

# ГЕТЕРОГЕННАЯ СИСТЕМА ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С ОЧЕРЕДЬЮ И ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ КАНАЛОВ И ОГРАНИЧЕНИЕМ НА ВРЕМЯ ОЖИДАНИЯ

**Р.Д. Хамраева**

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*  
Россия, 634050, Томск, просп. Ленина, 36  
E-mail: rushka96a@mail.ru

**С.М. Чижикова**

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*  
Россия, 634050, Томск, просп. Ленина, 36  
E-mail: rushka96a@mail.ru

**С.П. Моисеева**

*Национальный исследовательский Томский государственный университет*  
Россия, 634050, Томск, просп. Ленина, 36  
E-mail: smoiseeva@mail.ru

**Ключевые слова:** гетерогенная система массового обслуживания, время ожидания, рекуррентный алгоритм.

**Аннотация:** В работе рассматривается математическая модель обработки и передачи информации, учитывающей «срок жизни» информации и возможность использовать два типа связи различной скорости передачи. Предложен алгоритм для нахождения распределения вероятностей числа заявок в системе, позволяющий вычислять технические показатели качества обслуживания заявок в реальных системах телекоммуникаций: загрузка каналов, среднее время пребывания в системе, вероятность моментального обслуживания, характеристики задержки в обслуживании и среднее число отказов в обслуживании.

## 1. Введение

Модель Эрланга широко используется при решении задач планирования объема инфраструктуры действующих и перспективных сетей связи [1-3]. В теории телетрафика модели с ожиданием составляют особое семейство, предназначенное для анализа процесса обслуживания заявок на передачу данных с возможностью задержки в узлах коммутации. В подобных системах пересылаемая информация представляет собой дискретный поток сообщений (пакетов), которые обрабатываются в узлах с целью дальнейшей транспортировки по сети.

Одним из обобщений модели Эрланга является учет разнородности каналов, то есть для обработки и передачи данных могут предоставлены гетерогенные ресурсы разной интенсивности обслуживания. Под ресурсами можно понимать значения пропускной способности доступных каналов связи. Каналы связи, построенные на

технологиях WiFi (первый канал) и 4G (второй канал), например, будут обладать гетерогенными характеристиками качества обслуживания (QoS). Для измерения пропускной способности каналов связи, а также для определения скорости передачи данных вводится понятие единицы канального ресурса каждого типа, используемое для обслуживания поступающих сообщений. Чаще всего ресурс, разделяемый между пользователями, – битовая скорость передачи информации [4]. Тогда в качестве единицы ресурса берется наибольший общий делитель целочисленных аппроксимаций значений скорости канала связи. Общее число единиц каждого из ресурсов задают его объем, выраженный для удобства моделирования в целых числах. Ранее в работе [4], рассматривалась аналогичная модель, но без возможности переключения каналов.

В данной работе рассматривается обобщенная гетерогенная модель с ожиданием, особенность которой заключается в том, что для обработки и передачи данных предоставлены два типа гетерогенных ресурсов и разной емкости и интенсивности обслуживания. В отличие от работы [5] модель учитывает «срок жизни» информации.

При поступлении сообщения сначала обращаются в более «быстрый» канал, если он обладает достаточным количеством единиц канального ресурса, то сообщение попадает на обслуживание. В противном случае при недостаточном количестве свободного ресурса для обслуживания сообщение обращается во второй «медленный» канал. Если он обладает достаточным количеством свободного ресурса для его обслуживания, тогда сообщение попадает на обслуживание. В противоположном случае сообщение попадает в очередь. Сообщения, находящиеся в очереди, имеют срок жизни, после которого передавать их нет смысла.

## 2. Математическая модель

Рассматривается система массового обслуживания с двумя гетерогенными ресурсами разной интенсивности обслуживания, на вход которой поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью  $\lambda$ .

Под ресурсами будем понимать значения пропускной способности на интерфейсах доступных каналов связи, выраженной в единице канального ресурса (ЕКР). Предполагаем что количество ЕКР в в каждом ресурсе конечное и рано  $N$  и  $M$ , соответственно.

Дисциплина обслуживания определяется следующим образом: если имеется достаточное количество свободных единиц канального ресурса у быстрого канала, то пакет обслуживается в течение случайного времени имеющего экспоненциальное распределение вероятностей с параметром  $\mu_1$ . Если быстрый канал занят, то пакет поступает во второй канал и обслуживается там в течение случайного времени, имеющего экспоненциальное распределение вероятностей с параметром  $\mu_2$ . Будем считать, что первый канал более быстрый, а второй медленный. Поэтому выполняется следующее соотношение  $\frac{1}{\mu_1} < \frac{1}{\mu_2}$ .

В случае занятости обоих каналов требование попадает в очередь. Дисциплина обслуживания в очереди FIFO (First In – First Out). В случае если первый канал освободился и очередь пуста, то пакет с интерфейса второго канала связи перераспределяется. Будем считать, что ограничений на очередь нет, но есть ограничение на время пребывания в очереди. То есть, находящиеся в ней сообщения могут покинуть через случайное время, распределенное по экспоненциальному закону распределения вероятностей с параметром  $\alpha$ .

Введем в рассмотрение случайный процесс  $i(t)$  – число заявок в системе в момент времени  $t$ , который является Цепью Маркова с непрерывным временем. Показано, что

стационарные вероятности  $P\{i(t) = i\} = \Pi_i$  удовлетворяют системе линейных уравнений.

$$\begin{aligned} 0 &= -\lambda\Pi_0 + \mu_1\Pi_1, \\ 0 &= \lambda\Pi_0 - (\lambda + \mu_1)\Pi_1 + 2\mu_1\Pi_2, \end{aligned}$$

для  $i < N$

$$0 = -(\lambda + i\mu_1)\Pi_i + \lambda\Pi_{i-1} + \Pi_{i+1}(i+1)\mu_1,$$

...

$$0 = -(\lambda + N\mu_1)\Pi_N + \Pi_{N-1}\lambda + \Pi_{N+1}(N\mu_1 + \mu_2),$$

для  $N < i < N + M$

$$0 = -(\lambda + N\mu_1 + (i - N)\mu_2)\Pi_i + \Pi_{i-1}\lambda + \Pi_{i+1}(N\mu_1 + (i + 1 - N)\mu_2)$$

...

$$0 = -(\lambda + N\mu_1 + M\mu_2)\Pi_{N+M} + \Pi_{N+M-1}\lambda + \Pi_{N+M+1}(N\mu_1 + M\mu_2 + \alpha)$$

для  $i > N + M$

$$0 = -(\lambda + N\mu_1 + M\mu_2 + (i - N - M)\alpha)\Pi_i + \Pi_{i-1}\lambda + \Pi_{i+1}(N\mu_1 + M\mu_2 + (i + 1 - N - M)\alpha).$$

### 3. Итерационный (рекуррентный) алгоритм для нахождения распределения вероятностей

Для решения системы был реализован итерационный (рекуррентный) алгоритм. Положим  $V_0 = a$ , где  $a$  – некоторая произвольная положительная константа:

$$V_1 = \frac{\lambda}{\mu_1} V_0$$

$$V_2 = \frac{(\lambda + \mu_1)V_1 - \lambda V_0}{2\mu_1}$$

$i < N$

$$V_{i+1} = \frac{(\lambda + i\mu_1)\Pi_i - \lambda V_{i-1}}{(i+1)\mu_1}$$

...

$$V_{N+1} = \frac{(\lambda + N\mu_1)V_N - \lambda V_{N-1}}{N\mu_1 + \mu_2}$$

$N < i < N + M$

$$V_{i+1} = \frac{(\lambda + N\mu_1 + (i - N)\mu_2)V_i - \lambda V_{i-1}}{N\mu_1 + (i + 1 - N)\mu_2}$$

...

$$V_{N+M+1} = \frac{(\lambda + N\mu_1 + M\mu_2)V_{N+M} - \lambda V_{N+M-1}}{N\mu_1 + M\mu_2 + \alpha}$$

$i > N + M$

$$V_{i+1} = \frac{(\lambda + N\mu_1 + M\mu_2)V_i - \lambda V_{i-1}}{N\mu_1 + M\mu_2 + (i + 1 - N - M)\alpha}$$

...

Далее нормируем и получаем финальное распределение  $\Pi_i$ .

Финальные вероятности позволяют найти ряд важных числовых характеристик рассматриваемой СМО.

Выражения для вычисления показателей качества обработки сообщений следуют из их физического смысла и определяются через отношение интенсивностей анализируемых событий или суммирование стационарных вероятностей модели, к ним относятся: интенсивность потери сообщений; вероятность потери или доля сообщений,

ушедших из очереди; вероятность положительной очереди; среднее количество сообщений в очереди; среднее время пребывания сообщения в очереди и в системе в целом; среднее число занятых ЕКР каждого из каналов.

### 3. Численные примеры

Для расчёта показателей качества обслуживания были проведены расчёты с помощью Mathcad. Для построенной модели проводился численный эксперимент с различными входными данными: интенсивность прибытия пакетов  $\lambda$  составляет 4, интенсивность обслуживания для каналов  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 0,01$ ,  $\alpha=0,01$ , загрузка системы определяется из соотношения  $\rho = \frac{\lambda}{N\mu_1 + M\mu_2}$ . Данные приведены в таблице 1

Таблица 1. Численный расчет показателей качества передачи.

Показатели качества	N=5, M=3 $\rho=0,755$	N=3, M=5 $\rho=1,143$	N=4, M=4 $\rho=0,909$
Среднее количество заявок в системе	5,453	58,131	10,353
Среднее количество заявок в очереди	0,646	50,14	4,049
Среднее время пребывания в очереди	0,161	12,535	1,012
Среднее время пребывания в системе	0,35	12,821	1,239
Доля потерь	0,0016	0,125	0,01
Вероятность обслужиться быстрым каналом	0,489	0,00037	0,167
Вероятность обслужиться медленным каналом	0,29	0,0025	0,284
Вероятность попасть в очередь	0,221	0,9997	0,549
Интенсивность потерь	0,0064	0,501	0,04

На рис. 1 представлены распределения вероятностей для числа заявок в системе для некоторых параметров.

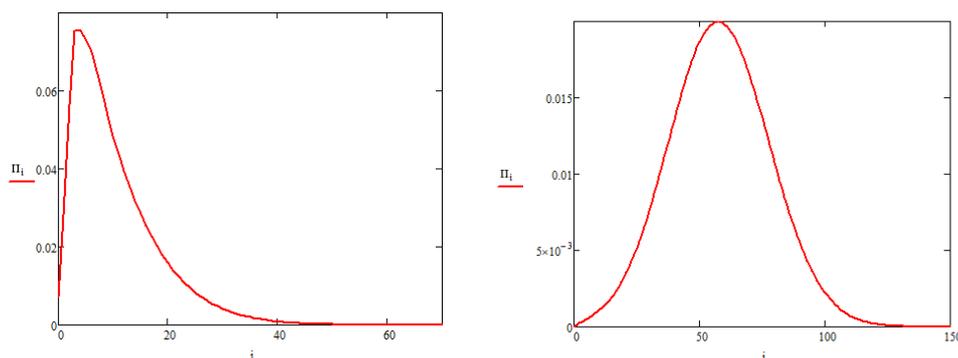


Рис. 1. Распределение вероятностей числа заявок в системе при N=3, M=5  $\rho=0,909$ ; при N=5, M=3  $\rho=1,143$ .

### 4. Заключение

В настоящей статье представлена математическая модель гетерогенной двухресурсной системы передачи данных с переключением на более быстрый канал и нетерпеливыми заявками. С помощью разработанного рекуррентного алгоритма получено распределение вероятностей, и найдены вероятностные характеристики

системы, которые можно использовать при проектировании реальных инфокоммуникационных систем.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00454 <https://rscf.ru/project/24-21-00454>.

## Список литературы

1. Саитов С.И. Моделирование гетерогенной сети передачи данных с коммутацией пакетов как системы массового обслуживания с абсолютным приоритетом и резервированием канального ресурса // Т-Comm-Телекоммуникации и Транспорт. 2021. Т. 15, № 11. С. 45-52.
2. Степанов С.Н. Основы телеграфика мультисервисных сетей. М.: Эко-Трендз. 2010. 392 с.
3. Башарин Г.П., Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е. Управление качеством и вероятностные модели функционирования сетей связи следующего поколения. М.: ИПК РУДН, 2008. 131 с.
4. Назаров А.А., Туренова И.А., Моисеева С.П., Рындин А.В. Скалярно-векторный рекуррентный алгоритм нахождения стационарных вероятностей в гетерогенной системе  $M/(M1, M2)/(N1, N2)/Inf/FIFO$  // Управление большими системами. 2022. № 98. С. 5-21.
5. Рындин А.Н., Туренова И.А., Моисеева С.П., Пакулова Е.А. Математическая модель двухпоточковой системы передачи данных // Распределенные компьютерные и телекоммуникационные сети : управление, вычисление, связь (DCCN-2022) = Distributed computer and communication networks : control, computation, communications (DCCN-2022): материалы XXV Международной научной конференции. Россия, Москва, 26-30 сентября 2022 г. М.: Изд-во РУДН, 2022. С. 234-239.