являются измеримые функции $p : [t_0, T] \to P$. Множество всех допустимых управлений обозначим символом $\mathbf{P}_{[t_0,T]}$.

На движениях системы (10) определим функционал платы

$$I_{(t_0,x_0)}(p(\cdot)) = \int_{t_0}^{\tau} p(s)H_p(x(s),p(s)) - H(x(s),p(s))ds + \varphi(x(\tau)),$$

где

$$\varphi(x(\tau)) \begin{cases} u_0(x_0), & \text{если } \tau = T, \\ u_-(T-\tau, x_*), & \text{если } t_0 < \tau < T,\ x(\tau) = x_*, \\ u_+(T-\tau, x^*), & \text{если } t_0 < \tau < T,\ x(\tau) = x^*. \end{cases}$$

Задача оптимального управления **OCP** состоит в управлении системой (10) таким образом, чтобы обеспечить оптимальный результат (цену), который определяется соотношением

$$V(t_0, x_o) = \inf_{p(\cdot)\in\mathbf{P}[t_0,T]} I_{(t_0,x_0)}(p(\cdot)).$$

По схеме, аналогичной использованной в [2], можно показать, что в области $G_0$ искомое решение $u(t,x)$ строится с помощью функции цены задачи управления **OCP** следующим образом

$$u(t,x) = V(T-t, x), \quad t \in [0,T],\ x \in [x_*, x^*].$$

Таким образом, построена непрерывная на множестве $[0,T] \times R$ функция $u(t,x)$. По построению эта функция удовлетворяет начальному условию (2), и в областях $G_-$, $G_0$, $G_+$ выполнены дифференциальные неравенства (5), (6). Нетрудно показать, что сужения функции $u$ на множества $G_-0$ и $G_+0$ являются на этих множествах вязкостными решениями уравнения (1), и, значит, функция $u$ удовлетворяет определению 2. Субдифференцируемость построенной функции доказывается по схеме, использованной в доказательстве теоремы 3 в работе [2].

# Список литературы


1. Субботин А.И. Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона-Якоби. М.: Наука, 1991. 216 с.
2. Субботина Н.Н., Шагалова Л.Г. О решении задачи Коши для уравнения Гамильтона-Якоби с фазовыми ограничениями // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2011. Т. 17, Вып 2. С. 191–208.
3. Шагалова Л.Г. Непрерывное обобщенное решение уравнения Гамильтона–Якоби с трехкомпонентным гамильтонианом // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, Вып. 1. С. 257–268.
4. Capuzzo-Dolcetta I., Lions P.-L. Hamilton-Jacobi equations with state constraints // Transactions of the American Mathematical Society. 1990. Vol. 318, No. 2. P. 643–683.
5. Crandall M.G., Lions P.-L. Viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations // Transactions of the American Mathematical Society. 1983. Vol. 377, No. 1. P. 1–42.
6. Saakian D.B., Rozanova O., Akmetzhanov A. Dynamics of the Eigen and the Crow-Kimura models for molecular evolution // Physical Review E – Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics. 2008. Vol. 78, No. 4. 041908.
7. Subbotina N.N. The method of characteristics for Hamilton–Jacobi equation and its applications in dynamical optimization // Modern Mathematics and its Applications. 2004. Vol. 20. P. 2955–3091.