УДК (681.5)

УПРАВЛЕНИЕ С ИТЕРАТИВНЫМ ОБУЧЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИИ ОБ ИЗМЕРЯЕМОМ ВЫХОДНОМ СИГНАЛЕ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ТИПА НАСЫЩЕНИЯ – I

Ю.П. Емельянова

Арзамасский политехнический институт (филиал) Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева

Россия, 607220, Арзамас, Калинина ул., 19

E-mail: emelianovajulia@gmail.com

Ключевые слова: управление с итеративным обучением, устойчивость, нелинейность, насыщение, неопределенность параметров.

Аннотация: Рассматривается дискретная система с нелинейностью типа насыщения, функционирующая в повторяющемся режиме, задачей которой является слежение за эталонной траекторией с требуемой точностью. Параметры системы точно неизвестны и описываются аффинными моделями неопределенности. Предлагается новый метод синтеза управления с итеративным обучением на основе информации о измеряемом выходном сигнале, позволяющий обеспечить необходимую точность слежения. Постановка задачи мотивирована тенденциями развития высокоточных интеллектуальных и аддитивных производств, а также медицинских реабилитационных роботов.

1. Введение

Развитие высокоточных интеллектуальных производств требует разработки специальных алгоритмов управления промышленными роботами. Эффективным методом повышения точности роботов, выполняющих повторяющиеся операции, является управление с итеративным обучением [1].

Исполнительные механизмы роботов содержат типовые нелинейности (насыщение, люфт, зона нечувствительности). Эти нелинейности снижают допустимую точность, при этом эффект их влияния в современной литературе изучен недостаточно. В связи с этим актуальной является задача синтеза управления с итеративным обучением с учетом указанных нелинейностей особенно в условиях современных интеллектуальных и аддитивных производств [2, 3].

Задача управления с итеративным обучением с учетом нелинейности типа насыщения изучалась в ряде работ [4, 5] и списки литературы в [4, 5]. В указанных работах в различных вариантах делается предположение о том, что желаемая траектория, которую должен воспроизводить робот-манипулятор, является выходным сигналом некоторой эталонной нелинейной системы. Однако, в реальной практике проектирования желаемая траектория задается заранее исходя из целей производства или конкретной задачи. Это крайне важно в большинстве приложений, например, в медицинских роботах для реабилитации больных, перенесших инсульт, где траектория движения задается лечащим врачом и не должна доставлять дискомфорт пациенту [1]. Следовательно, существует необходимость в синтезе управления с итеративным обучением с учетом насыщения, основанной непосредственно на заданной желаемой траектории.

Кроме того, ни в одной из этих работ не обсуждается влияние величины насыщения на точность. Автор и коллеги [6, 7] впервые выделили главный эффект влияния нелинейностей на точность воспроизведения желаемой траектории при использовании управления с итеративным обучением.

В данной статье, в отличие от [6, 7] вектор выхода используется непосредственно без применения наблюдателя, что проще в реализации. Кроме того, предполагается, что параметры системы точно неизвестны и описываются аффинными моделями неопределенности. Для решения этой задачи используется разработанный ранее автором и коллегами дивергентный метод векторных функций Ляпунова, который дает возможность применения эффективной техники линейных матричных неравенств [8].

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейную дискретную систему с неопределенными параметрами, функционирующую в повторяющемся режиме, которая на k-м повторении описывается следующей моделью в пространстве состояний:

$$
\begin{aligned}
x_k(p+1) &= A(\delta(p))x_k(p) + B(\delta(p))\psi_k(p),\\
\psi_k(p) &= \mathrm{sat}(u_k(p)),\\
y_k(p) &= Cx_k(p),\ p \in [0, N-1],\ k = 0, 1, \ldots,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $x_k(p) \in \mathbb{R}^{n_x}$ – вектор состояния, $u_k(p) \in \mathbb{R}^{n_u}$ – вектор управления $y_k(p) \in \mathbb{R}^{n_y}$ – вектор выходных переменных, называемый профилем повторения, k – номер повторения, N – продолжительность повторения, $\psi_k(p) \in \mathbb{R}^{n_u}$ – функция насыщения, которая задается следующим образом

$$
\psi_k(p)_j = \mathrm{sat}(u_k(p))_j = \begin{cases} U_j \text{ если } u_{k,j}(p) > U_j, \\ u_{k,j}(p) \text{ если } -U_j \leqslant u_{k,j}(p) \leqslant U_j, \\ -U_j \text{ если } u_{k,j}(p) < -U_j, \end{cases}
\tag{2}
$$

для $1 \leqslant j \leqslant n_u,\ k \geqslant 0$, где $u_{k,j}(p)$ – j -я компонента $u_k(p)$, а U_j – положительная постоянная.

Модель неопределенности задается в виде:

$$
A(\delta(p)) = A + \sum_{j=1}^{l} \delta_j(p)A_j,\ B(\delta(p)) = B + \sum_{j=1}^{l} \delta_j(p)B_j,
\tag{3}
$$

где A и B – матрицы номинальной модели, A_j и B_j, $(j = 1, 2, \ldots, l)$ – постоянные матрицы соответствующих размеров и $\delta_j(p) \in [\underline{\delta}_j,\ \overline{\delta}_j]$. Далее повсюду для компактности записи зависимость δ от p указывать не будем.

Обозначим

$$\mathbf{D} = \{\delta = [\delta_1 \dots \delta_l]^{\mathrm{T}},\ \delta_j \in [\underline{\delta}_j,\ \overline{\delta}_j]\}, \quad \mathbf{D}_v = \{\delta = [\delta_1 \dots \delta_l]^{\mathrm{T}},\ \delta_j \in \{\underline{\delta}_j,\ \overline{\delta}_j\}\},$$

где $\mathbf{D}_v$ – конечное множество из 2^l элементов.

Пусть $y_{ref}(p),\ 0 \leqslant p \leqslant N-1$ – заданная эталонная траектория (желаемый профиль повторения). Тогда

$$e_k(p) = y_{ref}(p) - y_k(p) \tag{4}$$

является ошибкой обучения на повторении k.

Задача состоит в нахождении такой последовательности управлений $u_k(p)$, которая, оставаясь ограниченной при всех $k = 0, 1, \dots$, обеспечивает достижение заданной точности воспроизведения эталонной траектории за конечное число повторений k^* и сохранение этой точности при дальнейших повторениях, т.е.

$$||e_k(p)|| \leqslant e^*,\ k \geqslant k^*,\ \ 0 \leqslant p \leqslant N. \tag{5}$$

Поставленная задача будет решена, если указанная последовательность $u_k(p)$ удовлетворяет условиям

$$\lim_{k\to\infty} ||u_k(p)|| = ||u_\infty(p)||, \quad ||e_k(p)|| \leqslant \kappa\varrho^k + \mu,\ \kappa > 0,\ \mu \geqslant 0,\ 0 < \varrho < 1, \tag{6}$$

где $u_\infty(p)$ – ограниченная переменная, обычно называемая обученным управлением.

Условия (6) означают, что ошибка обучения остается ограниченной для всех k и убывает не медленнее некоторой экспоненты.

Закон управления с итеративным обучением на текущем будем формировать следующим образом

$$\psi_{k+1}(p) = \mathrm{sat}(u_{k+1}(p)),\ u_{k+1}(p) = \mathrm{sat}(\psi_k(p) + \delta u_{k+1}(p)), \tag{7}$$

где $\delta u_{k+1}(p)$ – корректирующая поправка, которая должна быть выбрана так, чтобы обеспечить условия сходимости (6).

3. Переход к эквивалентной 2D модели

Предположим, что для формирования управления доступен только вектор выхода и матрица CB является невырожденной. Запишем уравнения для приращения вектора состояния. Для этого введем в рассмотрение вспомогательную переменную

$$\eta_{k+1}(p+1) = x_{k+1}(p) - x_k(p). \tag{8}$$

В соответствии с (1) эта переменная удовлетворяют уравнению

$$\eta_{k+1}(p+1) = A(\delta)\eta_{k+1}(p) + B(\delta)\Delta\psi_{k+1}(p-1), \tag{9}$$

где $\Delta\psi_{k+1}(p-1) = \psi_{k+1}(p-1) - \psi_k(p-1)$. Ошибка обучения в соответствии с (1), (4), (8), (9) будет описываться уравнением

$$e_{k+1}(p) = -CA(\delta)\eta_{k+1}(p) + e_k(p) - CB(\delta)\Delta\psi_{k+1}(p-1). \tag{10}$$

Поскольку используется обратная связь по выходу, то корректирующую поправку зададим в виде

$$\delta u_{k+1}(p) = K_1 C\eta_{k+1}(p+1) + K_2 e_k(p+1). \tag{11}$$

Подставляя (11) в (9), (10) получим уравнения динамики в терминах приращения вектора состояния и ошибки обучения:

$$\begin{aligned} \eta_{k+1}(p+1) &= (A(\delta)+B(\delta)K_1C)\eta_{k+1}(p) + B(\delta)K_2e_k(p) + B\varphi_k(p), \\ e_{k+1}(p) &= -(CA(\delta)+CB(\delta)K_1C)\eta_{k+1}(p) + \\ &+ (I - CB(\delta)K_2)e_k(p) - CB(\delta)\varphi_k(p), \end{aligned} \tag{12}$$

где $\varphi_k(p) = \Delta\psi_{k+1}(p-1) - \delta u_{k+1}(p-1)$.

Обозначим $K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix}$, $\zeta_k(p) = \begin{bmatrix} \eta_{k+1}^T(p) & e_k^T(p) \end{bmatrix}^T$.

Из (2) следует ограничение

$$-2U_j \leqslant (\mathrm{sat}(u_{k+1}(p))_j - (\mathrm{sat}(u_k(p))_j \leqslant 2U_j,\ j = 1,\dots,n_u. \tag{13}$$

И в соответствии с (2), (11) нетрудно видеть, что компоненты функции $\varphi_k(p)$ удовлетворяют ограничениям

$$\begin{aligned} F_j[(\varphi_k(p))_j, (\zeta_k(p))_j] = &\left[1 + \frac{1}{2U_j}((\varphi_k(p))_j + (K\zeta_k(p))_j)\right] \\ &\times \left[1 - \frac{1}{2U_j}((\varphi_k(p))_j + (K\zeta_k(p))_j)\right] \geqslant 0,\ j = 1,2,\dots,n_u. \end{aligned} \tag{14}$$

Система (12) относится к классу нелинейных повторяющихся процессов, которые представляют собой наиболее распространенный частный случай так называемых 2D систем [1]. Дальнейшее исследование основано на анализе этой системы на основе дивергентного метода векторных функций Ляпунова [8].

4. Основной результат

Закон управления с итеративным обучением (7), (11) должен обеспечивать условия сходимости (6). Чтобы найти матрицы K_1 и K_2, гарантирующие это свойство, используется дивергентный метод векторных функций Ляпунова для дискретных повторяющихся процессов [8]. На базе этого метода достаточные условия устойчивости системы (12) сведены к решению системы линейных матричных неравенств относительно переменных X, Y и Z:

$$\begin{bmatrix} X & (\bar{A}(\delta)X + \bar{B}(\delta)Y\bar{C})^T & X & (Y\bar{C})^T \\ (\bar{A}(\delta)X + \bar{B}(\delta)Y\bar{C}) & X & 0 & 0 \\ X & 0 & Q^{-1} & 0 \\ Y\bar{C} & 0 & 0 & R^{-1} \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{15}$$

$$\delta \in \mathbf{D}_v, \quad \bar{C}X = Z\bar{C}, \quad X = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} X_1 & X_2 \end{bmatrix},\ X_1 = \mathrm{diag}[X_{11}\ X_{22}].$$

Если эти ЛМН разрешимы, то $P = X^{-1}$ и

$$K = YZ^{-1}. \tag{16}$$

Обозначим $D_U = \mathrm{diag}[1/4U_j^2]$, $T_U = D_U^{-1}$, $j = 1, 2\dots, n_u$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть для заданных ограничений* (14) *и некоторых матриц* $Q \succ 0$ *и* $R \succ 0$ *существует решение* $X = \mathrm{diag}[X_1\ X_2] \succ 0$, Y, Z *системы* (15), *такое что ЛМН*

$$\begin{bmatrix} -W & -(KW)^T & (\bar{A}(\delta)W + \bar{B}(\delta)KW)^T \\ -KW & -TT_U & TT_U\bar{B}(\delta)^T \\ (\bar{A}(\delta)W + \bar{B}(\delta)KW) & \bar{B}(\delta)TT_U & -W \end{bmatrix} \prec 0, \delta \in \mathbf{D}_v \tag{17}$$

разрешимо относительно переменных $W = \mathrm{diag}[W_1\ \ W_2] \succ 0$, $T = \mathrm{diag}[T_j] \succ 0$, $j = 1, \ldots, n_u$, *при* K *определяемым* (16). *Тогда закон управления с итеративным обучением* (7), (11) *обеспечивает условия сходимости* (6).

5. Заключение

Для системы, функционирующей в повторяющем режиме и параметры которой неизвестны точно и описываются аффинными моделями неопределенности, получен новый метод синтеза управления с итеративным обучением на основе информации о измеряемом выходном сигнале с учетом нелинейности типа насыщения при непосредственном задании желаемой траектории. Пример, подтверждающий эффективность метода с детальным анализом представлен во второй части работы.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-71-01044, https://rscf.ru/project/23-71-01044/

Список литературы

1. Rogers E., Chu B., Freeman C., Lewin P. Iterative Learning Control Algorithms and Experimental Benchmarking. John Wiley, 2023.
2. Qamsane Y., Balta E.C., Moyne J., Tilbury D., Barton K. Dynamic Rerouting of Cyber-Physical Production Systems in Response to Disruptions Based on SDC Framework // 2019 American Control Conference (ACC). 2019. P. 3650-3657
3. Afkhami Z., Hoelzle D. J., Barton K., Robust Higher-Order Spatial Iterative Learning Control for Additive Manufacturing Systems // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2023. Vol. CST-31. P. 1692-1707.
4. Sebastian G., Tan Y., Oetomo D. Convergence analysis of feedback-based iterative learning control with input saturation // Automatica. 2019. Vol. 101. P. 44-52.
5. Zhang J., Meng D. Convergence Analysis of Saturated Iterative Learning Control Systems With Locally Lipschitz Nonlinearities // IEEE Transactions on neural networks and learning systems. 2020. Vol. 31, No. 10. P. 4025-4035.
6. Pakshin P., Emelianova J., Rogers E., Galkowski K. Iterative Learning Control with Input Saturation // IFAC-PapersOnLine. 2019. Vol. 52, No.29. P. 338-343.
7. Pakshin P., Mandra S., Emelianova J., Rogers E., Erwinski K., Galkowski K. Experimentally Validated Vector Lyapunov Function-Based Iterative Learning Control Design Under Input Saturation // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2023.
8. Pakshin P., Emelianova J., Emelianov M., Galkowski K., Rogers E. Dissipivity and stabilization of nonlinear repetitive processes // Systems & Control Letters. 2016. vol. 91. P. 14-20.