

# ПРОГНОСТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ВЕГЕТАЦИОННОГО ИНДЕКСА NDVI ЗЕРНОВЫХ КУЛЬТУР

**А.Г. Буховец**

*Воронежский государственный аграрный университет имени Императора Петра I*  
Россия, 394087, Воронеж, ул. Мичурина, 1  
E-mail: abuhovets@mail.ru

**Е.А. Семин**

*Воронежский государственный аграрный университет имени Императора Петра I*  
Россия, 394087, Воронеж, ул. Мичурина, 1  
E-mail: abuhovets@mail.ru

**Ключевые слова:** вегетационный индекс NDVI, математическое моделирование процессов растениеводства, озимая пшеница, прогнозирование урожайности.

**Аннотация:** Ранее нами была предложена динамическая модель вегетационного индекса NDVI, которая позволяет перейти от феноменологического способа описания роста растений зерновых культур к модельным представлениям о процессе вегетации в целом. Полученный экспериментальный материал биологических исследований увязывается в рамках математической модели с рассчитанными по спутниковым снимкам значениями вегетационных индексов. Это позволяет количественно оценивать характеристики и показатели развития растений в рамках наблюдений за посевами, проведённые с помощью космических аппаратов. Такой подход позволяет сравнивать, как происходящие в растениях процессы представлены в математической модели, получаемых из космоса данных.

## 1. Введение

Работы, в которых исследовалась связь фотосинтезирующих элементов органов растений (листьев, побегов, соцветий и др.) сельскохозяйственных культур в формирование урожая изучались в [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Эта проблема стала особенно актуальной в связи с использованием данных дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). В качестве основного индикатора обычно выступает вегетационный индекс (NDVI), который, опирается именно на хлорофилльный характер зеленых посевов, снимаемых в различных областях спектрального диапазона. Процесс нарастания зеленой массы снимается космическими аппаратами с поверхности Земли, в частности с массивов сельскохозяйственных угодий [2, 3]. Разностный индекс вегетативного развития NDVI основан на отношении разности интенсивностей красного и инфракрасного областей спектра к сумме этих же интенсивностей. Методика оценки состояний посевов зерновых культур, базирующаяся на показаниях NDVI, широко используется в отечественной и зарубежной практике [4, Ошибка! Источник ссылки не найден.].

Ранее нами была предложена математическая модель динамики вегетационного индекса NDVI [6], которая отражает особенности развития растений озимой пшеницы,

относящаяся к сравнительно небольшим площадям – отдельным полям в 30-200 га в Центрально-чернозёмном районе.

## 2. Биологические и физиологические аспекты моделирования динамики вегетационного индекса

Ранее динамические модели фотосинтетической поверхности составлялись по каждому вегетативному органу растения пшеницы [7]. Нами предлагается рассматривать NDVI как показатель обобщенной (интегральной) фотосинтезирующей поверхности без учета вклада каждого отдельного вегетативного органа. Другими словами, будем рассматривать посев как некоторую систему, объединяющую совокупность растений, свойства которых в значительной степени определяют свойства системы в целом.

Исходные данные представляли собой массивы значений NDVI посевов озимой пшеницы в ЦФО, усредненные по результатам измерения в период от возобновления вегетации до созревания (март–август) за 2016-2017 гг. Эти данные были получены с помощью космического аппарата MODIS с разрешающей способностью 250 м. При этом первоначально данные были очищены от шумов: облачность, дымка и пр., с помощью специальных масок [6].

В ходе построения и дальнейшего анализа математической модели динамики разностного вегетационного индекса NDVI мы полагали, что имеют место следующие основные предположения:

1. Определяющую роль в создании будущего урожая играет процесс выработки пластических веществ в растениях за счет процесса фотосинтеза [Ошибка! Источник ссылки не найден.]. Основой этого процесса являются т.н. фотосинтезирующие поверхности.

2. В рамках нашей модели посевы, в конкретном случае – озимой пшеницы, рассматривались как однородная среда, представленная на снимках ИСЗ.

3. Значения параметров динамической модели NDVI трактовались как случайные величины. Причём, было установлено, что величина фотосинтезирующей поверхности положительно коррелирует со значениями вегетационного индекса NDVI [5, 8].

4. Введённая нами функция  $Y = Y(t)$  описывает динамику индекса NDVI [6]. Параметры модели  $a$  и  $b$  характеризуют скорости роста и вегетации как самого растения, так и его отдельных органов. Значения параметров  $a$  и  $b$  отражают интегральное влияние всех факторов развития отдельного растения, а также биологические свойства культуры: её генотип, влияние агрометеорологических и геофизических условий. Соотношение этих факторов определяется периодом вегетации, а также временем  $t_{\max}$ , при котором площадь фотосинтезирующей поверхности достигает своего максимального значения в фазе колошения. В нашей модели были использованы числовые значения вегетационного индекса NDVI, которые получены в ходе дистанционного зондирования [9].

## 3. Математические аспекты построения модели вегетационного индекса NDVI

Отметим следующие дополнительные предположения, связанные с использованием математического аппарата.

5. Предполагается, что описывающая динамику вегетационного индекса функция  $Y(t)$ , является не только непрерывной, но и дифференцируемой функцией.

6. Величина индекса NDVI, как и величина фотосинтезирующей поверхности, изменяется пропорционально уже достигнутому уровню и зависит от некоторой функции  $\varphi(t)$ , т.е.

$$(1) \quad Y'(t) = Y(t)\varphi(t).$$

Введённая функция  $\varphi(t)$  представляет относительную скорость изменения значений вегетационного индекса NDVI. Другими словами

$$(2) \quad \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \varphi(t).$$

Определим функцию  $\varphi(t) = \left(\frac{b}{t} - a\right)$ . В этом случае функция  $Y(t)$ , являющаяся решением дифференциального уравнения (1), примет следующий вид

$$(3) \quad Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at},$$

где параметр  $C$  выполняет роль нормирующего множителя, а интерпретация параметров  $a$  и  $b$  дана в [6]. Графическое изображение построенной функции вполне соответствует характеру имеющихся опытных данных. Оценка параметров модели по экспериментальным данным проводилась методом наименьших квадратов [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]. Построенные при таких предположениях модели динамики вегетационного индекса, соответствующие различным полям, обладают хорошим качеством подгонки: коэффициент детерминации находится в пределах  $0,7 \div 0,85$  [11].

#### 4. Прогностические свойства динамической модели NDVI

Анализ статистической связи урожайности  $U$  со значениями NDVI начинается с определения времени, когда величина вегетационного индекса достигает максимального значения. Для этого достаточно решить уравнение  $Y'(t) = 0$ . Нетрудно показать, что точка, которая определяет этот момент, зависит только от отношения параметров  $b$  и  $a$ , т.е.

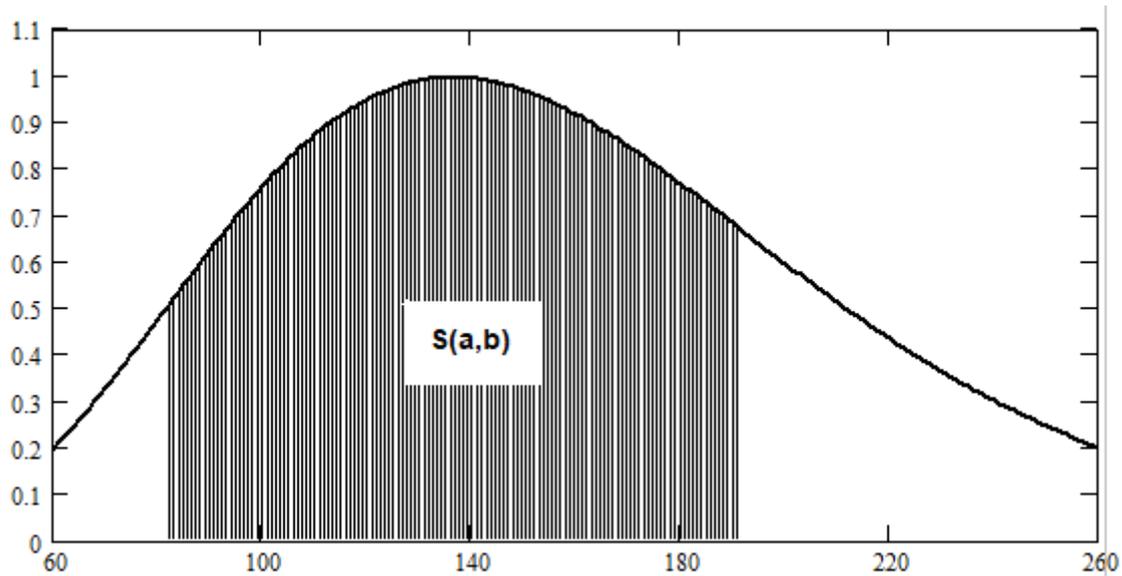
$$t_{\max} = \frac{b}{a}.$$

Используя соотношение (3), можно определить сроки, когда темп роста скорости вегетационного индекса изменяется. Для этого надо рассмотреть уравнение  $Y''(t) = 0$ , корнями которого будут величины  $t_1 = (b - \sqrt{b})/a$  и  $t_2 = (b + \sqrt{b})/a$ . Очевидно, что значения  $t_1$  и  $t_2$  располагаются симметрично относительно  $t_{\max}$ , но при этом  $Y(t_2) > Y(t_1)$ .

Введём в рассмотрение величину  $S(a, b)$ , численно равную среднему значению интеграла функции  $Y(t) = C \cdot t^b \cdot e^{-at}$  на промежутке  $[t_1, t_2]$ , т.е.

$$(4) \quad S(a, b) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Y(t) dt = \frac{C}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} t^b e^{-at} dt.$$

Полученную величину  $S(a, b)$  можно считать средним значением интегрального показателя динамической модели NDVI. Эта величина пропорциональна общей зелёной массе, а, следовательно, и сухой. В дальнейшем для краткости будем называть величину  $S = S(a, b)$  интегральным показателем. На рис. 1 представлены кривая динамической модели NDVI, промежуток интегрирования и площадь под интегральной кривой, соответствующая среднему значению  $S$ .



**Рис. 1.** Величина  $S = S(a, b)$  представляет среднее значение вегетационного индекса NDVI на промежутке  $[t_1, t_2]$ .

Выбор этого промежутка объясняется тем, что величины средних значений вегетационного индекса, как видно из (4), зависят, кроме как от параметров  $b$  и  $a$ , ещё и от пределов интегрирования. Для того, чтобы иметь возможность сравнивать величины  $S(a, b)$ , соответствующие разным полям, были выбраны пределы, зависящие от характеристик вегетационного процесса, а не от внешних факторов, таких как, например время уборки.

## 5. Выводы и обсуждение результатов

Фактически было подтверждено предположение о том, что урожайность носит интегральный характер, а многие случайные факторы, не учтённые непосредственно в модели, оказывают влияние на величину этого показателя. Построенная модель позволяет оценить величину вклада совокупности случайных факторов, не включённых в модель (3).

Введённый нами интегральный показатель, в виду тесной связи с показателем урожайности, может быть использован для прогнозирования величины урожайности посредством регрессионной модели. Полученное уравнение будет иметь вид:

$$(5) \quad U = -37,06 + 129,83 \cdot S, (R^2 = 0,19)$$

Уравнение (5) можно использовать для прогноза. Пусть, например, величина  $S$  примет значение, равное 0,75. Тогда прогнозное значение  $U$  составит 60,31 ц/га, 95% доверительный интервал будет (55,86 ÷ 64,76); 90% доверительный интервал (56,58 ÷ 64,03). Уравнение регрессии, определяющее зависимость урожайности ( $U$ ) от параметров  $C$ ,  $a$  и  $b$  имеет  $R^2 = 0,122$  ( $R^2_{adj} = 0,095$ ), в то время как парная регрессия урожайности  $U$  от величины  $S$  имеет  $R^2 = 0,192$  ( $R^2_{adj} = 0,184$ ). Эти результаты подтверждают утверждение о более тесной связи интегрального показателя  $S$  и урожайности  $U$ , чем с интенсивными характеристиками модели.

## 6. Заключение

Представленный в докладе интегральный показатель  $S$ , который получен на основе динамической модели вегетационного индекса NDVI, может быть использован для прогнозирования урожайности зерновых культур, например, озимой пшеницы. Преимущество данного подхода к прогнозированию урожайности заключается в том, что прогноз делается на основе поступающих с космического аппарата данных, т.е. является оперативным. При этом в основу прогноза положена динамическая модель, которая, как было показано ранее, учитывает физиологические особенности сельскохозяйственных культур, в частности – озимой пшеницы.

## Список литературы

1. Андрианова Ю.Е., Тарчевский И.А. Хлорофилл и продуктивность растений. М.: Наука, 2000. 134 с.
2. Степанов А.С. Прогнозирование урожайности сельскохозяйственных культур на основе данных дистанционного зондирования Земли (на примере сои) // Вычислительные технологии, 2019, Т. 24, № 26. С. 125-132.
3. Сторчак И.Г., Ерошенко Ф.В., Шестакова Е.О. Особенности динамики вегетационного индекса NDVI в различных почвенно-климатических зонах Ставропольского края // Аграрный вестник Урала. 2019. Т. 9, № 188. С. 12-18.
4. Ерошенко Ф.В., Барталев С.А., Сторчак И.Г., Плотников Д.Е. Возможности дистанционной оценки урожайности озимой пшеницы на основе вегетационного индекса фотосинтетического потенциала // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2016, Т. 13, №4. С. 99-112.
5. Ерошенко Ф.В., Сторчак И.Г., Энговатова И.В., Лиховид Н.Г. Использование данных дистанционного зондирования Земли для региональной оценки качества зерна озимой пшеницы // Интеркарто. Интергис. 2020. Т. 26, № 3. С. 240-250.
6. Буховец, А.Г., Семин Е.А., Костенко Е.И., Яблоновская С.И. Моделирование динамики вегетационного индекса NDVI озимой пшеницы в условиях ЦФО// Вестник Воронежского государственного аграрного университета. 2018. № 2(57). С.186-199.
7. Шатилин И.С., Замараев А.М. Математическая модель фотосинтетической деятельности посева озимой пшеницы // Известия ТСХА. 1987. Вып. 2. С. 31-39.
8. Зинченко В.Е. и др. Космический мониторинг земель сельскохозяйственного назначения юга России // Исследование Земли из космоса. 2013. № 3. С. 33-44.
9. Bukhovets A.G. Semin E.A, Kucherenko M.V, Yablonovskaya S.I. Dynamic model of crops' normalized difference vegetation index in central federal district environment // IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2020. Vol. 548. P. 042019. doi:10.1088/1755-1315/548/4/042019.
10. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. М.: Бином-Пресс, 2010. 528 с.
11. Яновский Л.П., Буховец А.Г. Введение в эконометрику. М.: КНОРУС, 2017. 256 с.