Сеточная аппроксимация этой системы уравнений методом конечных суперэлементов представляется как матричное уравнение с блочно-диагональной структурой (благодаря упорядоченной нумерации элементов).

Решение матричного уравнения производится с использованием блочного варианта метода простой итерации с релаксацией. Если N_0 – длина максимального маршрута, $N_k, k = \overline{1, m}$ – длины боковых маршрутов, сначала параллельно решаются m несвязанных подсистем, а затем основная подсистема из N_0 первых уравнений. Многосеточный вариант такого многоуровневого алгоритма с иерархическими базисами реализуется также параллельно для каждого значения шага сеточной аппроксимации $h_k = 2^{-k} h_0$ начиная с грубой сетки h_0 при $k = 0$, а приближенное решение задачи формируется из полученных при каждом $k = \overline{0, m}$. Ошибка приближения определяется количеством измельчений шага h_0. Предлагаемый подход обладает универсальными свойствами и пригоден для создания модели ЕСГ в целом. Для этого в изоморфном ЕСГ графе $G(V, E)$ выделяются максимальные древовидные подграфы, соответствующие отдельным ГТС, связанным между собой перемычками. Затем для каждого подграфа производится изложенная выше процедура и определяется обобщенная матрица операторного уравнения с диагональными блоками, состоящими из подматриц, аналогичных вышеизложенным.

Предлагаемый иерархический подход к решению задачи моделирования распределения и перераспределения потоков в ГТС не имеет аналогов, является оригинальным, экономичным в смысле минимума объема и времени вычислений, удовлетворяет требованиям точности и предназначен для решения задач диспетчерского управления с прогнозированием на всех уровнях принятия решений по критерию минимизации затрат на сбалансированный транспорт газа между источниками и потребителями с учетом внутреннего потребления газа на компрессию газа в газоперекачивающих агрегатах КС.

Список литературы

1. Ахметзянов А.В., Сальников А.М., Спиридонов С.В. Многосеточные балансовые модели нестационарных потоков в сложных газотранспортных системах // Управление большими системами. Специальный выпуск 30.1 Сетевые модели управления. 2017. С. 230-251.
2. Чарный И. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах / 2-е изд., доп. М.: Недра, 1975. 296 с.
3. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир, 1984. 333 с.
4. Федоренко Р.П., Страховская Л.Г. Об одном варианте метода конечных элементов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1979. Т. 19, № 4. С. 950-960.
5. Babusˇka I., Banerjee U., Osborn J.E. Survey of meshless and generalized finite element methods: a unified approach // Acta Numerica. 2003. Vol. 12. P. 1-125.