УДК 519.7

МЕТОД ДИАГНОСТИРОВАНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ

А.Н. Жирабок
Дальневосточный федеральный университет
Россия, 690992, Владивосток, п. Аякс, 10
E-mail: zhirabok@mail.ru

А.В. Зуев
Институт проблем морских технологий ДВО РАН
Россия, 690990, Владивосток, ул. Суханова, 8
E-mail: alvzuev@yandex.ru

Ключевые слова: линейные системы, непрерывные модели, интервальные наблюдатели, дефекты, диагностирование.

Аннотация: Предлагается метод диагностирования линейных динамических систем, описываемых моделями с непрерывным временем при наличии внешних возмущающих воздействий, на основе интервальных наблюдателей. На основе канонической формы описания приводятся соотношения, позволяющие построить интервальный наблюдатель, формирующий два значения невязки так, что если число нуль находится между этими значениями, то дефекты, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель, в системе отсутствуют. Случай, когда нуль не попадает между этими значениями, квалифицируется как появление дефекта.

1. Введение

Задача построения интервальных наблюдателей активно исследуется последние годы, обстоятельные обзоры полученных за это время результатов содержатся в [1, 2]. В [3, 4] интервальные наблюдатели используются для решения задачи функционального диагностирования. Характерной особенностью этих работ является то, что в них, как правило, интервальный наблюдатель имеет размерность, совпадающую с размерностью исходной системы. Известно, что для уменьшения вероятностей ложных тревог и пропусков дефектов при диагностировании используется адаптивный порог, устанавливающий пределы, в которых должна находиться невязка при отсутствии дефектов. В отличие от этого, интервальный наблюдатель в [3, 4] генерирует два значения невязки, которые формируются так, что при отсутствии дефектов значения одной из них являются неположительными, второй – неотрицательными, т.е. если число нуль находится между этими значениями, то дефекты, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель, в системе отсутствуют. Случай, когда нуль не попадает между этими значениями, квалифицируется как появление дефекта.

В настоящей работе решается задача функционального диагностирования динамических систем, описываемых линейными моделями с непрерывным временем, на основе интервальных наблюдателей минимальной размерности, что дополнительно уменьшает вероятности ложных тревог и пропусков дефектов.

2. Основные модели

Рассмотрим систему, описанную линейной моделью

(1) $$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) + L\rho(t) + Dd(t), y(t) = Hx(t),$$

где $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$ и $y(t) \in R^l$ – векторы состояния, управления и выхода; F, G, H, L, C и D – постоянные матрицы соответствующих размеров; $\rho(t) \in R^q$ – неизвестная ограниченная функция времени, описывающая действующие на систему возмущения, $\underline{\rho} \leq \rho(t) \leq \bar{\rho}$ при всех $t \geq 0$. Слагаемое $Dd(t)$ описывает дефекты, возможные в системе; так как нередко их появление является следствием недопустимых изменений параметров системы, будем полагать, что вариации функции $d(t) \in R^s$ в пределах $\underline{d} \leq d(t) \leq \bar{d}$ при всех $t \geq 0$ для известных $\underline{d}$ и $\bar{d}$ являются допустимыми и не рассматриваются как дефект; выход за пределы интервала $[\underline{d}, \bar{d}]$ квалифицируется как появление дефекта, который должен быть обнаружен. Как и в [1], для векторов $x^{(1)}, x^{(2)}$ отношение $x^{(1)} \leq x^{(2)}$ понимается поэлементно.

Требуется построить интервальный наблюдатель, не чувствительный к возмущениям, формирующий невязки, обладающие указанным выше свойством.

В основе решения задачи лежит модель системы (1) минимальной размерности, которая в общем случае описывается уравнением

(2) $$\dot{x}_*(t) = F_*x_*(t) + J_*y(t) + G_*u(t) + D_*d(t) + L_*\rho(t), y_*(t) = H_*x_*(t),$$

$x_*(t) \in R^k$, $k < n$ – размерность модели, J_*, G_*, H_*, D_*, L_* – матрицы, подлежащие определению, матрица F_* задается в диагональной жордановой форме

$$F_* = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_k \end{pmatrix}$$

с отрицательными собственными числами $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$. С точки зрения решаемой задачи такая форма является идеальной, поскольку матрица F_* устойчива и метцлерова [1], что необходимо для построения интервального наблюдателя.

Предполагается, что существуют матрицы Φ и R_* такие, что

$$x_*(t) = \Phi x(t), y_*(t) = R_* y(t)$$

для всех $t \geq 0$. Известно [5], что матрицы, описывающие модель, удовлетворяют уравнениям

(3) $$R_*H = H_*\Phi, \Phi F = F_*\Phi + J_*H, G_* = \Phi G, L_* = \Phi L, D_* = \Phi D.$$

Второе уравнение в (3) может быть представлено в виде k независимых уравнений:

(4) $$\Phi_i F = \lambda_i \Phi_i + J_{*i} H, i = \overline{1, k}.$$

Матрицы H_* и R_* определяются из уравнения $R_*H = H_*\Phi$, записанного в виде

(5) $$(R_* \quad -H_*)\begin{pmatrix} H \\ \Phi \end{pmatrix} = 0,$$

которое имеет решение, если

(6) $$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} \Phi \\ H \end{pmatrix} < \operatorname{rank}(\Phi) + \operatorname{rank}(H).$$

Дополнительное требование $\Phi L = 0$ – нечувствительность к возмущениям – учитывается следующим образом [5]. Введем матрицу L_0 максимального ранга такую, что $L_0 L = 0$, тогда $\Phi = N L_0$ для некоторой матрицы N. В результате уравнение (4) может быть записано в виде

(7) $$(N_i - J_{*i})\begin{pmatrix} L_0(F - \lambda_i I_n) \\ H \end{pmatrix} = 0, i = \overline{1, k},$$

где Φ_i, J_{*i} и $N_i - i$ –е строки матриц Φ, J_* и N, I_n – единичная матрица.

Для построения модели минимальной размерности выбирается минимальное число конкретных значений $\lambda_i < 0$ таких, что определяемые из уравнения (7) строки $\Phi_i = N_i L_0$ матрицы Φ должны удовлетворять условию (6); далее из алгебраического уравнения (5) определяются матрицы H_* и R_*, из (3) – матрица G_*.

3. Основной результат

С учетом найденных матриц по аналогии с [1] интервальный наблюдатель описывается уравнениями

$$\begin{aligned}
&\dot{\underline{x}}_*(t) = F_* \underline{x}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + D_*^+ \underline{d} - D_*^- \overline{d},\\
&\dot{\overline{x}}_*(t) = F_* \overline{x}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + D_*^+ \overline{d} - D_*^- \underline{d},\\
&\underline{y}_*(t) = H_* \underline{x}_*(t),\\
&\overline{y}_*(t) = H_* \overline{x}_*(t),\\
&\underline{r}(t) = R_* y(t) - \overline{y}_*(t), \quad \overline{r}(t) = R_* y(t) - \underline{y}_*(t),
\end{aligned} \tag{8}$$

где $A^+ = \max\{0, A\}$, $A^- = A^+ - A$ для произвольной матрицы A; нетрудно видеть, что $A^+ \geq 0$ и $A^- \geq 0$.

Теорема. *Если $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \overline{x}_*(0)$ и $H_* \geq 0$, то в случае отсутствия дефектов при всех $t \geq 0$ выполняется включение $0 \in [\underline{r}(t), \overline{r}(t)]$; случай, когда $0 \notin [\underline{r}(t), \overline{r}(t)]$ при некотором $t > 0$, квалифицируется как появление дефекта.*

Доказательство теоремы. Введем ошибки оценивания $\underline{e}_*(t) = x_*(t) - \underline{x}_*(t)$ и $\overline{e}_*(t) = \overline{x}_*(t) - x_*(t)$; из условия $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \overline{x}_*(0)$ следует $\underline{e}_*(0) \geq 0$ и $\overline{e}_*(0) \geq 0$. С учетом (2) и (8) можно получить дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned}
&\dot{\underline{e}}_*(t) = F_* x_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + D_* d(t) -\\
&- (F_* \underline{x}_*(t) + J_* y(t) + G_* u(t) + D_*^+ \underline{d} - D_*^- \overline{d}) =\\
&= F_* \underline{e}_*(t) + D_* d(t) - (D_*^+ \underline{d} - D_*^- \overline{d}),\\
&\dot{\overline{e}}_*(t) = F_* \overline{e}_*(t) + D_* d(t) - (D_*^+ \overline{d} - D_*^- \underline{d}).
\end{aligned}$$

Поскольку $D_* = D_*^+ - D_*^-$, то

$$\begin{aligned}
&D_* d(t) - (D_*^+ \underline{d} - D_*^- \overline{d}) =\\
&= D_*^+ d(t) - D_*^- d(t) - D_*^+ \underline{d} + D_*^- \overline{d} =\\
&= D_*^+ (d(t) - \underline{d}) + D_*^- (\overline{d} - d(t)).
\end{aligned}$$

Так как при отсутствии дефектов $\underline{d} \leq d(t) \leq \overline{d}$ при всех $t \geq 0$ и $D_*^+ \geq 0, D_*^- \geq 0$, то

$$D_* d(t) - (D_*^+ \underline{d} - D_*^- \overline{d}) \geq 0$$

при всех $t \geq 0$. Поскольку матрица F_* метцлерова, то такая система называется монотонной, или неотрицательной [1]. Ее решения при $\underline{e}_*(0) \geq 0$, $\overline{e}_*(0) \geq 0$ будут поэлементно неотрицательными, т.е. $\underline{e}_*(t) \geq 0$, $\overline{e}_*(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$ [1]. Далее из (8) с учетом (3) и $H_* \geq 0$ имеем

$$\begin{aligned}
&\underline{r}(t) = R_* y(t) - \overline{y}_*(t) = R_* H x(t) - H_* \overline{x}_*(t) =\\
&= R_* H x(t) - H_* (\overline{e}_*(t) + x_*(t)) =\\
&= H_* x_*(t) - H_* (\overline{e}_*(t) + x_*(t)) = -H_* \overline{e}_*(t) \leq 0
\end{aligned}$$

при всех $t \geq 0$. Аналогично можно показать, что $\overline{r}(t) = R_* y(t) - \underline{y}_*(t) \geq 0$. Два последних равенства эквивалентны доказываемому утверждению, которое можно записать в виде

$$d(t) \in [\underline{d}, \overline{d}] \Rightarrow 0 \in [\underline{r}(t), \overline{r}(t)]$$

при всех $t \geq 0$. Тогда если $0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ при некотором $t > 0$, то, применяя операцию отрицания к этому выражению, получаем

$$0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)] \Rightarrow d(t) \notin [\underline{d}, \bar{d}],$$

что соответствует появлению дефекта. Теорема доказана.

Если $H_* \leq 0$, нужно определить $\underline{r}(t) = R_* y(t) - \underline{y}_*(t)$ и $\bar{r}(t) = R_* y(t) - \bar{y}_*(t)$.

Таким образом, построенный наблюдатель формирует интервал $[\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$, и если нуль попадает в него, принимается решение об отсутствии дефектов, в противном случае делается заключение об их появлении.

4. Заключение

В работе рассмотрена задача функционального диагностирования линейных динамических систем при наличии внешних возмущений на основе интервальных наблюдателей. Получены соотношения, позволяющие построить интервальный наблюдатель, не чувствительный к возмущениям. Такой наблюдатель формирует два значения невязки так, что попадание числа нуль между ними квалифицируется как отсутствие дефектов, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № (23-29-00191), https://rscf.ru/project/(23-29-00191).

Список литературы

1. Ефимов Д.В., Раиссии Т. Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями // Автоматика и телемеханика. 2016. № 2. С. 5-49.
2. Khan A., Xie W, Zhang L., Liu L. Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems // IET Circuits Devices Syst. 2020. Vol. 14. P. 721-740.
3. Yi Z., Xie W., Khan A., Xu B. Fault detection and diagnosis for a class of linear time-varying discrete-time uncertain systems using interval observers // Proc. 39th Chinese Control Conf. July 27-29, 2020. Shenyang, China. P. 4124-4128.
4. Rotondo D., Fernandez-Cantia R., Tornil-Sina S., Blesa J., Puig V. Robust fault diagnosis of proton exchange membrane fuel cells using a Takagi-Sugeno interval observer approach // Int. J. Hydrogen Energy. 2015. P. 2875-2886.
5. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Шумский А.Е. Диагностирование линейных динамических систем: подход на основе скользящих наблюдателей // Автоматика и телемеханика. 2020. № 2. С. 18-35.