УДК 004.052.32+681.518.5

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ ПРИ СИНТЕЗЕ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ САМОДВОЙСТВЕННЫХ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Д.В. Ефанов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Ключевые слова: самодвойственные цифровые устройства; контроль вычислений; схема встроенного контроля; контроль вычислений по нескольким диагностическим признакам.

Аннотация: Предложено использовать при синтезе самодвойственных цифровых устройств с обнаружением неисправностей свойства линейных булевых функций. Установлено, что проверочные символы таких кодов обладают следующим свойством – они описываются либо самодвойственными, либо самоантидвойственными булевыми функциями, либо и теми, и другими. Это свойство позволяет выделить для каждого линейного кода те значения числа информационных символов, при которых их проверочные символы будут описываться только самодвойственными, только самоантидвойственными, либо и теми, и другим функциями. Представлена структура организации контроля вычислений на выходах самодвойственных устройств по нескольким диагностическим признакам, которая позволяет повысить число рабочих комбинаций, являющихся одновременно и тестовыми для неисправностей.

1. Введение

Одним из подходов к построению высоконадежных и безопасных устройств управления является использование временнóй избыточности и импульсного режима функционирования [1-4]. В его основе лежит использование свойств самодвойственных булевых функций для контроля вычислений [5]. Особенности реализации таких устройств приведены в [6, 7].

В [8] показано, что использование временнóй избыточности и импульсного режима функционирования при реализации устройств с обнаружением неисправностей с помощью технических средств рабочего диагностирования позволяет повысить показатели контролепригодности за счет увеличения показателей наблюдаемости. Это особенно важно для устройств, входящих в структуры систем управления, входные данные для которых меняются редко [9].

В [8] используется подход, позволяющий для контроля вычислений использовать сразу же несколько диагностических признаков – контроль самодвойственности вычисляемых функций и контроль принадлежности формируемых в схемах встроенного контроля (СВК) кодовых словах заранее выбранному блоковому равномерному коду. При этом не любой равномерный код подходит для контроля вычислений сразу же по двум диагностическим признакам. Условием их применения является принадлежность всех функций, описывающих проверочные символы в кодовых словах, классу самодвойственных булевых функций. К примеру, данному условию удовлетворяют классические и расширенные коды Хэмминга с числом символов $n = 3 + 4l, l \in \mathbb{N}_0$.

Исследования показывают, что синтезировать устройства с СВК, использующие в работе временную избыточность и импульсный режим работы, можно с применением любых блоковых линейных кодов, для чего требуется учет особых свойств функций, описывающих проверочные символы кодовых слов и определенная модификация тестеров в СВК. Рассмотрим некоторые особенности линейных кодов, которые могут быть использованы при синтезе устройств с обнаружением неисправностей.

2. Особенности функций, описывающих проверочные символы линейных кодов

Проверочные символы формируются с помощью специальных преобразователей – кодеров. На входы кодеров поступают сигналы из контрольных точек объектов диагностирования, отождествляемые с информационными символами, а на выходах кодера формируются соответствующие значения проверочных символов. У линейных кодов каждый проверочный символ описывается линейной булевой функцией.

Функция $f(x_1,\ x_2, \dots, x_t)$ называется линейной, если она может быть представлена в виде полинома Жегалкина первой степени [10]:

(1) $$f(x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_t) = C_0 \oplus C_1 x_1 \oplus C_2 x_2 \oplus \dots \oplus C_t x_t,$$

где $C_i\ =\ 0$ или 1.

Линейные функции образуют особый класс булевых функций. При этом, при определенных условиях, они «попадают» и в другой особый класс булевых функций – самодвойственных функций.

Функция $f(x_1,\ x_2, \dots, x_t)$ называется самодвойственной, если [10]:

(2) $$f(x_1, x_2,\ \dots, x_t) = \overline{f(\overline{x_1}, \overline{x_2},\ \dots, \overline{x_t})}.$$

Теорема 1 [8]**.** *Линейная булева функция будет самодвойственной только в том случае, если имеет нечетное количество аргументов, от которых она зависит существенно.*

При четном числе аргументов, от которых функция зависит существенно, линейная булева функция самодвойственной не будет, но будет выполняться условие:

(3) $$f(x_1, x_2,\ \dots, x_t) = f(\overline{x_1}, \overline{x_2},\ \dots, \overline{x_t}).$$

Такие функции в [11] определены как самоантидвойственные булевы функции.

Теорема 2. *Линейная булева функция будет самоантидвойственной только в том случае, если имеет четное количество аргументов, от которых она зависит существенно.*

Доказательство теоремы 2. Функция является самоантидвойственной, если выполняется равенство (3). Рассмотрим произвольную линейную функцию$f = x_1 \oplus x_2 \oplus \dots \oplus x_{q-1} \oplus x_q,\ q \in \{1,\ 2,\ \dots,\ t\}$.

Пусть $q = q_0 + q_1$, где q_0 – число нулевых аргументов, а q_1 – число единичных аргументов. Рассмотрим все четыре случая сочетания чисел q, q_0 и q_1 с позиции четности и нечетности их значений.

Предположим, что число q является нечетным. В этом случае либо q_0 четно и q_1 нечетно, либо q_0 нечетно и q_1 четно. Возьмем входную комбинацию, соответствующую случаю, когда q_0 четно и q_1 нечетно. Значение функции f на такой входной комбинации будет равно 1, так как нечетно q_1. Инвертируем все переменные в выбранной входной комбинации и получим случай, когда q_0 нечетно и q_1 четно. Значение функции f на такой входной комбинации уже будет равно 0, так как число q_1 четно. Рассматриваемый вариант присущ как раз самодвойственным функциям.

Положим теперь, что q является четным числом. В этом случае либо q_0 четно и q_1 четно, либо q_0 нечетно и q_1 нечетно. Аналогично проделанному выше, возьмем входную комбинацию, соответствующую случаю, когда q_0 четно и q_1 четно. Значение функции f на такой входной комбинации будет равно 0, так как четно q_1. Инверсия всех переменных для выбранной комбинации даст комбинацию, для которой q_0 и q_1 также будут четными. Значение $f = 0$. Это как раз есть признак самоантидвойственной функции. Возьмем случай, когда q_0 нечетно и q_1 нечетно. Значение функции $f = 1$ на такой входной комбинации, так как число q_1 нечетно. Инверсия всех переменных в выбранной входной комбинации нечетности чисел q_0 и q_1 не нарушит, а значит, и значение функции останется равным 1. Это также признак самоантидвойственной функции. Теорема 2 доказана.

Отсюда следует важное для теории синтеза СВК с контролем вычислений по двум диагностическим признакам положение.

Теорема 3. *Проверочные символы кодовых слов линейных кодов описываются:*

а) либо только самодвойственными булевыми функциями;

б) либо только самоантидвойственными булевыми функциями;

в) либо и самодвойственными, и самоантидвойственными булевыми функциями.

Цифровое устройство называется самодвойственным (SD-устройством), если его выходы описываются самодвойственными булевыми функциями [6].

Аналогично представленному определению введем еще два типа цифровых устройств. Цифровое устройство называется самоантидвойственным (SAD-устройством), если его выходы описываются самоантидвойственными булевыми функциями. Цифровое устройство называется самодвойственно-самоантидвойственным (SD/SAD-устройством), если часть его выходов описывается самодвойственными булевыми функциями, а часть – самоантидвойственными.

3. Структура организации контроля вычислений на основе использования линейных кодов

На рис. 1 изображена структура организации контроля вычислений на выходах устройства $F(x)$. Устройство $F(x)$ должно также являться SD-устройством. Способ преобразования структуры любого устройства в SD-устройство достаточно прост и подразумевает использование всего одной дополнительной переменной и известного разложения Шеннона [3] для каждого его выхода:

(4) $$f^{SD}(a,\ x_1, x_2,\ \dots, x_t) = \bar{a} f(x_1, x_2,\ \dots, x_t) \vee a f*(x_1, x_2,\ \dots, x_t),$$

где $f(x_1, x_2,\ \dots, x_t)$ – исходная функция, реализуемая на каком-либо из выходов устройства, $f*(x_1, x_2,\ \dots, x_t)$ – двойственная к ней функция. В структуре рис. 1 сигнал a вырабатывается генератором G [3].

Для контроля вычислений устройство $F(x)$ дооснащается СВК (рис. 1).

В составе СВК выделено несколько блоков. Блок $G(x)$ по входным воздействиям устройства $F(x)$ формирует значения проверочных символов выбранного линейного кода. Аналогичную функцию выполняет и блок $G(f)$, однако делает это по значениям выходов с устройства $F(x)$, которые отождествлены с информационными символами выбранного кода. Как отмечалось ранее, устройство $G(f)$ относится к одному из трех типов устройств – SD-, SAD- и SD/SAD-устройств. Пусть $k* \leq k$ выходов устройства $G(f)$ описываются самодвойственными булевыми функциями, а оставшиеся $k - k*$

выходы – самоантидвойственными булевыми функциями. Для контроля вычислений на первых устанавливается каскад тестеров самодвойственных сигналов – блок k^*SDC1. Для контроля вычислений на вторых – каскад тестеров самоантидвойственных сигналов $(k - k^*)$SADC1. Устройства k^*SDC1 и $(k - k^*)$SADC1 сжимают k^* и $k - k*$ сигналов, соответственно, в один парафазный сигнал. Выходы блоков k^*SDC1 и $(k - k^*)$SADC1 объединяются на входах одного модуля сжатия парафазных сигналов TRC. Его выходы z_1^0 и z_1^1 позволяют контролировать вычисления по признаку самодвойственности или самоантидвойственности функций. Для контроля принадлежности формируемых кодовых слов заранее выбранным кодам используется компаратор kTRC1. Это устройство позволяет сравнивать значения сигналов с выходов блоков $G(x)$ и $G(f)$. Компаратор kTRC1 сжимает k парафазных сигналов в 1. Поэтому сигналы от одного из блоков $G(x)$ или $G(f)$ предварительно инвертируются. Выходы компаратора z_2^0 и z_2^1 являются контрольными выходами подсхемы контроля вычислений по признаку принадлежности формируемых кодовых слов заранее выбранному коду. Для получения одного контрольного сигнала выходы z_1^0, z_1^1 и z_2^0, z_2^1 подключены к входу модуля TRC.

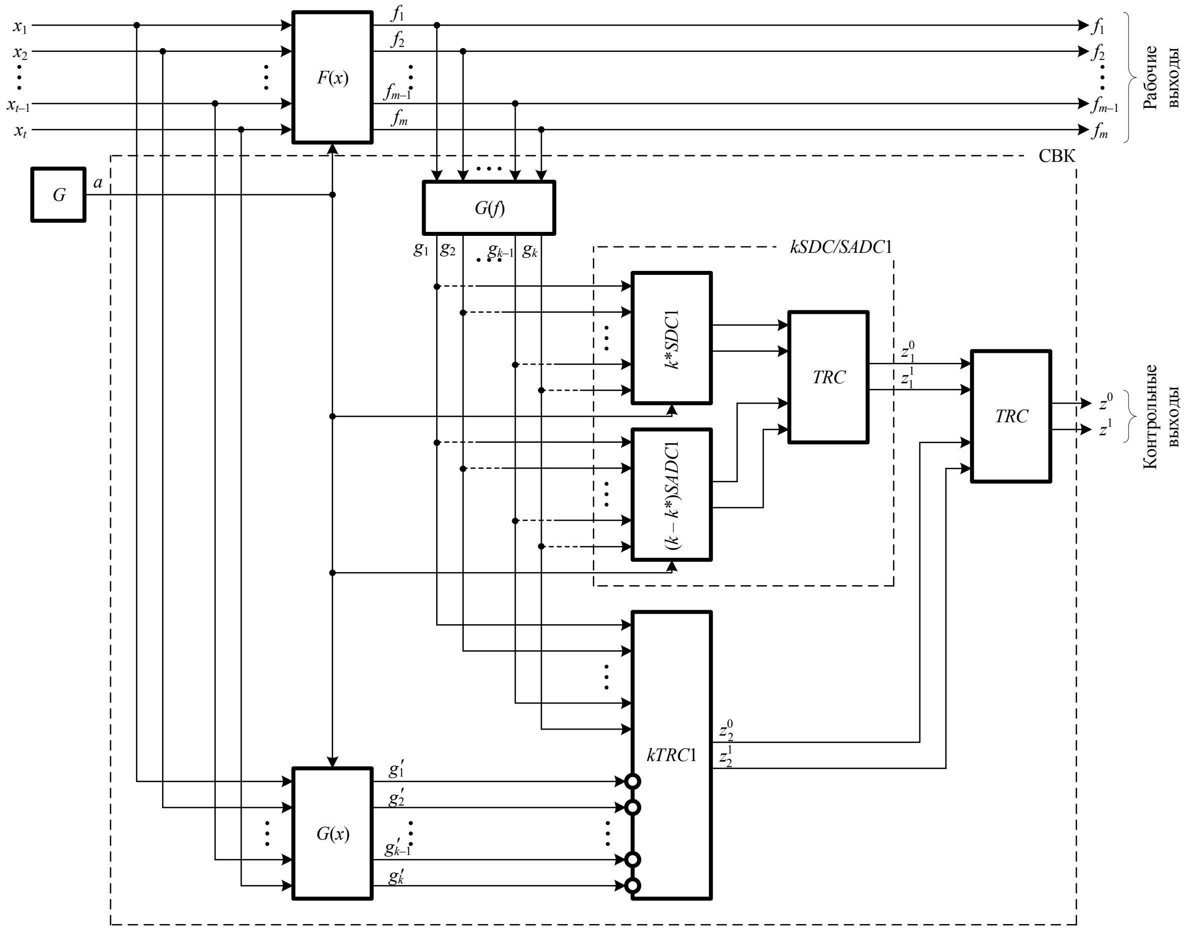

Рис. 1. Структура организации контроля вычислений

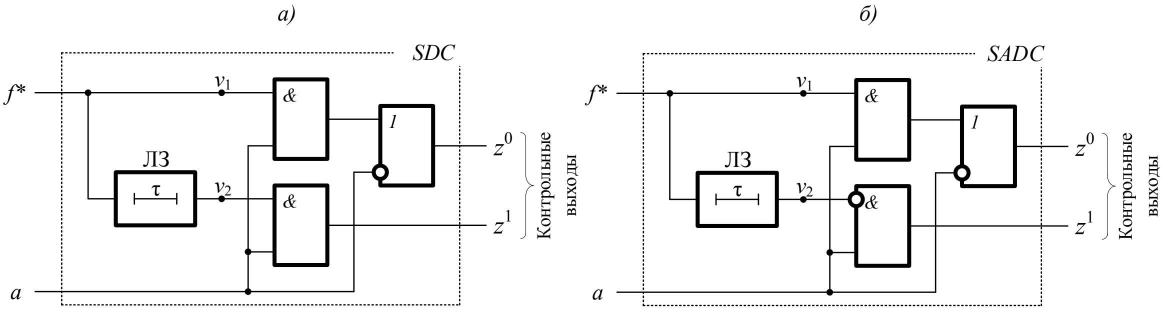

Рис. 2. Структуры тестеров: а) SDC; б) SADC

Структуры тестеров самодвойственного и самоантидвойственного сигналов f^* приведены на рис. 2. Тестер самоантидвойственных сигналов получен путем простой модификации структуры тестера самодвойственных сигналов – инвертированием сигнала с выхода линии задержки (ЛЗ) сигнала. Принципы функционирования тестеров идентичны, а описание работы SDC дано, например, в [8, 10].

4. Заключение

Использование линейных кодов при синтезе цифровых устройств с обнаружением неисправностей позволяет для устройств с любым числом выходов организовать контроль вычислений по нескольким диагностическим признакам. При этом структура организации контроля вычислений, приведенная на рис. 1, довольно проста и состоит из типовых элементов, что облегчает процесс проектирования СВК.

Исследования показывают, что только при самодвойственном (или самоантидвойственном) контроле вычислений часть собственных неисправностей кодера $G(f)$ может быть не обнаружена из-за свойств самих линейных функций и использования при их реализации элементов сложения по модулю $M = 2$. Наличие подсхемы контроля вычислений по признаку принадлежности формируемых кодовых слов заранее выбранным кодам эту проблему нивелирует.

Использование линейных кодов при синтезе устройств, реализованных с использованием временно́й избыточности и импульсного режима функционирования, представляется интересным с точки зрения совершенствования подходов к построению высоконадежных цифровых систем.

Список литературы

1. Reynolds D.A., Meize G. Fault Detection Capabilities of Alternating Logic // IEEE Transactions on Computers. 1978. Vol. C-27. No. 12. P. 1093-1098. DOI: 10.1109/TC.1978.1675011.
2. Аксёнова Г.П. Восстановление в дублированных устройствах методом инвертирования данных // Автоматика и телемеханика. 1987. № 10. С. 144-153.
3. Гессель М., Мошанин В.И., Сапожников В.В, Сапожников Вл.В. Обнаружение неисправностей в самопроверяемых комбинационных схемах с использованием свойств самодвойственных функций // Автоматика и телемеханика. 1997. № 12. С. 193-200.
4. Lala P.K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001, 216 p.
5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. Под ред. В.А. Садовничева, 4-е изд., стер, М.: Высшая школа, 2003. 384 с.
6. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Гессель М. Самодвойственные дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат (Санкт-Петербургское отделение), 2001. 331 с.
7. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.

8. Ефанов Д.В., Погодина Т.С. Исследование свойств самодвойственных комбинационных устройств с контролем вычислений на основе кодов Хэмминга // Информатика и автоматизация. 2023. Т. 22. №2. С. 349-392. DOI: 10.15622/ia.22.2.5.
9. Дрозд А.В., Харченко В.С., Антощук С.Г., Дрозд Ю.В., Дрозд М.А., Сулима Ю.Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / Под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2012, 614 с.
10. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Основы теории надежности и технической диагностики. Санкт-Петербург: Лань, 2019, 588 с.
11. Шалыто А.А. Модули, универсальные в классе самодвойственных функций и в «близких» к ним классах // Известия Академии наук. Теория и системы управления. 2001. № 5. С. 110-120.