УДК 51-74, 519.6

# СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОГО РЕГУЛЯТОРА НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОГО МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

#### Е.Ю. Шмалько

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН Россия, 119333, Москва, ул. Вавилова, 44, корп. 2 E-mail: e.shmalko@gmail.com

**Ключевые слова:** синтез регулятора, машинное обучение, эволюционные алгоритмы, символьная регрессия, генетическое программирование.

Аннотация: Работа посвящена решению задачи синтеза нелинейного регулятора на основе эволюционного машинного обучения. Поскольку современная система управления представляет собой компьютерную программу, реализованную на бортовой машине, то класс функций, описывающих систему управления обратной связи, может быть сегодня достаточно широко определен и включать различные нелинейности, реализация которых ранее была сложна. Современные численные методы эволюционного машинного обучения позволяют автоматически искать как структуру многомерной функции, описывающей искомый регулятор, так и ее параметры в соответствии с заданным критерием качества. В статье рассмотрена новая парадигма эволюционного машинного обучения. Представлен пример применения эволюционного машинного обучения на основе символьной регрессии для автоматического синтеза нелинейного регулятора в задаче синтеза системы стабилизации робота.

#### 1. Введение

Современная система управления является цифровой и представляется в виде компьютерной программы, реализованной на бортовой машине. В этой связи необходимость синтезировать систему управления в ограниченном классе определенных структур исчезла. Сегодня технические средства позволяют реализовывать регуляторы различной сложности.

Поскольку задача синтеза регуляторов чрезвычайно важна в теории управления, уже накоплен большой багаж методов ее решения. Наиболее эффективные методы синтеза управления по состоянию разработаны для линейных систем [1-4], в частности отметим наиболее распространенные методы, основанные на использовании частотных характеристик и матричного уравнения типа Риккати. Для сложных систем можно строить модели пониженного порядка, а линеаризация интересующего состояния позволяет использовать методы линейного управления. Тем не менее, эти модели имеют ограниченную область действия. Более общие аналитические методы решения задачи синтеза, например, методы основанные на применении функции Ляпунова, бэкстэппинг, метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов, также имеют ограничения по типу моделей объекта управления.

Сегодня для решения задачи синтеза управления для нелинейных динамических объектов различной сложности могут быть применены современные численные методы, основанные на технологиях машинного обучения.

## 2. Машинное обучение систем управления

Машинное обучение базируется на идее, что вычислительные системы способны демонстрировать поведение, которое не было в них явно запрограммировано, они могут выявлять закономерности или функциональные зависимости и самостоятельно вырабатывать решения. Во многих научных дисциплинах, если не во всех, основная задача исследований состоит в нахождении функциональной зависимости между определенными значениями параметров, характеризующих свойства исследуемого объекта. Если удается искомую функциональную зависимость представить в виде математической формулы, то очень часто такая формула становится законом в данной области, и приобретает имя его создателя. Наверное, математическая формула для искомой функциональной зависимости является венцом исследований и устанавливает факт того, что исследователь достиг определенной ступени знаний в понимании процесса и теперь он может поделиться этими знаниями в виде формулы с человечеством.

Важность задачи поиска математического выражения некоторой функции подтверждается и мировыми тенденциями. В опубликованной в 2023 году статье Nature [5] команда Google DeepMind представила первые результаты, достигнутые с помощью большой языковой модели (LLM) для поиска функций, записанных в компьютерном коде. FunSearch построила более эффективный алгоритм, чем удавалось математикам, для поиска специальной последовательности, известной как оценка «шапочного множества». Однако технология LLM имеет сегодня не слишком хорошую репутацию, поскольку часто выдумывают ответы - «галлюцинируют».

Задача машинного обучения - это задача поиска с помощью компьютерной вычислительной процедуры неизвестной функции

$$\mathbf{y} = \alpha(\mathbf{x}, \mathbf{q}),$$

где  $\mathbf{v}$  – вектор значений функции,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^r$ ,  $\mathbf{x}$  – вектор аргументов,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{q}$  – вектор постоянных параметров,  $\mathbf{q} \in Q \subseteq \mathbb{R}^p$ ,  $\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{q}) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^r$ .

Такое определение машинного обучения вполне охватывает основные задачи, которые в настоящее время решаются с помощью методов машинного обучения: аппроксимация, прогнозирование, кластеризация и т.д. В качестве искомых функциональных зависимостей могут выступать и системы управления. В машинном обучении система управления обучается, а не программируется разработчиком.

Поиск неизвестной функции, что является задачей машинного обучения, должен осуществляться как процесс оптимизации на основе некоторого оценочного критерия. В зависимости от типа критерия задачи машинного обучения можно разделить на два основных класса: обучение без учителя и обучение с учителем. Отметим, что существующие в настоящее время различные виды машинного обучения можно отнести к одной из этих категорий по критерию оценки.

При обучении с учителем искомая функция аппроксимирует некоторый набор данных, который называется обучающей выборкой. Тогда функционал можно записать в следующем виде:

(2) 
$$J_1 = \sum_{i=0}^{N} \|\hat{\mathbf{y}}^i - \alpha(\mathbf{x}^i, \mathbf{q})\| \to \min,$$

где  $\hat{\mathbf{Y}} = \{\hat{\mathbf{y}}^i, \dots, \hat{\mathbf{y}}^N\}$  – обучающая выборка.

При обучении без учителя искомая функция определяется из критерия минимизации некоторого заданного функционала качества (3)  $J_2 = \int_0^T f_0(\mathbf{x}(t), \alpha(\mathbf{x}(t), \mathbf{q})) \ dt \to \min,$ 

(3) 
$$J_2 = \int_0^T f_0(\mathbf{x}(t), \alpha(\mathbf{x}(t), \mathbf{q})) dt \to \min$$

где T — время достижения цели.

Определение. Машинное обучение – это оптимизационная процедура поиска решения задачи в Δ-окрестности оптимального решения.

Особенность машинного обучения в том, что процедура обучения не требует достижения точного минимума критерия (2) или (3)

$$(4) \tilde{J} \leq \min J + \Delta,$$

где  $\Delta$  — некоторое положительное значение отклонения, определяющее значение функционала, достижимое при обучении. Очевидно, что для критерия (2) минимальное значение равно нулю. Для критерия (3) минимальное значение может быть неизвестно. Тогда вместо этого можно использовать предельное минимальное значение:

(5) 
$$\tilde{J} = J^- + \Delta$$
, где  $J^- \leq \min J$ .

Исходя из введенных формулировок, методы машинного обучения можно применять в различных задачах, где требуется поиск функции. Обширной областью таких задач являются задачи управления.

Машинное обучение систем управления (англ. machine learning control MLC) – это оптимизационная процедура поиска неизвестной функции управления с использованием методов машинного обучения.

#### 2.1. Эволюционное машинное обучение

Эволюционное машинное обучение (англ. evolutionary machine learning EML) [6] использует эволюционные оптимизационные процедуры в процессе обучения. Эволюционные алгоритмы глобальной оптимизации используют эвристические правила, основанные на естественных парадигмах, таких как дарвиновская эволюция, но не ограничиваясь ими, для поиска решений близких к оптимальным в сложных пространствах. Эволюционные алгоритмы не требуют дифференцируемости функции, а также способны широко исследовать пространство поиска и находить глобальный минимум с большой вероятностью.

Эволюционные вычисления имеют целый ряд выгодных особенностей для решения оптимизационных задач машинного обучения:

- алгоритм не требует вычисления градиента функции, а следовательно, не требует дифференцируемости исследуемой функции;
- баланс между широтой и глубиной исследования пространства поиска, обеспечивающий оптимизацию в невыпуклых пространствах с многоэкстемальностью;
- возможность использовать знания по конкретной предметной области, например, ограничения могут быть введены в структуру решений, а известные решения могут быть внедрены в популяцию.
  - и, наконец, одной из важных особенностей эволюционных алгоритмов является возможность их применения для оптимизации на нечисловом пространстве кодов. Стохастическая природа этих алгоритмов позволяет создавать новые и даже непредвиденные решения задач машинного обучения. Неожиданный характер многих решений может быть использован для обнаружения логических недостатков в системах, разработанных людьми или другими алгоритмами.

В данной работе основное внимание уделяется применению EML для создания интеллектуальных контроллеров, способных использовать нелинейности системы для повышения эффективности и хорошо работать в некотором диапазоне неопределенностей. В этом контексте задача синтеза управления переформулируется как задача регрессии для закона управления с целью найти лучший контроллер, который минимизирует функционал качества *J*.

#### 2.2. Символьная регрессия для синтеза систем управления

В обзорных статьях [7, 8] описаны многие успешные применения EML для решения задач управления. Интересно, что среди статей в базе данных Web of Science в категории систем автоматического управления с применением EML 96% используют EML для решения задач параметрической оптимизации. Задается фиксированная структура закона управления, такие как ПИД-регуляторы, нейронные сети, нечеткие контроллеры, и его параметры настраиваются с помощью эволюционных алгоритмов.

Наиболее перспективным, но, как видно из приведенной статистики, наименее изученным направлением является применения методов EML для синтеза общих законов управления, т.е. задач, в которых структура закона управления не задана. Такие методы машинного обучения относятся к классу символьной регрессии [9].

Методы символьной регрессии используют алгоритмы эволюционной оптимизации для структурно-параметрического поиска функции управления непосредственно на основе значения функционала качества. В этом случае задачу регрессии можно представить как задачу поиска оптимального регулятора  $K^*$ , который минимизирует заданный функционал качества J:

(6) 
$$\mathbf{K}^* = \arg\min_{\mathbf{K} \in \mathcal{K}} J(\mathbf{K})$$
, где  $\mathcal{K}$  – пространство всех допустимых законов управления.

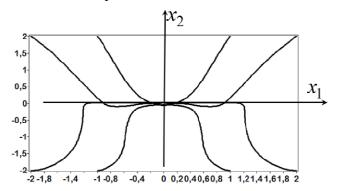
Методы символьной регрессии обладают целым рядом выгодных особенностей. Во-первых, они позволяют искать не только оптимальные параметры функции управления, но и оптимальную структуру, поэтому они и называются символьной регрессией, в отличие от линейной регрессии. Кроме того, символьная регрессия позволяет получать функции, в частности функции управления, в интерпретируемом для человека виде, в отличие, например от таких методов как нейронные сети. Такая возможность методов символьной регрессии дает возможность лучше понимать механизмы управления. И главная их особенность состоит в том, что они реализуют машинное обучение без учителя, что при разработке систем управления очень актуально. Как правило, у инженера нет необходимого набора обучающих данных, разве что получать их при ручном управлении и аппроксимировать режимы управления, произведенные оператором. Но такой подход не сильно популярен, поскольку, во-первых, скорее всего не является оптимальным, а, во-вторых, для обучения все-таки требуется значительное количество обучающих примеров управления. Методы символьной регрессии при обучении системы управления опираются только на значение функционала.

## 3. Вычислительный эксперимент

В экспериментальной части настоящей работы рассматривалась задача синтеза регулятора, стабилизирующего объект управления в некоторой заданной точке фазового пространства. В качестве демонстрационного объекта управления выбран колесный мобильный робот, кинематическая модель которого описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка. Значения элементов вектора управления ограничены. Искомая функция управления должна обеспечить перемещение робота из любого начального состояния некоторой заданной области в целевую терминальную точку с критерием быстродействия  $J = t_f \rightarrow \min$ . Для численного решения задачи методом символьной регрессии диапазон начальных значений заменяется конечным набором точек начальных условий.

Для преодоления указанных трудностей, связанных со сложность оптимизации на нечисловом пространстве структур, использовался подход на основе принципа малых вариаций базисного решения [10]. В качестве базисного решения был выбран

пропорциональный регулятор. На рис. 2 представлены результаты моделирования системы с функцией управления и параметрами, полученными с помощью вариационного Декартова генетического программирования [11]. Как видно, объект достигает конечного состояния из различных начальных состояний.



**Рис. 1.** Траектории робота с нелинейным регулятором, полученным на основе Вариационного декартова генетического программирования, из 8 начальных условий.

В заключении хотелось бы отметить, что рост возможностей машинного обучения, и в частности таких методов эволюционного машинного обучения, как методы символьной регрессии, приводит к смене парадигмы управления, когда контроллеры обучаются, и структура и параметры искомых регуляторов ищутся как решение задачи оптимизации на нечисловом пространстве структур, открывая широкие возможности для получения интеллектуальных контроллеров, способных использовать нелинейности системы для повышения эффективности управления.

### Список литературы

- 1. Blondel V., Gevers M., Lindquist A. Survey on the state of the systems and control // European J. Contol. 1995. Vol. 1. P. 5–23.
- 2. Григорьев В.В., Бойков В.И., Парамонов А.В., Быстров С.В., Проектирование регуляторов систем управления. СПб: Университет ИТМО, 2021. 94 с.
- 3. Теория автоматического регулирования (под ред. В.В. Солодовникова). М.: Машиностроение, 1967.
- 4. Тамасян Г.Ш., Фоминых А.В. Оптимальная стабилизация линейных систем. СПб.: Изд-во ВВМ, 2022 66 с
- 5. Romera-Paredes B., Barekatain M., Novikov A. et al. Mathematical discoveries from program search with large language models // Nature. 2023. https://doi.org/10.1038/s41586-023-06924-6.
- 6. Cornejo Maceda G.Y., Noack B.R. Evolutionary Machine Learning in Control. In: Banzhaf W., Machado P., Zhang, M. (eds) Handbook of Evolutionary Machine Learning. Genetic and Evolutionary Computation. Singapore: Springer, 2024. https://doi.org/10.1007/978-981-99-3814-8 22.
- 7. Fleming P.J., Purshouse R.C.: Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey // Control. Eng. Pract. 2002. Vol. 10, No. 11. P. 1223-1241.
- 8. Slowik A., Kwasnicka H.: Evolutionary algorithms and their applications to engineering problems // Neural Comput. Appl. 2020, Vol. 32, No. 16. P. 12363-12379.
- 9. Diveey, A., Shmalko E. Machine Learning Control by Symbolic Regression. Springer, Cham, 2021.
- 10. Diveev A.I. Small Variations of Basic Solution Method for Non-numerical Optimization // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 25. P. 028-033.
- 11. Diveev A.I., Shmalko E.Yu. Machine-Made Synthesis of Stabilization System by Modified Cartesian Genetic Programming // IEEE Transactions on Cybernetics. 2022, Vol. 52, No. 7. P. 6627-6637. doi: 10.1109/TCYB.2020.3039693.