УДК 531.112.1+681.5.01

ПЛАНИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ЛОКАЛЬНОЙ СУПЕРПОЗИЦИИ ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ

А.П. Кирсанов
АО «Концерн «Вега»
Россия, 121170, Москва, Кутузовский пр-кт., 34
E-mail: ki572020@yandex.ru

Ключевые слова: планирование движения, подвижные объекты, локальная суперпозиция векторных полей.

Аннотация: Рассмотрена задача обхода препятствий, возникающих на траектории движения беспилотного подвижного объекта в заданную точку. Предложен метод коррекции траектории для обхода препятствий. Метод основан на суперпозиции векторных полей фазовых скоростей движения объекта по первоначальной траектории и траектории обхода. Приведены примеры траекторий обхода препятствий с использованием предложенного метода.

1. Введение

В настоящее время повысился интерес к различным (наземным, воздушным надводным и подводным) автономным беспилотным средствам передвижения. Предполагаемая область их применения простирается от планетоходов и глубоководных аппаратов до средств доставки заказов населения.

Использование автономных беспилотных средств вызвано необходимостью действий в опасных, труднопредсказуемых условиях, без надежной связи оператором. В этих условиях возможно внезапное появление различного вида препятствий, из- за которых движение по заранее спланированной траектории становится опасным или невозможным. Поэтому задача построения траекторий подвижного объекта (ПО) в заданную точку при наличии препятствий является актуальной. Решению задач такого типа посвящено достаточно много работ [1-4].

2. Постановка задачи

Рассматривается движение подвижного объекта на плоскости, которое описывается уравнением $\dot{x} = f(x) = g(x, u(x))$, где $x = (x_1, x_2)^T$ – вектор, описывающий положение объекта на плоскости, $u(x)$ – закон управления по принципу обратной связи. Этому уравнению соответствует векторное поле фазовых скоростей и фазовый портрет на плоскости. Иногда подходящий фазовый портрет можно найти среди фазовых портретов известных систем дифференциальных уравнений на плоскости или результатов их трансформаций (поворотов, растяжений и т. п.). Однако для достаточно сложных траектория, например, с обходом нескольких препятствий, построить нужную траекторию используя преобразования одного фазового портрета бывает невозможно.

Поэтому в данной работе предлагается комбинировать несколько фазовых портретов (векторных полей) в различных областях плоскости. В одной области плоскости задается одно векторной поле, а в другой, например, в области расположения препятствия, другое. В окрестности границы этих областей одно векторное поле плавно переходит в другое.

3. Локальная суперпозиция векторных полей

При построении сложных траекторий, например, при обходе нескольких препятствий может потребоваться, чтобы в различных частях плоскости траектории соответствовали различным векторным полям. Этого можно добиться путём формирования векторного поля на всей плоскости из фрагментов различных векторных полей в различных областях плоскости. Если просто «склеить» два поля вдоль общей границы двух областей, то вдоль этой границы могут появиться разрывы векторного поля и, следовательно, изломы траекторий. Изломы на планируемой траектории движения, как правило, означают резкую смену направления движения, которое не соответствует динамическим возможностям движущегося объекта.

Чтобы избежать резкого изменения характера движения объекта предлагается создавать переходную область, в которой одно векторное поле плавно переходит в другое поле в соседней области плоскости. Траектории, соответствующие этим векторным полям, также гладко сопрягаются на границе соседний областей. Этот плавный переход предлагается осуществить путем суперпозиции векторных полей, которая далее рассматривается как аналогия суперпозиция различных физических полей (электрического, магнитного и др.).

Локальная суперпозиция $w(x)$ двух векторных полей $v(x)$ и $u(x)$ может быть представлена в виде линейной комбинации

(1) $$w(x) = \alpha(x)v(x) + \big(1 - \alpha(x)\big)u(x),$$

где $\alpha(x)$ неотрицательная финитная функция с компактным носителем G, принимающая максимальное значение равное 1 на всем подмножестве $H \subset G$, а на множестве $G\backslash H$ удовлетворяющая неравенству $0 < \alpha(x) < 1$. Рис. 3 иллюстрирует описываемую ситуацию.

Из выражения (1) и описания функции $\alpha(x)$ следует, что на множестве H результат суперпозиции $w(x)$ совпадаете векторным полем $v(x)$, а вне множества G с векторным полем $u(x)$. Поле на множестве $G\backslash H$ является средневзвешенным полей $v(x)$ и $u(x)$ и является промежуточным между полем $u(x)$ на $R^2\backslash G$ и полем $v(x)$ в области H.

Поле $u(x)$ можно назвать исходным (базовым), а поле $v(x)$ на H, формирующее траектории обхода препятствия, находящегося в области H, естественно назвать обходным. Следует отметить, что область H, где $\alpha(x) = 1$, может быть неограниченной, например, полуплоскостью.

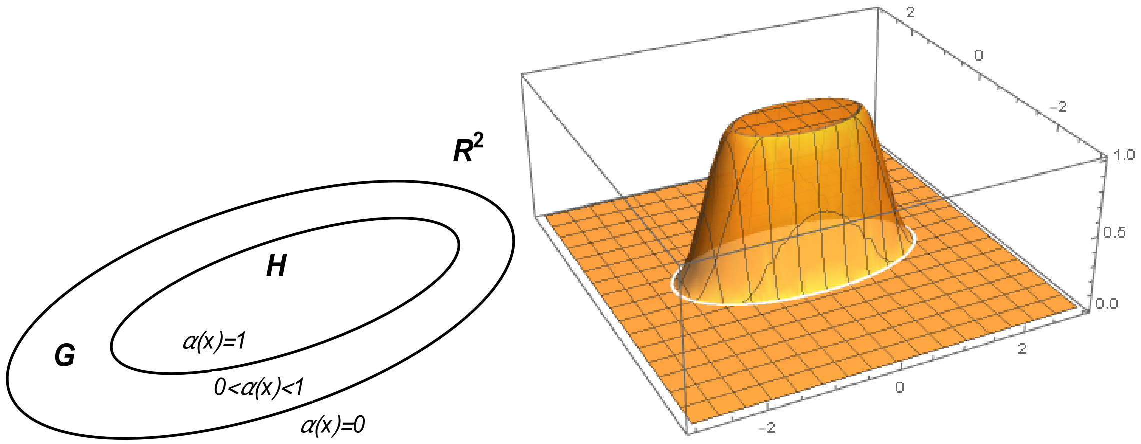

Рис. 1. Носитель и график функции $\alpha(x)$, используемой для суперпозиции полей.

Для локальной суперпозиции векторных полей в соответствии с формулой (1) могут использоваться различные функции $\alpha(x)$. Например, для того, чтобы выполнить гладкое сопряжение невозмущенного исходного поля $u(x)$ вне круга радиуса R с центром в начале системы координат с полем обхода $v(x)$ в круге радиуса r можно использовать функцию

$$\alpha(x) = \begin{cases} 0, \text{если } R \leq \|x\|; \\ \cos\left(\frac{\pi\cdot(\|x\|-r)}{2(R-r)}\right)^2, \text{если } r \leq \|x\| \leq R; \\ 1, \text{если } \|x\| \leq r \end{cases} \tag{2}$$

Локальная суперпозиция векторных полей, заданных в полуплоскостях, разделенных общей границей, может быть выполнена по формуле (1) с использованием функции

$$\alpha(x) = \begin{cases} 0, \text{если } (n,x) < -d; \\ \dfrac{1}{2}\left(1 + \sin\left(\dfrac{\pi\cdot(n,x)}{2d}\right)\right), \text{если } -d \leq (n,x) \leq d; \\ 1, \text{если } (n,x) > d. \end{cases}$$

В этой формуле $n = (cos\varphi, sin\varphi)^T$ единичный вектор, ортогональный границе между полуплоскостями, (n,x) – скалярное произведение векторов n и x, d – половина ширины полосы вдоль границы, в которой происходит реальная суперпозиция.

Пример суперпозиции двух векторных полей вдоль замкнутой границы, отделяющей ограниченную область от всей плоскости показан на рис. 2. На этом рисунке суперпозиция двух векторных полей происходит внутри кольца, ограниченного окружностями с общим центром радиуса R и r, $R > r$. Суперпозиция в кольце осуществляется с использованием скалярной «склеивающей» функции (2).

Векторное поле внутри меньшей окружности представляет собой неустойчивый узел $(x_1 - a_1, x_2 - a_2)^T$ с особой точкой, смещенной относительно центра кольца на вектор $(a_1, a_2)^T$, $a_1^2 + a_2^2 < r^2$. Вне круга радиуса R находится некоторое постоянное поле, например, поле $(1,0)^T$.

В результате суперпозиции данных полей получается поле, траектории которого, начинающиеся вне круга радиуса R, обходят препятствие, располагающееся внутри меньшего круга радиуса r. Без суперпозиции эти траектории проходили бы через препятствие. Исходные траектории, которые до суперпозиции не пересекали препятствие, остаются неизменными.

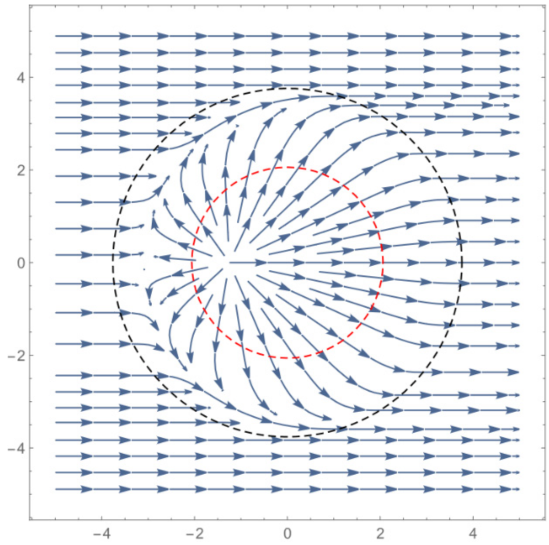

Рис. 2. Векторное поле уклонения от препятствия.

Особенность движения объекта по траекториям поля, полученного в результате суперпозиции, заключается в том, что после отклонения от препятствия он не возвращается на свою первоначальную прямолинейную траекторию, а продолжает прямолинейное движение параллельно исходной траектории на некотором расстоянии от неё. Поэтому траектории векторного поля на рис. 2 естественно назвать траекториями уклонения от препятствия.

Следует заметить, что преобразования векторных полей (трансляции, повороты, растяжения и их композиции) могут быть применены к изображенным на рис. 2 векторному полю и траекториям для того, чтобы наилучшим образом соответствовать ситуации (размерам и форме препятствия, направлению исходного движения и др.), в которой осуществляется планирование траектории.

Если изменение траектории, вызванное отклонением от препятствия, приводит к значительным отклонениям от конечной точки, то целесообразно выполнять суперпозицию не с постоянным полем, а с полем, устойчивая особая точка которого типа «Узел» совпадает с заданной конечной точкой траектории. Результат такой суперпозиции показан на рис. 3.

Красным цветом обозначена конечная точка и одна из траекторий в эту точку с уклонением от препятствия. Препятствие находится внутри области ограниченной окружностью красного цвета. В центре это окружности находится неустойчивый узел, из которого выходят прямолинейные траектории.

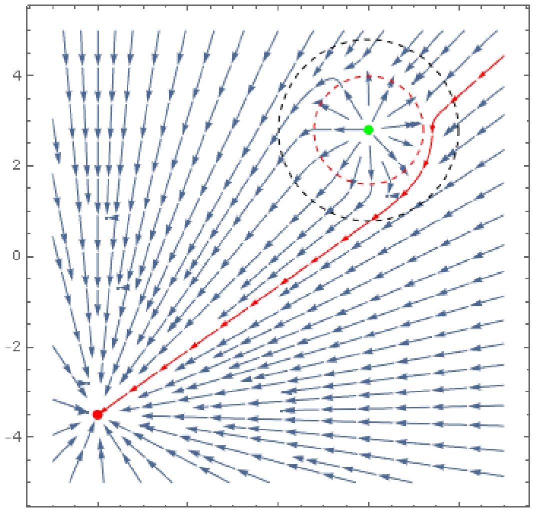

Рис. 3. Выход в заданную точку по траекториям центростремительного поля после отклонения от препятствия.

Центростремительный характер траекторий компенсирует возможные отклонения от траектории в результате возмущающих воздействий и обходов препятствий. Это особенно важно на завершающем отрезке траектории. На большом удалении от особой точки это поле практически совпадает с постоянным полем, поскольку участки близко расположенных траекторий практически параллельны.

3. Заключение

Траектории, предназначенные для обхода препятствий, рассматриваются как траектории некоторого векторного поля фазовых скоростей. Векторное поле, траектории которого обходят препятствия, конструируются из нескольких полей: основного поля, по траекториям которого планировалось движение в заданную точку в отсутствии препятствий, и фрагментов полей в содержащих препятствия областях, которые в суперпозиции с основным полем обеспечивают обход препятствий. Непрерывность конструируемого векторного поля и гладкость траек5торий обхода обеспечивается специальной финитной функцией, с использованием которой выполняется суперпозиция. Использование «канонических» векторных полей на плоскости и их модификаций, полученных различными преобразованиями, позволяет путем локальной суперпозиции формировать разнообразные сложные траектории обхода препятствий при движении ПО к заданной цели. Метод не требует сложных вычислений в реальном масштабе времени.

Список литературы

1. Лю В. Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор) // Математика и математическое моделирование. 2018. № 1. С. 15-58.
2. Казаков К.А., Семенов В.А. Обзор современных методов планирования движения // Труды ИСП РАН. 2016. Т. 28, Вып. 4. С. 241-294.
3. Меркулов В.И., Пляшечник А.С. Способ обхода опасных зон в горизонтальной плоскости // Автоматика и телемеханика. 2019. № 1. С. 153-169.
4. Mattei M., Blasi L. Smooth Flight Trajectory Planning in the Presence of No-Fly Zones and Obstacles // J. Guidance, Control, Dynam. 2010. Vol. 33, No. 2. P. 454-462.