

УДК 519.651+519.688

# ДВУМЕРНОЕ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ОБНАРУЖЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В УГЛОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

**Е.Я. Рубинович**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: ivbar@ipu.ru

**И.А. Юрченков**

*Кафедра прикладной математики института информационных технологий МИРЭА – Российского  
технологического университета*  
Россия, 119454, Москва, Проспект Вернадского, 78  
E-mail: yurchenkov@mirea.ru

**Ключевые слова:** сверхразрешение, критерий Рэля, сверточные нейронные сети, цифровая антенная решетка.

**Аннотация:** В работе изучаются способы получения изображения объектов в двумерном угломерном пространстве со сверхразрешением по сравнению с полученным сигналом на двумерной системе равноотстоящих антенных детекторов-излучателей. Представлена математическая модель принятого сигнала на системе детекторов с двумерной конфигурацией антенных устройств, а также поставлена задача экстраполяции принятого сигнала на виртуальном устройстве в зависимости от его пространственного положения. В данной статье продемонстрирован подход к решению задачи экстраполяции двумерного сигнала на основе сверточной нейронной сети для увеличения пространственной карты признаков. На тестовых постановках задачи обнаружения объектов в угломерном пространстве показана эффективность предложенного алгоритма и решаемые граничные случаи для подобных задач.

## 1. Введение

Цифровая антенная решетка (ЦАР) [1], в общем случае, характеризуется набором антенных устройств, некоторым образом расположенных в пространстве. Чаще всего двумерная ЦАР конфигурируется набором из  $(2N + 1) \times (2N + 1)$  равноотстоящих друг от друга на расстоянии  $d$  приемных устройств, с центральным приемным устройством, излучающих сигнал  $f(\alpha, \beta)$  с определенной амплитудой и начальной фазой:

$$(1) \quad f_{n,m}(\alpha, \beta) = \exp(ikd(n\alpha + m\beta)),$$

где  $n \in [-N, N]$ ,  $m \in [-N, N]$  – пространственное положение излучателя в прямоугольной сетке равноотстоящих устройств,  $k$  – длина волны излучателя.

Диаграмма направленности системы приемных устройств  $F(\alpha, \beta)$  описывается в виде двумерной суммы сигналов (1):

$$(2) \quad F(\alpha, \beta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N f_{n,m}(\alpha, \beta),$$

и характеризует мощность сигнала, излучаемую в некотором направлении. Положим, что для каждого устройства мощность сигнала не зависит от направления, и мы всегда можем сопоставить центр максимальной ширины диаграммы направленности с положением максимума амплитуды распределения источников излучения.

В таком случае, принятый сигнал  $U(\alpha, \beta)$  на ЦАР, в результате сканирования двумерной области  $\Omega(\alpha, \beta)$  вычисляется как:

$$(3) \quad U(\alpha, \beta) = \iint_{\Omega(\alpha, \beta)} F(\varphi - \alpha, \psi - \beta) I(\varphi, \psi) d\varphi d\psi,$$

где  $I(\varphi, \psi)$  – распределение источников излучения в угловом двумерном пространстве,  $\Omega(\alpha, \beta)$  – угловое пространство, в котором определено  $I(\varphi, \psi)$ .

Угловое разрешение в соответствии с критерием Рэлея определяется как угол:

$$(4) \quad \delta\theta = \lambda/D,$$

где  $D$  — линейный размер антенны,  $\lambda$  — длина волны. Угол  $\delta\theta$  практически равен ширине диаграммы направленности (ДН) по половинной мощности  $\theta_{0.5}$ .

Во многих странах проводятся работы по исследованию и практической реализации методов обработки сигналов, позволяющих достигать сверхразрешения, т.е. превышения (4) [2-11]. Сверхразрешение, в частности, даёт возможность решать важные задачи выделения отдельных целей в составе групповых целей.

## 2. Основная часть

### 2.1. Постановка задачи

Расписав (3) через двумерную сумму (2):

$$(5) \quad U(\alpha, \beta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-N}^N C_{n,m} \exp(-ikd n \alpha) \exp(-ikd m \beta),$$

$$(6) \quad C_{n,m} = \iint_{\Omega(\alpha, \beta)} f_{n,m}(\varphi, \psi) I(\varphi, \psi) d\varphi d\psi, n, m \in [-N, N],$$

получим представление (5) через рассчитываемые на системе приемных устройств коэффициенты (6) принятого сигнала. В результате, для сканируемой области на антенных устройствах рассчитывается набор весовых коэффициентов  $C_{n,m}$ , которыми характеризуется область сканирования на системе приемных устройств. Таким образом, зная значения  $C_{n,m}$  на физических устройствах, можно по соотношению (5) рассчитать принятый сигнал (3) для любого набора объектов и распределения их интенсивности  $I(\alpha, \beta)$ .

В дальнейшем, предлагается по известным наборам комплексных значений принятого сигнала  $C_{n,m} \in \mathbb{C}^{(2N+1) \times (2N+1)}$  определить неизвестные значения на виртуальных устройствах, в продолжении выстроенной зависимости этих значений за пределы апертуры в представлении, что они есть в системе приемных устройств. Предлагается строить алгоритм экстраполяции, позволяющий получить оценки комплексных значений принятого сигнала  $\hat{C}_{n,m} \in \mathbb{C}^{(2K+1) \times (2K+1)}$ ,  $K = \lfloor \gamma N \rfloor$ ,  $\gamma > 1$ , за пределами апертуры физической решетки на основе алгоритмов нейронной сети, позволяющей обрабатывать пространственную информацию.

Полученные значения оценки принятого сигнала на виртуальных устройствах  $\hat{C}_{n,m}$  в дальнейшем будут использоваться для получения нового принятого сигнала  $\hat{U}(\alpha, \beta)$ , рассчитанного по соотношению (5) с новыми значениями коэффициентов:

$$(7) \quad \hat{U}(\alpha, \beta) = \sum_{n=-K}^K \sum_{m=-K}^K \hat{C}_{n,m} \exp(-ikd n \alpha) \exp(-ikd m \beta), K > N.$$

Рассчитанный по (7) новый сигнал  $\hat{U}(\alpha, \beta)$  может использоваться для более точного принятия решений в задачах обнаружения объектов, как в теории более точный по критерию Рэлея (4) по сравнению с  $U(\alpha, \beta)$  получаемый (5) по значениям коэффициентов (6) физической системы.

В качестве используемого алгоритма экстраполяции двумерных карт (6) предлагается использовать двумерные сверточные сети [11] на базе операций транспонированных сверток, способных увеличивать размерность выходных данных по сравнению с входными данными, что хорошо сочетается с выбранной постановкой

задачи. Выборка, используемая для обучения должна будет составлять набор двумерных карт признаков коэффициентов (6) принятого сигнала на физических устройствах и соответствующие им наборы двумерных выходных карт коэффициентов сигнала на виртуальных устройствах за пределами апертуры решетки, также рассчитанные с помощью (6), приняв значение  $N := K$ , в рамках вычисления выражения для конкретно заданного распределения интенсивности источников  $I(\alpha, \beta)$  и моделируемой конфигурации целей.

Таким образом будем иметь некоторый алгоритм, который обладает внутренними параметрами, настройка которых будет происходить за счёт процедуры обучения на парах примерах истинных значений коэффициентов принятого сигнала на физических устройствах апертуры ЦАР и соответствующих им желаемых значений на виртуальных устройствах, рассчитанных для конкретно заданной картины конфигураций целей.

## 2.2. Постановка численного эксперимента

Рассмотрим модель двумерной системы обнаружения на основе антенных устройств приняв во внимание значения постоянных выбранных в рамках представленной архитектуры. Возьмем для примера тестовую двумерную систему с  $N = 10$  антенных устройств в оба направления от центрального устройства, таким образом получив сетку из  $21 \times 21$  таких устройств, что приводит нас к необходимости рассчитать  $C_{n,m} \in \mathbb{C}^{21 \times 21}$  значений принятого сигнала по (6). Расположим их на расстоянии  $d = 0,7$  друг от друга, получив линейный размер системы, равный  $D = 14,7$ . Длину волны колебаний, излучаемых на устройствах, примем равной  $k = 2\pi$ . Получим ширину  $\theta_{0,5} = \lambda/D = 1/14,7 = 0,068$ . Таким образом выберем в качестве двумерной угловой области рассмотрения троек целей область  $\Omega(\alpha, \beta) = \{[-0,06, 0,06] \times [-0,06, 0,06]\}$ .

Распределение интенсивности излучения объектов  $I(\alpha, \beta)$  будем представлять в виде тройки равноинтенсивных дельта-функций  $\delta(\alpha_i, \beta_i), i = 1, 2, 3$ , где положения целей  $\alpha_i, \beta_i \in \Omega(\alpha, \beta)$ . Ввиду положенного, вычисления (6) упростятся до взятия значения конечных сумм в точках положения тестовых объектов в области сканирования.

Для моделируемой виртуальной системы выберем  $K = 60$ , то есть в 6 раз большее число виртуальных устройств по сравнению с физической конфигурацией ЦАР. Таким образом алгоритмом экстраполяции требуется восстановить  $\hat{C}_{n,m} \in \mathbb{C}^{121 \times 121}$  значений. На основе восстановленных значений получим возможность рассчитать оценку  $\hat{U}(\alpha, \beta)$  по (7) для принятого сигнала на ЦАР с виртуальными включениями, отсутствующими в изначально апертуре.

## 2.3. Архитектура сверточной нейронной сети

Приведем архитектуру глубокой нейронной сети для решения задачи двумерной экстраполяции тензора  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 21 \times 21}$  до тензора  $\hat{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$ . Действительное поле чисел для двумерных карт было выбрано вследствие удобства представления комплексных чисел и обобщения действия алгоритмов экстраполяции.

Архитектура сети схематично представлена на рисунке (рис.1). Входной тензор коэффициентов проходит через 5 сверточных блоков с транспонированными свертками [13]. В блоке 2 и 3 использованы функции активации  $\sin(x)$ , использование которых обусловлено природой представленной задачи, экстраполяции мод затухающих колебаний, распространяющихся от центра двумерной карты.

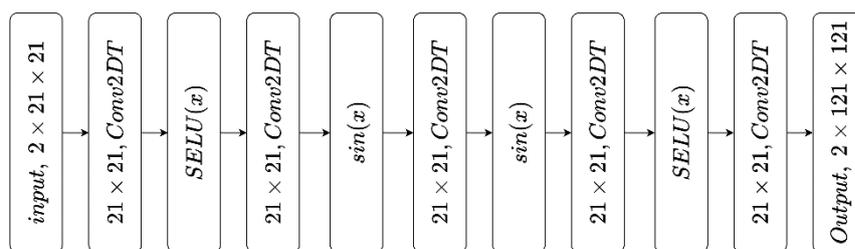


Рис. 1. Архитектура спроектированной сверточной нейронной сети.

В первом и предпоследнем слое используются функции активации  $\text{SELU}(x)$  [14], не подверженные проблеме затухающих градиентов и проблеме не работающих сверток в сверточном слое.

Представленная сверточная нейронная сеть на базе транспонированных сверток обучалась 1000 эпох на сгенерированных данных 10000 возможных вариантов расположения трех точечных целей, моделируемых дельта-функциями с одинаковыми мощностями. Обучающие выходные тензоры  $\tilde{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$  были рассчитаны, как и входные, по соотношению (6) только уже для большего значения числа устройств  $K$ . Обучение состояло в минимизации ошибки приближения:

$$(8) \quad \text{MSE}(\tilde{C}, \hat{C}) = (1/(8K^2 + 16K + 2)) \sum_{ch=1}^2 \sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K (\tilde{C}_{i,j}^{(ch)} - \hat{C}_{i,j}^{(ch)})^2,$$

по ответам  $\hat{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$  нейронной сети. Обучение параметров сети производилось на основе метода Adam [15], как метода, достигающего более быстрой сходимости на больших объемах данных по сравнению с методом стохастического градиентного спуска.

## 2.4. Численные результаты

Приведем, пример распознавания трех точечных целей  $p_1, p_2, p_3 = (-0.029, -0.007), (-0.022, 0.048), (0.028, 0.053)$ , расположенных в двумерном пространстве  $\Omega(\alpha, \beta)$ . На рисунке (рис.2) покажем сравнение выходов из настроенной сверточной нейронной сети и желаемых значений карт признаков.

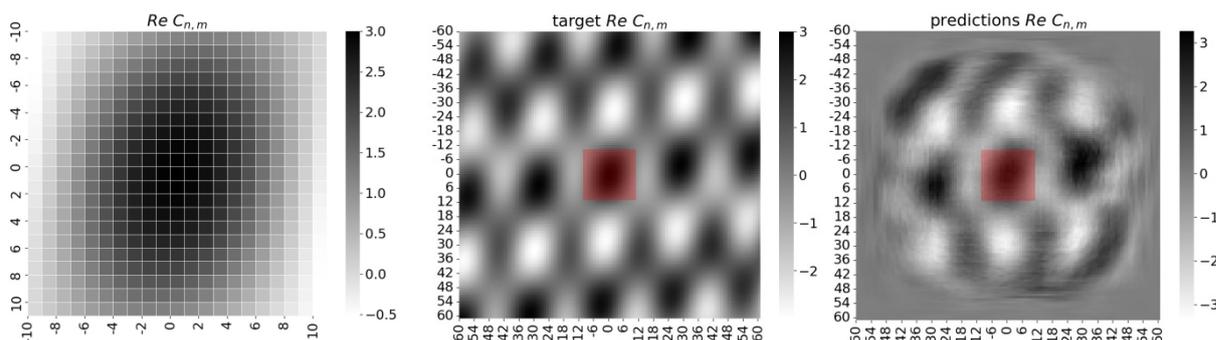
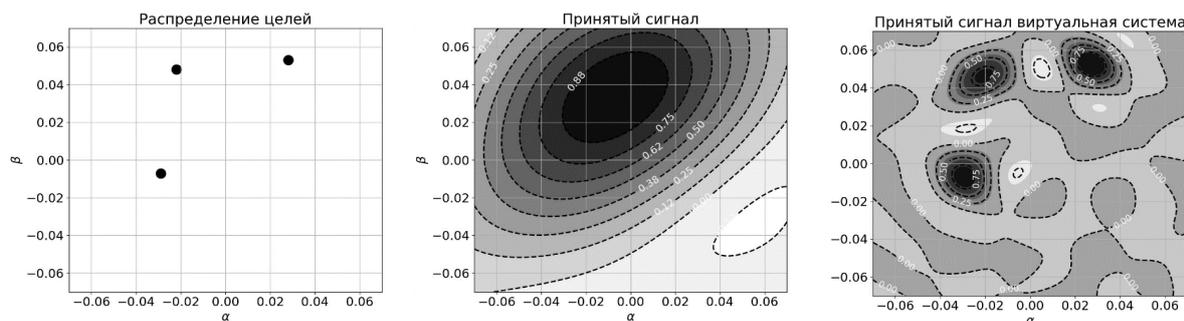


Рис. 2. Двумерная карта коэффициентов  $C$  принятого сигнала на физической системе ЦАР; карта  $\tilde{C}$  ожидаемого распределения значений коэффициентов на виртуальных устройствах для заданного распределения объектов; выходная карта  $\hat{C}$  значений принятого сигнала на виртуальных устройствах на выходах нейронной сети.

На визуализации (рис. 2) выходной карты из нейронной сети отметим ухудшение качества экстраполяции в диапазоне далее 40 устройств от центрального. Это говорит о том, что для более серьезных задач необходимо совершенствовать архитектуру нейронной сети как с точки зрения увеличения качества экстраполяции, так и с точки

зрения эффективности решаемой задачи при большем числе экстраполируемых значений. По метрике качества среднего абсолютного отклонения между выходной картой и целевой составляет  $MSE(C_{target}, \hat{C}) = 0.696$ , что является хорошим результатом экстраполяции.

На рис. 3 показано взаимное расположение представленных объектов в угломерном пространстве, а также рассчитанное распределение амплитуд принятого сигнала  $U(\alpha, \beta)$  на физической ЦАР и распределение  $\hat{U}(\alpha, \beta)$  сигнала с применением полученных оценок принятого сигнала  $\hat{C}$ , визуализация которых представлена на рис. 3.



**Рис. 3.** Распределение интенсивности объектов-источников излучения  $I(\alpha, \beta)$ ; принятый сигнал  $U(\alpha, \beta)$  физической системой; рассчитанный сигнал  $\hat{U}(\alpha, \beta)$  с применением двумерной экстраполяции.

Оценочное значение радиуса ширины диаграммы направленности до половинной мощности  $\theta_{0.5}$  итоговой модели по экспериментам составляет  $r_c \approx 0.007$ , по сравнению с тем же радиусом для физической системы  $r \approx 0.034$ , что составляет разницу в  $\approx 5$  раз, что показывает кратное увеличение разрешающей способности системы на тестовой постановке задачи.

### 3. Заключение

Поставлена и решена задача применения сверточной нейронной сети в задаче экстраполяции двумерной пространственной зависимости. В рамках данной работы на примере численного эксперимента показана предсказательная способность методов двумерной экстраполяции зависимости на основе двумерных сверточных алгоритмов нейронных сетей обработки изображений. Достижимая угловая разрешающая способность превышает критерий Рэля соответствующей физической системы в 5 раз. Изображения восстанавливаются с относительно небольшими ошибками в амплитудных значениях и в угловых положениях объектов.

### Список литературы

1. Лаговский Б.А., Рубинович Е.Я. Алгоритмы цифровой обработки данных измерений, обеспечивающие угловое сверхразрешение // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 7. С. 349-356.
2. Almedia M.S., Figueiredo M.A. Deconvolving images with unknown boundaries using the alternating direction method of multipliers // IEEE Trans. Image Process. 2013. Vol. 22, No. 8. P. 3074-3086.
3. Kasturiwala S.B., Ladhake S.A. Superresolution: A novel application to image restoration // International Journal on Computer Science and Engineering. 2010. No. 5. P. 1659-1664.

4. Lavate T.B., Kokate V.K., Sapkal A.M. Performance Analysis of MUSIC and ESPRIT. DOA Estimation Algorithms for Adaptive Array Smart Antenna in Mobile Communication // 2nd Int. Conf. on Computer and Network Technology (ICCNT). US, 2010. P. 308-311.
5. Morse P., Feshbach H. Methods of Theoretical Physics. New York, Toronto, London: McGraw-Hill, 1953. 1978. 1060 p.
6. Park S.C., Park M.K., Kang M.G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview // IEEE Signal Processing Magazine. 2003. Vol. 20, No. 3. P. 21-36.
7. Shchukin A.A., Pavlov A.E. Parameterization of user functions in digital signal processing for obtaining angular super-resolution // Russian Technological Journal. 2022. Vol. 10, No. 4. P. 38-43.
8. Sroubek F., Cristobal G., Flusser J. Simultaneous Super-Resolution and Blind Deconvolution // Journal of Physics: Conference Series. 2008. Vol. 124, No. 1. P. 012-048.
9. Tan W.Q., Hou Y.G. Estimation of direction of source arrival based upon MUSIC and Capon // Journal of Nanchang Institute of Technology. 2008. Vol. 27, No. 1. P. 20-23.
10. Uttam S., Goodman N.A. Super-resolution of coherent sources in real-beam Data // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 2010. Vol. 46, No. 3. P. 1557-1566.
11. Waweru N.P., Konditi D.B.O., Langat P.K. Performance Analysis of MUSIC Root-MUSIC and ESPRIT // DOA Estimation Algorithm. International Journal of Electrical Computer Energetic Electronic and Comm. Engineering. 2014. Vol. 8, No. 1. P. 209-216.
12. O'Shea, Keiron & Nash, Ryan. (2015). An Introduction to Convolutional Neural Networks. ArXiv e-prints.
13. Dumoulin V., Visin F. A guide to convolution arithmetic for deep learning. ArXiv abs/1603.07285. 2016. n. pag.
14. Clevert D.-A., Unterthiner T., Hochreiter S.. Fast and Accurate Deep Network Learning by Exponential Linear Units (ELUs). 2016.
15. Kingma D.P., Ba J.. Adam: A Method for Stochastic Optimization. 2017.