

УДК 621.391:528.854

# ПРИМЕНЕНИЕ ПРИЧИННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В РАСПОЗНАВАНИИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

**А.Е. Краснов**

*Российский Государственный Социальный Университет (РГСУ)*  
Россия, 129226, Москва, ул. Вильгельма Пика, 4, стр. 1  
E-mail: krasnovmgutu@yandex.ru

**М.Е. Головкин**

*Российский Государственный Социальный Университет (РГСУ)*  
Россия, 129226, Москва, ул. Вильгельма Пика, 4, стр. 1  
E-mail: mikhel85@mail.ru

**В.И. Герасимова**

*Калужский Государственный Университет (КГУ)*  
Россия, 248023, Калуга, ул. Степана Разина, 26  
E-mail: gerasimowa.victoria@yandex.ru

**Ключевые слова:** причинные преобразования, преобразование Гильберта, преобразование Френеля, фазовый портрет, редукция фазового портрета, инвариантное распознавание.

**Аннотация:** рассмотрены математические основы единого подхода к формированию описаний сигналов и изображений, инвариантных к группе трансляционных, масштабных и амплитудных преобразований для сигналов и трансляционных, ориентационных и амплитудных преобразований для изображений. Подход основан на построении фазовых портретов в виде двумерных гистограмм совместных значений сигналов и их Гильберт-образов, а также - двумерных гистограмм совместных значений реальных и мнимых компонент комплексного преобразования Френеля изображений. Показано – как редуцировать фазовые портреты в одномерные гистограммы. Приведены примеры применения рассмотренного подхода к распознаванию сигналов и изображений.

## 1. Введение

В [1] обосновано выделение информативные признаки широкого класса изображений, с помощью их размытия окном с апертурой конечного размера. При этом были также исследованы изображения, выглядящие как однородные полутонные поля, составленные из большого числа элементов (зерен, пятен, штрихов и т. п.), имеющих нечеткие размытые края. Именно такие изображения обычно называют текстурными. Дальнейшее развитие метода размытия текстурных изображений было сделано в [2], где экспериментально показано, что цветовые гистограммы «некогерентно» размытых текстурных изображений и адаптивная подстройка апертур их размытия необходимы для распознавания изображений, инвариантно к их поворотам.

Для инвариантного к поворотам распознавания структурных изображений, где важное значение имеют соотношения определенного порядка между их элементами в [3] была предложена технология «когерентного» размытия с дальнейшим формированием

двумерных фазовых портретов изображений, их редукции в одномерные образы и построения гистограмм значений этих образов.

Технология размытия с помощью различных вейв-лет преобразований с последующим гистограммным анализом широко применяется и для распознавания временных сигналов [4].

Следует заметить, что гистограммы традиционно используют для описания статистической структуры сигналов [5], т.к. при нормализации сигналов возможно сформировать гистограммы, не зависящие от амплитуд сигналов, их положения на оси времени и масштабов. Однако, гистограммы являются вырожденными описаниями сигналов, т.к. при произвольной перестановке отсчетов сигналов их гистограммы не меняются. В то же время именно очередность следования отсчетов сигналов, их взаимное расположение характеризует различные классы временных структур сигналов.

В докладе показаны математические основы единого подхода к построению гистограмм как сигналов, так и изображений, таких гистограмм, которые учитывают взаимные положения отсчетов сигналов и изображений. Данный подход основан на причинных преобразованиях: преобразовании Гильберта (ПГ) – для сигналов и преобразовании Френеля (ПФ) – для изображений.

## 2. Применение причинных преобразований

### 2.1. Применение преобразования Гильберта

ПГ – это результат свертки сигнала  $s(t)$  с обобщенной функцией «главное значение  $1/(\pi \cdot t)$ » [6]:

$$(1) \quad s_{\perp}(t) = s(t) \otimes h(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(t') dt'}{t' - t} = \frac{1}{\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[ \int_{-\infty}^{t-\varepsilon} \frac{s(t') dt'}{t' - t} + \int_{t+\varepsilon}^{\infty} \frac{s(t') dt'}{t' - t} \right],$$

$$s(t) = -s_{\perp}(t) \otimes h(t).$$

Функция  $h(t) = P/(\pi \cdot t)$  называется ядром ПГ, и, по сути, является импульсной характеристикой линейного фильтра – фильтра Гильберта (ФГ), на выходе которого формируется ортогональное дополнение входного сигнала, т.к.:

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot s_{\perp}(t) dt = 0.$$

В целом ПГ связано с формированием из исходного сигнала  $s(t)$  положительно-частотного аналитического сигнала  $z(t)$  с амплитудой  $S(t)$ , фазой  $\Phi(t)$  и частотой  $\omega(t)$ :

$$(3) \quad z(t) = s(t) + i s_{\perp}(t) = S(t) \cdot e^{i\Phi(t)},$$

$$(4) \quad S(t) = \sqrt{s^2(t) + s_{\perp}^2(t)}, \Phi(t) = \arctg \frac{s_{\perp}(t)}{s(t)}, \omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}.$$

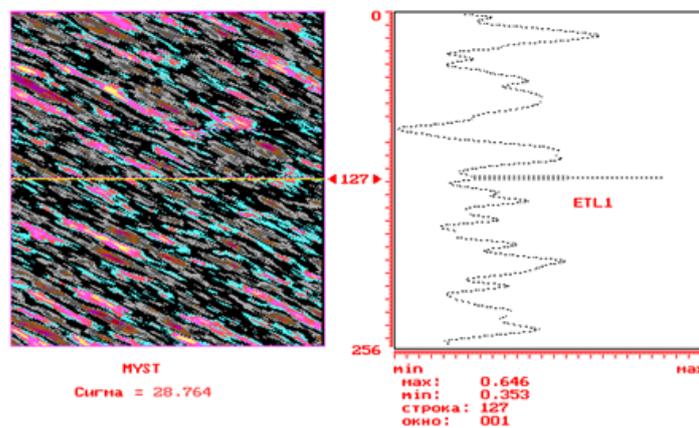
В дискретном представлении времени, т.е.  $t = \Delta tk$ , где  $k$  – отсчет сигнала, импульсная характеристика  $h(k)$  цифрового ФГ равна нулю при четном  $k$ , а при нечетном  $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$   $h(k) = \frac{2}{\pi \cdot k}$  (рис. 1) [7].

Теоретический выбор порядка цифрового ФГ, необходимый для его практического применения в различных задачах, пока не обоснован. На практике используют ФГ 7-12 порядков.

Прямое и обратное ПГ (1), применяемое в частотной области называются дисперсионными соотношениями, которые непосредственно отражают принцип причинности физических систем [8]. В силу нелокального характера ядра  $h(k)$  ПГ, выделяющего с «забыванием» прошлое и будущее для каждого отсчета дискретного

сигнала  $s(k)$ , отсчеты в аналитическом сигнале  $z(t)$  оказываются причинно-связанными.

Впервые применять ФПГ для распознавания сигналов было предложено в [9], где показано, что отображение значений сигнала  $s(t)$  и его Гильберт-образа  $s_{\perp}(t)$  на плоскости формирует двумерную гистограмму  $w(s, s_{\perp})$ , названную фазовым портретом Гильберта (ФПГ), форма которого не зависит от трансляционно-масштабных преобразований сигнала. ФПГ показали высокую эффективность при обнаружении сигналов, формируемых в радиолокационных системах. Так, на рис. 1 представлен пример обнаружения эталонного сигнала в 127 строке зашумленного радио-изображения при отношении СИГНАЛ/ШУМ = 0.04, что в 8 раз меньше предельного значения обнаружения согласованным фильтром. Такой эффект объясняется тем, что сравниваются не сами сигналы, имеющие базу в  $K_s$  отсчетов, а их ФПГ, имеющие большую базу сравнения ( $K_s \times K_{s_{\perp}}$ ).



**Рис. 1.** Пример обнаружения методом ФПГ эталонного сигнала в 127 строке зашумленного радио-изображения.

Дальнейшее развитие Гильберт-фильтрация для анализа нестационарных сигналов получила в [10], где было предложено, так называемое, преобразование Гильберта-Хуанга на основе разложения сигнала на моды, для которых затем вычисляются гистограммы в виде мгновенных спектров Гильберта, формируемых по  $\omega(t)$  из (4).

Операции с ФПГ  $w(s, s_{\perp})$  являются достаточно трудоемкими, однако возможно редуцировать  $w(s, s_{\perp})$  в одномерный хэш-образ  $H(k) = H[s(k), s_{\perp}(k)]$ , гистограмма  $hist(H)$  значений которого также не будет вырождена по перетасовке отсчетов сигнала  $s(k)$ . При этом, хэш-образ  $H(k)$  не должен зависеть от амплитуды сигнала  $s(k)$ .

Будем использовать несколько методов.

*Метод фазы.* В данном методе хэш-образ  $H(k)$  ФПГ  $w(s, s_{\perp})$  сформируем как:

$$H^{(1)}(k) = \frac{s_{\perp}(k)}{s(k)}, \text{ или } H^{(2)}(k) = \arctg \frac{s_{\perp}(k)}{s(k)}.$$

*Метод единичной нормализации.* Проведем нормирование сигнала и его ортогонального дополнения:

$$s(k) \rightarrow \frac{s(k)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}}, s_{\perp}(k) \rightarrow \frac{s_{\perp}(k)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}}.$$

Тогда хэш-образ ФПГ  $w(s, s_{\perp})$  сформируем в виде:

$$H^{(3)}(k) = \frac{s(k)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}} + \frac{s_{\perp}(k)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}}.$$

*Метод парной парциальной корреляции.* В данном методе хэш-образ  $H(k)$  ФПГ  $w(s, s_{\perp})$  выглядит следующим образом:

$$H^{(4)}(k) = \frac{s(k)s(k-1)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}\sqrt{s^2(k-1) + s_{\perp}^2(k-1)}} + \frac{s_{\perp}(k)s_{\perp}(k-1)}{\sqrt{s^2(k) + s_{\perp}^2(k)}\sqrt{s^2(k-1) + s_{\perp}^2(k-1)}}.$$

Все хэш-образы  $H^{(1-4)}(k)$  не зависят от амплитуды сигнала  $s(k)$ , т.к. при его изменении в «а» раз ортогональное дополнение  $s_{\perp}(k)$  также изменяется в «а» раз. Получаемые по данным хэш-образам гистограммы инвариантны к трансляции и изменению масштаба сигнала  $s(k)$ , но чувствительны к перестановкам его отсчетов.

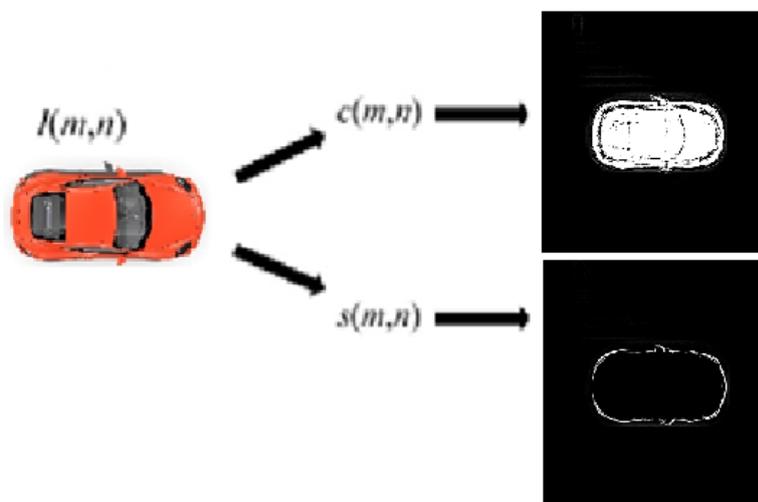
Хэш-образы  $H^{(1-3)}(k)$  введены эвристически, а применение  $H^{(4)}(k)$  для описания стохастических сигналов теоретически обосновано в [11]. Дополнительные численные эксперименты с детерминированными сигналами с неизвестными параметрами также показали предпочтительность применения  $H^{(4)}(k)$  для построения гистограмм, наиболее различающихся по среднеквадратичному отклонению при изменении форм сигналов.

Технология применения гистограмм, сформированных на основе хеш-функций  $H^{(4)}(k)$ , для исследования нормальных и аномальных состояний сетевого трафика в системах телекоммуникации, в частности – обнаружения DDoS-атак и распознавания их видов, подробно рассмотрена в [11, 12].

## 2.2 Применение преобразования Френеля

Преобразование Френеля взаимно-однозначно связывает комплексные амплитуды волновых фронтов когерентного электромагнитного поля (ЭМП) в различных плоскостях, перпендикулярных его распространению. Поскольку ЭМП распространяется со скоростью света, то о его эволюции и причинном преобразовании судят не по временным изменениям волновых фронтов поля, а по изменениям их пространственных структур. Причинная связь этих изменений полностью подчиняется принципу Гюйгенса-Френеля: зарегистрировав волновой фронт ЭМП в одной плоскости, возможно восстановить волновой фронт в другой [13]. В [14] обосновано – как формировать фазовый портрет Френеля (ФПФ) – двумерное распределение  $w(c, s)$  частот совместных значений косинусных  $c$  и синусных  $s$  образов Френеля изображения (действительного двумерного распределения на плоскости). Показано, что для непрерывного пространства ФПФ  $w(c, s)$  полностью инвариантны к сдвигам, поворотам и частично (до 2-х раз) изменениям масштабов изображений. В [15] рассмотрены ограничения, накладываемые неизотропностью двумерного дискретного растра, на применение ФПФ в современных системах технического зрения. В [2] предложена архитектура волновой сети для инвариантного распознавания изображений, формируемых на двумерных дискретных растрах, показано как редуцировать  $w(c, s)$  в  $H^{(2)} = \arctg \frac{s}{c}$ .

Для примера на рис. 2 показано полутоновое дискретное растровое изображение в 256x256 отсчетов и его френелевские образы. Из рисунка видно, что френелевские образы соответствуют когерентно размытым копиям исходного изображения с выделением его особых точек – точек, группирующихся вокруг перепадов яркости изображения.



**Рис. 2.** Пример косинусного и синусного образов Френеля полутонового растрового изображения.

## Список литературы

1. Завалишин Н.В., Мучник И.Б., Шейнин Р.Л. Автоматическая классификация текстурных изображений // Автоматика и телемеханика. 1975. № 2. С. 95-103.
2. Краснов А.Е., Головкин М.Е. Распознавание текстурных изображений с помощью некогерентного размытия // Автоматизация в промышленности. 2023. С. 47-49.
3. Благовещенский В.Г., Головкин М.Е., Краснов А.Е., Никольский Д.Н. Волновая сеть для распознавания изображений // Автоматизация в промышленности. 2022. № 10. С. 28-33.
4. Ziad Alqadi, Mohammad S. Khrisat, Amjad Hindi, Majed Omar Dwairi. Using speech signal histogram to create signal features // International Journal of Engineering Technology Research & Management. 2020. Vol. 4, No.3. P. 143-153.
5. Котов В.В. Использование гистограммных оценок в задачах распознавания // Успехи современного естествознания. 2004. № 4. С. 40-42.
6. Koskivaara Olli. The Hilbert Transform. Mathematics course on Fourier analysis lectured in the winter of 2015 at the University of Jyväskylä by Esa Vesalainen. 2015. 15 p.
7. Kak S. Hilbert transformation for discrete data // International Journal of Electronics. 1973. Vol. 34. P. 177-183.
8. Нуссенцвейг Х.М. Причинность и дисперсионные соотношения / Перевод с английского В.В. Малярова. М.: Мир, 1976. 461 с.
9. Краснов А.Е. Использование Гильберт-фильтрации электромагнитного сигнала для выделения инвариантных признаков его пространственной структуры // Автометрия. 1987. № 5. С. 102-103.
10. Huang N.E. Shen Z., Long S.R., Wu M.C., Shih H.H., Zheng Q., Yen N.-C., Tung C.C., Liu H.H. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // Proceedings of R. Soc. London. Ser. A, 454.3. P. 903-995.
11. Krasnov, A.E., Nikol'skii, D.N.: Formation of one-dimensional distributions of values of correlators of network traffic aggregates // Russ. Phys. J. 2020. No. 63. P. 563-573.
12. Nikol'skii D.N., Krasnov A.E. Preparing Traffic to Analyze the Dynamics of Its States by Method of Partial Correlations // Proceedings of the Computer and Information Science Conference Communications – Distributed Computer and Communication Networks. DCCN 2022 / V.M. Vishnevskiy, K.E Samouylov, D.V. Kozurev (Eds). Cham: Springer, 2023. Vol. 1748. P. 269-281.
13. Seo Y.H, Lee Y.H, Kim D.W. A Content Hiding Method for Digital Hologram Using Multiple Fresnel Diffraction // Appl. Sci. 2020. Vol. 10 (14). P. 4897.
14. Krasnov A.E., Kompanets I.N., Druzhinin Y.O. Use of the Fresnel transform for optical pattern recognition // Proceedings of the Second International Conference on Optical Information Processing. St. Petersburg, Russia. Proc. SPIE, 2969. 1996. P. 579-584.
15. Головкин М. Е., Краснов А. Е. Анизотропия дискретного пространства при автоматизации процессов анализа изображений // Автоматизация в промышленности. 2022. № 1. С. 18-23.