УДК 519.217.2

ОБ АППРОКСИМАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ПРЕРЫВАНИЯ СЕССИИ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЯХ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ

Э.С. Сопин
Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
E-mail: sopin-es@rudn.ru

А.Р. Маслов
Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы
Россия, 117198, Москва, ул. Миклухо-Маклая, 6
E-mail: maslov-ar@rudn.ru

Ключевые слова: вероятность прерывания сессии, ресурсная система массового обслуживания, вложенная цепь Маркова.

Аннотация: Модели ресурсных систем массового обслуживания с сигналами позволяют описывать функционирование сетей радиодоступа в миллиметровом диапазоне частот и проводить расчеты их показателей эффективности, одним из наиболее значимым из которых является вероятность прерывания сессий передачи данных. Существующие методы аппроксимации вероятности прерывания в ресурсных системах с сигналами приводят к существенным погрешностям. В данной работе получено распределение цепи Маркова, вложенной по моментам окончания обслуживания заявок в ресурсной системе массового обслуживания, в аналитическом виде. Результаты данной работы позволяют существенно улучшить точность аппроксимации вероятности прерывания сессии.

1. Введение

Одним из ключевых факторов, негативно влияющих на показатели эффективности функционирования мобильных сетей поколения 5+, использующих миллиметровый диапазон частот, является значительное снижение качества радиоканала при блокировке пути прямого распространения сигнала даже небольшими объектами [1]. В результате таких блокировок пути распространения становится тяжело добится непрерывности пользовательских сессий, поэтому данная проблема притягивает большое внимание как в среде исследователей, так и у вендоров.

Модели ресурсных систем массового обслуживания (РеСМО) зачастую используются для анализа современных беспроводных сетей. Они отражают изменчивый характер радиоканала, приводящий к тому, что объем требуемых сессиями радиоресурсов может отличаться на порядок даже при идентичных требованиях к скорости передачи данных [2]. Более того, добавление в модели РеСМО потока сигналов, поступление которых вынуждает заявку освободить занятый ранее объем ресурса и попытаться занять новый случайный объем, позволяет учитывать и блокировки пути прямого распространения, и мобильность пользовательских устройств для расчета вероятности прерывания сессии в мобильных сетей доступа миллиметрового диапазона [3]. Недостатком модели из [3] является отсутствие (по крайней мере, на данный момент) аналитического решения системы уравнений равновесия, что приводит к необходимости ее численного решения.

Существуют также методы аппроксимации вероятности прерывания сессии, в которых сессии, меняющие требование к ресурсам сети, моделируются как независимый поток сессий [4]. Ключевым недостатком имеющихся на данный момент методов является предположение о независимости этого потока, подразумевающее, что сессии из дополнительного потока (вызванного изменением требований к ресурсу) видят состояния системы, усредненные по времени. Тогда как фактически эти сессии приходят в тот же момент, что и покинули систему. Указанный недостаток приводит к возникновению существенных погрешностей, в ряде случаев превышающих 10 и даже 15%, при аппроксимации вероятности прерывания сессий. Поэтому в данной работе мы получим аналитические выражения для стационарных вероятностей цепи Маркова, вложенной по моментам ухода заявок с обслуживания в РеСМО, что позволит существенно улучшить точность аппроксимации вероятности прерывания сессий в мобильных сетях, использующих миллиметровый диапазон частот.

2. Ресурсная система массового обслуживания

Рассмотрим РеСМО с N приборами и R единицами ресурса. Входящий поток считаем пуассоновским с параметром λ, а время обслуживания заявок – экспоненциальным с параметром μ. Для обслуживания заявке необходимо занять прибор и определенный объем ресурса, который имеет заданное распеделение $\{p_j\}, j = 1, 2, \ldots, R$. Если в системе нет достаточного количества ресурса или нет свободного прибора, то заявка получает отказ в обслуживании и теряется.

Поведение системы можно описать двумерным марковским процессом $X(t) = (\xi(t), \delta(t))$, где $\xi(t)$ – число заявок в системе, а δ – общее число занятых ими единиц ресурса. Отметим, что при анализе подобных систем обычно отслеживается только общий объем ресурса, занятый всеми заявками [2]. В той же работе [2] было показано, что распределение вероятностей процесса $X(t)$ имеет следующий вид:

$$q_{k,r} = q_0 \frac{\rho^k}{k!}\, p_r^{(k)}, \quad 1 \leqslant k \leqslant N, 0 \leqslant r \leqslant R, \tag{1}$$

$$q_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{N} \sum_{r=0}^{R} \frac{\rho^k}{k!}\, p_r^{(k)}\right)^{-1}, \tag{2}$$

где $p_r^{(k)}$ имеют смысл вероятности того, что k заявок вместе занимают суммарно r единиц ресурса и вычисляются из исходного распределения $\{p_j\}, j = 1, 2, \ldots, R$ с помощью k-кратной свертки.

Рассмотрим теперь цепь Маркова (ЦМ) $X_n = (\xi_n, \delta_n)$, вложенную по моментам ухода заявок из системы. Стационарные вероятности $\widehat{q}_{k,r}$ ЦМ X_n удовлетворяют следующей системе уравнений равновесия.

$$\widehat{q}_0 = \widehat{q}_0 \sum_{j=0}^{R} p_j \ \beta_{0,0}(1,j) + \sum_{j=0}^{R} \widehat{q}_{1,j} \ \beta_{0,0}(1,j); \tag{3}$$

$$\widehat{q}_{n,r} = \widehat{q}_0 \sum_{j=0}^{R} p_j \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{n,i}(1,j) \frac{p_{j+i-r} \ p_r^{(n)}}{p_{j+i}^{(n+1)}} + \sum_{j=0}^{R} \widehat{q}_{n+1,j} \ \beta_{0,0}(n+1,j) \frac{p_{j-r} \ p_r^{(n)}}{p_j^{(n+1)}} + \tag{4}$$
$$+ \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=0}^{R} \widehat{q}_{k,j} \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{n-k+1,i}(k,j) \ \frac{p_{j+i-r} \ p_r^{(n)}}{p_{j+i}^{(n+1)}} \quad 1 \leqslant n \leqslant N-2, \ 0 \leqslant r \leqslant R;$$

$$\widehat{q}_{N-1,r} = \widehat{q}_0 \sum_{j=0}^{R} p_j \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{N-1,i}(1,j) \ \frac{p_{j+i-r} \ p_r^{(N-1)}}{p_{j+i}^{(N)}} + \tag{5}$$
$$+ \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=0}^{R} \widehat{q}_{k,j} \sum_{i=0}^{R-j} \beta_{N-k,i}(k,j) \ \frac{p_{j+i-r} \ p_r^{(N-1)}}{p_{j+i}^{(N)}}, \ 0 \leqslant r \leqslant R;$$

где $\beta_{k,i}(n,j)$ имеют смысл вероятности того, что за период времени до того, как первая заявка покинет систему, поступят ровно k заявок с суммарным требованием i единиц ресурса при условии, что в начале этого периода в системе находились n заявок с суммарным требованием j единиц ресурса. Так как интервалы между поступлениями заявок и длительности обслуживания являются экспоненциальными случайными величинами, вероятности $\beta_{k,i}(n,j)$ могут быть записаны в виде

$$\beta_{k,i}(n,j) = \sum_{i_1+i_2+\ldots+i_k=i} \frac{\lambda p_{i_1}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j} p_s + n\mu} \frac{\lambda p_{i_2}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j-i_1} p_s + (n+1)\mu} \cdot \ldots \tag{6}$$
$$\cdot \frac{\lambda p_{i_k}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j-i_1-\ldots-i_{k-1}} p_s + (n+k-1)\mu} \cdot \frac{(n+k)\mu}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j-i} p_s + (n+k)\mu},$$
$$1 \leqslant k+n \leqslant N-1;$$

$$\beta_{k,i}(n,j) = \sum_{i_1+i_2+\ldots+i_k=i} \frac{\lambda p_{i_1}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j} p_s + n\mu} \frac{\lambda p_{i_2}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j-i_1} p_s + (n+1)\mu} \cdot \ldots \tag{7}$$
$$\cdot \frac{\lambda p_{i_k}}{\lambda \sum_{s=0}^{R-j-i_1-\ldots-i_{k-1}} p_s + (n+k-1)\mu}, \ k+n = N.$$

Нами доказано, система (3) – (5) имеет аналитическое решение следующего вида:

$$\widehat{q}_{k,r} = \widehat{q}_0 \ \frac{\rho^k}{k!} \ p_r^{(k)} \sum_{t=0}^{R-r} p_t, \ 1 \leqslant k \leqslant N-1, \ 0 \leqslant r \leqslant R; \tag{8}$$

$$\widehat{q}_0 = \left(1 + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{r=0}^{R} \frac{\rho^k}{k!} \ p_r^{(k)} \sum_{t=0}^{R-r} p_t \right)^{-1}. \tag{9}$$

Доказательство данного факта достаточно объемное, и его проблематично изложить в рамках короткой статьи, поэтому будет представлено в докладе.

Сравнивая стационарные распределения по времени (1)–(2) и по моментам ухода (8)–(9), можно отметить следующее. Рассмотренная РеСМО, по сути, представляет собой обобщение первой модели Эрланга. А про распределение ЦМ, вложенной по моментам ухода заявок в системе типа $M/M/c/0$ известно, что оно отличается от стационарного распределения по времени только нормировочной константой. В более общем случае РеСМО с неоднородными заявками, как оказалось, ситуация меняется, и стационарное распределение вложенной ЦМ отличается от распределения по времени более существенно.

3. Заключение

Была рассмотрена цепь Маркова, вложенная по моментам ухода заявок с обслуживания в РеСМО. Была составлена система уравнений равновесия, и получено аналитическое решение данной системы. Полученные результаты будут использованы для разработки метода приближенного вычисления вероятностных характеристик ресурсных систем массового обслуживания с сигналами, позволяющих получить аппроксимацию вероятности прерывания сессий передачи данных в мобильных сетях миллиметрового диапазона частот.

Список литературы

1. Haneda K., et al. 5G 3GPP-Like Channel Models for Outdoor Urban Microcellular and Macrocellular Environments // 2016 IEEE 83rd Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2016. P. 1–7.
2. Горбунова А. В., Наумов В. А., Гайдамака Ю. В., Самуйлов К. Е. Ресурсные системы массового обслуживания как модели беспроводных систем связи // Информатика и ее применения. 2018. № 12 (3). С. 48—55.
3. Begishev V.O., Sopin E.S., Moltchanov D.A., Samuylov A.K., Gudkova I.A., Samouylov K.E. An Accurate Model of the 3GPP NR Access Point Service Process // CEUR Workshop Proceedings. 2018. Vol. 2332. P. 4—12.
4. Moltchanov D., Sopin E., Begishev V., Samuylov A., Koucheryavy Y., Samouylov K. A tutorial on mathematical modeling of 5G/6G millimeter wave and terahertz cellular systems // IEEE Communications Surveys Tutorials. 2022. Vol. 24, No. 2. P. 1072–1116.