

ОЦЕНКА ОБЛАСТИ УПРАВЛЯЕМОСТИ НЕУСТОЙЧИВОГО ВЕРТИКАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ПЛАЗМЫ В КТМ

Ю.В. Митришкин

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет
Россия, 119991, Москва, Ленинские Горы, 1
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: mitrishkin.yv19@physics.msu.ru, yvm@mail.ru

П.С. Коренев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: pkorenev@ipu.ru

Б.Ж. Чектыбаев

Филиал Института атомной энергии РГП НЯЦ РК
Казахстан, 180010, Курчатов, ул. Бейбыт Атом, 10
E-mail: chektybaev@nnc.kz

Ключевые слова: токамак, область управляемости, линейная модель плазмы, управление положением плазмы.

Аннотация: В работе проведена оценка области управляемости казахстанского материаловедческого токамака КТМ на предмет возможности управления вертикальным положением плазмы при помощи управляющей катушки горизонтального поля HFC (Horizontal Field Coil).

1. Введение

Важным параметром, характеризующим надежность и возможности работы системы магнитного управления плазмой в токамаке, является максимально возможная управляемая величина вертикального смещения плазмы или, другими словами, область управляемости по вертикальной координате [1, 2]. Эту область требуется оценить на основе полоидальной системы КТМ (рис. 1, а).

2. Восстановление равновесия плазмы в КТМ

Экспериментальные данные разрядов КТМ были использованы для восстановления равновесий плазмы. Восстановление равновесий осуществлялось при помощи итерационного алгоритма FCDI-IT (Flux and Current Distribution Identification-ITerative) [3]. На каждой итерации плотность тока плазмы J_{n+1} аппроксимировалась полиномами от полоидального магнитного потока предыдущей итерации ψ_n :

$$J_{n+1} = rp'(\psi_n) + \frac{1}{\mu_0 r} F'(\psi_n) F(\psi_n),$$

$$p'(\psi_n) = \sum_k c_k^p (\psi_n)^k, F'(\psi_n) F(\psi_n) = \sum_k c_k^F (\psi_n)^k.$$

Коэффициенты полиномов c^P и c^F , а также протекающие в камере токи I_{VV} находились минимизацией квадратичного функционала ошибок:

$$\chi^2(c^P, c^F, I_{VV}) = \|W_{XY}(X - Y(c^P, c^F, I_{VV}))\|^2 + \|W_{VV}(I_{VV} - \tilde{I}_{VV})\|^2.$$

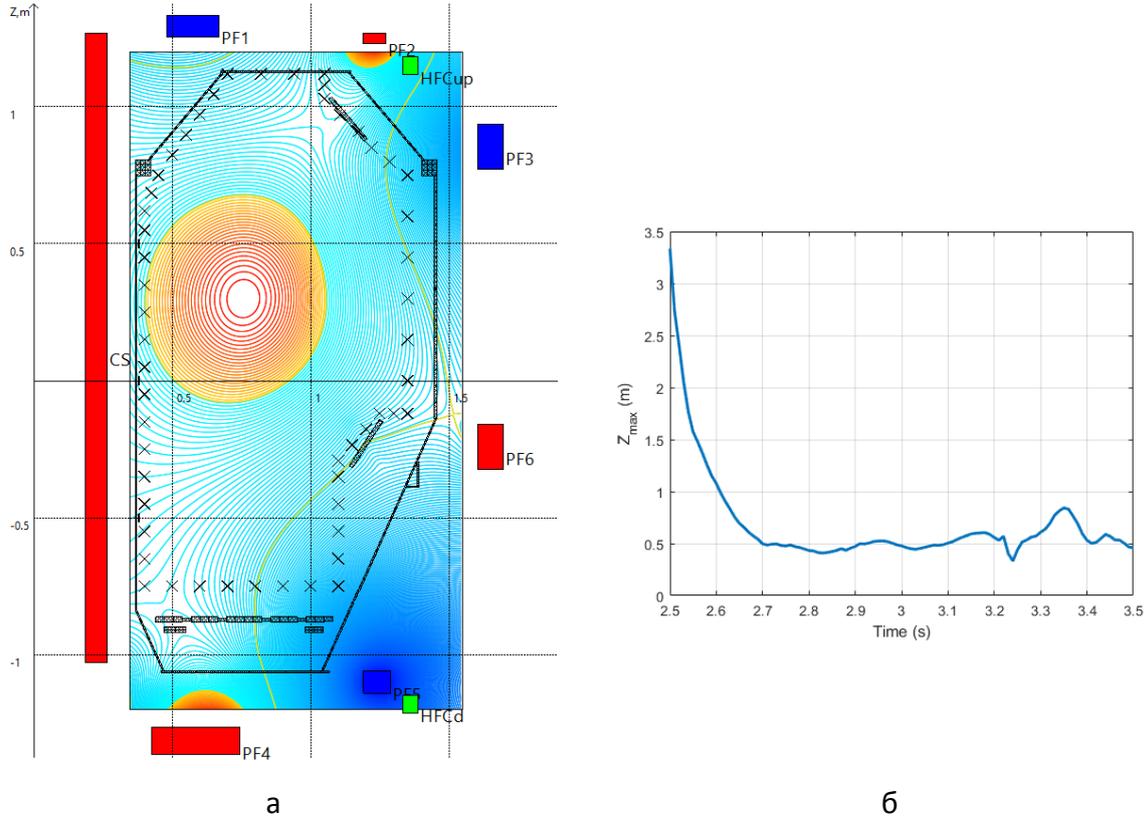


Рис. 1. а) Полоидальное сечение КТМ. б) Размер области управляемости вертикальным положением плазмы, разряд № 5121.

Здесь X – вектор показаний диагностики токамака, включающий измерения магнитных потоков, магнитного поля, токов плазмы и камеры токамака, Y – вектор восстановленных значений потоков полей и токов, W_{XY} и W_{VV} – диагональные матрицы весовых коэффициентов, \tilde{I}_{VV} – оценка наведенных токов, рассчитанная из измеренных токов катушек I_{PF} и плазмы I_P :

$$L_{VV} \frac{d}{dt} \tilde{I}_{VV} + M_{VVPF} \frac{d}{dt} I_{PF} + M_{VVP} \frac{d}{dt} I_P + R_{VV} \tilde{I}_{VV} = 0,$$

где L_{VV} , M_{VVPF} , M_{VVP} – матрицы собственных и взаимных индуктивностей элементов камеры, R_{VV} – диагональная матрица сопротивлений элементов камеры.

3. Линейные модели плазмы в КТМ

Восстановленные равновесия плазмы использовались для построения линейных моделей плазмы. Полученные линейные модели основаны на уравнениях для контуров тока катушек, плазмы и элементов камеры (закон Кирхгофа), и уравнении баланс сил, действующих на плазму

$$\frac{d}{dt} \Psi(\vec{r}_p, I) + RI = U, \vec{F}(\vec{r}_p, I) = 0.$$

Здесь I – вектор-столбец токов в контурах катушек, элементов камеры и плазмы, Ψ – вектор-столбец магнитных потоков через контура системы, R – диагональная матрица сопротивлений контуров, U – вектор-столбец напряжений, подаваемых на контура, \vec{F} – вектор действующей на плазму силы, \vec{r}_p – радиус-вектор магнитной оси плазмы.

Полученные модели были линеаризованы возле восстановленных равновесий плазмы. Линеаризованные уравнения модели для отклонений δ от положения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial I} \frac{d}{dt} \delta I + \frac{\partial \Psi}{\partial \vec{r}_p} \frac{d}{dt} \delta \vec{r}_p + R \delta I = \delta U, \frac{\partial \vec{F}}{\partial I} \delta I + \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{r}_p} \delta \vec{r}_p = 0.$$

Линейными преобразованиями модели приведены к стандартному виду в пространстве состояний:

$$(1) \quad \frac{dx}{dt} = Ax + Bu, y = Cx, x = \delta I, u = \delta U, y = [\delta \vec{r}_p^T, \delta I_p, \delta I_{pF}^T]^T.$$

У полученных моделей 24-й порядок, 8 входов – напряжения на 8 катушках, 11 выходов – смещения плазмы по вертикали и горизонтали, приращения токов плазмы и 8 катушек. Полученные модели имеют единственный действительный неустойчивый полюс γ , соответствующий неустойчивости вертикального положения плазмы.

4. Оценка области управляемости координаты Z

4.1. Аналитическая оценка области управляемости

Для оценки размера области управляемости плазмы, модели (1) были приведены к блочно-диагональной форме с неустойчивым полюсом γ в качестве одного из блоков:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}}{dt} &= \hat{A} \hat{x} + \hat{B} U, Z = \hat{C} \hat{x}, \\ \hat{A} &= \begin{bmatrix} \hat{A}_{n-1} & 0 \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}_{n-1} \\ \hat{b}_n \end{bmatrix}, \hat{C} = [\hat{C}_{n-1} \quad \hat{c}_n], \hat{A}_{n-1} \in R^{(n-1) \times (n-1)}, \\ \hat{B}_{n-1} &\in R^{(n-1) \times 1}, \hat{C}_{n-1} \in R^{1 \times (n-1)}, \gamma > 0, \gamma, \hat{b}_n, \hat{c}_n \in R^1. \end{aligned}$$

Для управляемости вертикального положения плазмы Z необходимо, чтобы управляющий сигнал U был способен изменить направление изменения неустойчивого состояния \hat{x}_n , т.е. знак производной $d\hat{x}_n/dt$. Это возможно при выполнении условия:

$$|\hat{x}_n| < \left| \frac{\hat{b}_n U_{\max}}{\gamma} \right|.$$

Откуда, пренебрегая вкладом устойчивых состояний x_1, \dots, x_{n-1} , находится оценка максимального управляемого вертикального смещения плазмы, т.е. размер области управляемости по вертикали:

$$(2) \quad |Z| < \left| \frac{\hat{c}_n \hat{b}_n U_{\max}}{\gamma} \right| \Rightarrow Z^{(\max)} = \left| \frac{\hat{c}_n \hat{b}_n U_{\max}}{\gamma} \right|.$$

Области управляемости были рассчитаны для управляющей катушки НФС с максимальным напряжением $U_{\max} = 1000$ В. График изменения области управляемости для разряда 5121 приведен на рис. 1,б. Минимальный размер области управляемости в течение разряда составляет 33 см, однако данная оценка не учитывает дополнительные ограничения источника питания.

4.2. Влияние источника питания на область управляемости

Оценка (2) области управляемости получена в предположении, что можно мгновенно подать на катушку НФС максимальное допустимое напряжение. На практике, источник питания (ИП) достигает требуемого напряжения с некоторой задержкой и может накладывать дополнительные ограничения на силу тока в катушке.

Рассмотрим два типа ИП: 12-пульсный выпрямитель с максимальным напряжением 400 В и трехуровневый ШИМ-инвертор напряжения с максимальным напряжением 1

кВ, максимальной силой тока 2 кА в НФС, и частотой 1 кГц. Выпрямитель способен подать на обмотку максимальное напряжение со временем переходного процесса 5 мс. Хотя у выпрямителя также существует ограничение на ток в катушке, оно значительно превышает достигаемые при напряжении 400 В токи, и не рассматривается далее. ШИМ-инверторы способны подавать на НФС максимальное напряжение с постоянным запаздываем равным периоду ШИМ, т.е. 1 мс для инвертора 1 кГц. Управляющая катушка НФС имеет сопротивление $R=212$ мОм, индуктивность $L=17$ мГн, и максимальному току $I_{\max}=2$ кА соответствует напряжение $RI_{\max}=424$ В $< U_{\max}=1$ кВ, т.е. инвертор может подавать на катушку максимальное напряжение лишь в течение времени, малого по сравнению с постоянной времени катушки $L/R=80$ мс, чтобы не превысить ограничения на максимальный ток катушки.

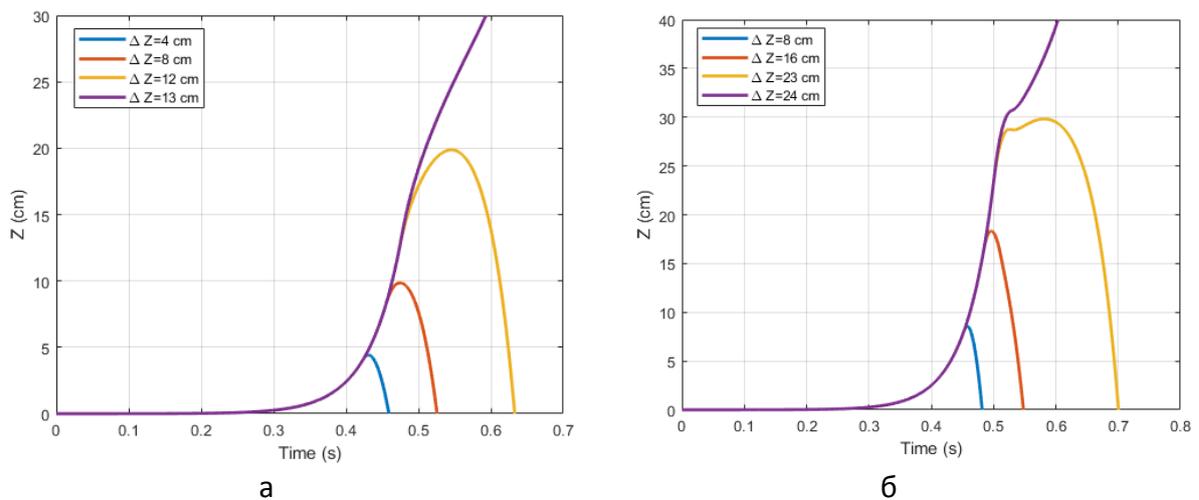


Рис. 2. Парирование вертикальных смещений плазмы без обратной связи с различными ИП: (а) 12-пульсный выпрямитель с ограничением 400 В.(б) ШИМ-инвертор 1 кГц с ограничением 1 кВ и 2кА.

Для оценки влияния ИП было проведено моделирование парирования вертикальных смещений плазмы без обратной связи. В начале моделирования на катушку НФС подается малое напряжение $U_0 = 0,01$ В, выводящее плазму из положения равновесия, плазме позволяется сместиться в результате развития вертикальной неустойчивости на расстояние ΔZ , после чего на катушку НФС подается максимальное допустимое напряжение, с целью вернуть плазму в исходное положение. Для выпрямителя это напряжение равно максимальному значению $U_{\max}=400$ В, для ШИМ-инверторов подаваемое напряжение определялось системой управления током в НФС с PID регулятором, устанавливающим максимальный допустимый ток $I_{\max}=2$ кА в катушке НФС. Для моделирования плазмы была выбрана линейная модель, рассчитанная для момента времени 3,24 с разряда № 5121, как имеющая наименьшую область управляемости (33 см, согласно оценке (2)) из полученных для экспериментальных разрядов моделей.

При моделировании с выпрямителем (рис. 2, а) с максимальным напряжением в 400 В плазма становится неуправляемой при смещении $\Delta Z=13$ см, но возвращается в исходную позицию при смещении $\Delta Z=12$ см, что соответствует размеру области управляемости в 12 см. Согласно формуле (1) размер области управляемости пропорционален максимальному напряжению, а значит напряжение 400 В может обеспечить размер области управляемости равный $0,4 \cdot 33$ см ≈ 13 см. Потеря еще

одного сантиметра вызвана запаздыванием выпрямителя при подаче напряжения на катушку.

Моделирование с ШИМ-инвертором (рис. 2, б) показало уменьшение области управляемости плазмы с 33 см до 23 см за счет ограничения на ток в катушке НФС.

5. Заключение

Для токамака КТМ была получена нижняя оценка области управляемости 33 см без учета ограничений ИП. Учет ограничений ИП приводит к уменьшению практической области управляемости плазмой. Из рассмотренных ИП, наибольшая область управляемости 23 см обеспечивается ШИМ-инверторами с ограничениями 1 кВ по напряжению и 2 кА по току. Выпрямитель обеспечивает меньшую область управляемости 12 см по причине меньшего максимального напряжения 400 В. Тем не менее, оба этих значения превышают минимальное необходимое для нормального функционирования КТМ значение в 5 см (10% от малого радиуса плазмы), и можно заключить, что любой из рассмотренных ИП может обеспечить достаточный размер области управляемости вертикальным положением плазмы в КТМ, но наилучший результат может быть достигнут при использовании ШИМ-инвертора напряжения.

Работа выполнена при финансовой поддержке научно-технической программы «Научно-техническое обеспечение экспериментальных исследований на казахстанском материаловедческом токамаке КТМ» программно-целевого финансирования Министерства энергетики Республики Казахстан.

Список литературы

1. Mitrishkin Y. V., Korenev P. S., Konkov A. E., Kartsev N. M., Smirnov I. S. New horizontal and vertical field coils with optimised location for robust decentralized plasma position control in the IGNITOR tokamak // Fusion Engineering and Design. 2022. Vol. 174. P. 112993.
2. Митришкин Ю.В., Корнев П.С., Коньков А.Е., Карцев Н.М. Подавление смещений плазмы по вертикали системой управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в D-образном токамаке // Автоматика и телемеханика. 2022. № 4. С. 100-124.
3. Корнев П.С., Коньков А.Е., Митришкин Ю.В., Балаченков И.М., Киселев Е.О., Минаев В.Б., Сахаров Н.В., Петров Ю.В. Усовершенствованный алгоритм FCDI для восстановления равновесия плазмы в токамаке // Письма в журнал технической физики. 2023. Т. 49, Вып. 7. С. 36-39.