такой, что $(D-a)(x)=y$. Следовательно, $\rho_Y((D-a)(x),S(\tilde{c}))=\rho_Y(D(x)-a,S(\tilde{c}))\leqslant \rho_Y(D(x),D(\tilde{c}))+\rho_Y(D(\tilde{c}),S(\tilde{c})+a)<\beta\rho_X(x,\tilde{c})+\alpha-\beta\leqslant\beta+\alpha-\beta=\alpha$. Таким образом, $y\in B_Y(S(\tilde{c}),\alpha)$. Далее, поскольку отображение S^{-1} является α-липшицевым, то

$$\rho_X(S^{-1}(S(\tilde{c})),S^{-1}\circ(D-a)(x))\leqslant\frac{1}{\alpha}\rho_Y(S(\tilde{c}),(D-a)(x))\leqslant 1,$$

откуда мы получаем, что $(D-a)(x)\in S(P)$. Таким образом, $(D-a)(x)\subseteq S(P)$.

Теперь оценим величину $\mathrm{lip}(B|P)$:

$$\mathrm{lip}(B|P)\leqslant\mathrm{lip}(S^{-1}|(D-a)(P))\cdot\mathrm{lip}(D-a|P)\leqslant$$
$$\leqslant\mathrm{lip}(S^{-1}|S(P))\cdot\mathrm{lip}(D|P)=\frac{1}{\alpha}\beta<1,$$

так как $\beta<\alpha$.

Наконец, покажем, что $B(P)\subseteq P$. Действительно, для любого $p\in P$ имеем:

$$\rho_X(B(p),\tilde{c})=\rho_X(S^{-1}\circ(D-a)(p),S^{-1}(S(\tilde{c})))\leqslant\frac{1}{\alpha}\rho_Y((D-a)(p),S(\tilde{c}))<1.$$

Таким образом, отображение B является сжимающим. Поскольку P – полное метрическое пространство (как единичный шар с центом в точке $\tilde{c}$ внутри $\mathbb{R}^n$), по принципу сжимающих отображений [2] мы получаем, что существует единственное решение p^0 уравнения $B(p)=p$, откуда непосредственно вытекает, что в модели σ существует единственное положение равновесия $p^0\in\mathrm{int}\,P$. Теорема доказана.

4. Заключение

Полученные результаты могут быть использованы для решения большого числа различных экономических задач, таких как управление ресурсами, регулирование налога на добавочную стоимость и управление импортом товаров. Также результаты работы могут послужить основой для алгоритма поиска положения равновесия для моделей рыночных систем, построенных по статистическим данным.

Лемма 1 получена Павловой Н.Г. при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №23-11-20020, https://rscf.ru/project/23-11-20020/). Теорема 2 получена Котюковым А.М. при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №22-11-00042, https://rscf.ru/project/22-11-00042/).

Список литературы

1. Маршалл А. Принципы политической экономии. М.: Прогресс, 1993, 594 с.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 572 с.
3. Kotyukov A.M., Pavlova N.G. Stability and Non-Uniqueness of Equilibrium in an Open Market Model // Proceedings of the 15th International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD). Moscow, Russia, 2022. IEEE, 2022, P. 1–4.
4. Arutyunov A.V., Kotyukov A.M., Pavlova N.G. Equilibrium in Market Models with Known Elasticities // Advances in Systems Science and Applications. 2021. Vol. 24, No 4. P. 130–144.
5. Kotyukov A.M., Pavlova N.G. Nonuniqueness of Equilibrium in Closed Market Model // Advances in Systems Science and Applications. 2023. Vol. 23, No. 2. P. 184–194.
6. Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. Линеная алгебра и геометрия. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 512 с.