УДК 65.012

РЕФЛЕКСИЯ АГЕНТОВ В МЕХАНИЗМЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСА

А.В. Щепкин
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: av_shch@mail.ru

Ключевые слова: приоритеты агентов, заявки агентов, распределение ресурса, ранг рефлексии.

Аннотация: Рассматривается механизм распределения ресурса между двумя агентами, каждый из которых при формировании заявки на ресурс учитывает иерархию представлений оппонента на свое поведение. Определяется ранг рефлексии, при котором агенты определяют заявки на ресурс, соответствующие ситуации равновесия по Нэшу.

1. Введение

Механизм распределения ресурса в активных системах достаточно подробно описан в работах [1-3]. В этих работах рассмотрены различные принципы распределения ресурса – прямые приоритеты, обратные приоритеты, конкурсы и т.д. Доказано существование ситуации равновесия по Нэшу. Следует отметить, что в этих работах при принятии решений – формировании заявок на ресурс, агенты не учитывали взаимную информированность о действиях оппонента. Здесь реализовывалось гипотеза индикаторного поведения [4], суть которой состоит в том, что заявка на ресурс в момент времени t формировалась агентом, когда он наблюдал действия всех агентов в момент времени (t-1).

В работах [5-7] экспериментально проверены гипотезы о поведении агентов (индикаторное поведение), которые использовались при доказательстве существования равновесной ситуации по Нэшу. В этих работах также показана сходимость агентов в ситуацию равновесия по Нэшу при реализации этой гипотезы.

2. Механизм распределения ресурса

2.1. Постановка задачи

Аналогичные постановки задачи рассматривались в [1-3, 5-7]. Распределение ресурса происходит в двухуровневой организационной системе, состоящей из Центра – верхний уровень и двух агентов нижнего уровня. Предполагается, что в распоряжении Центра имеется однородный ресурс в количестве R. Также предполагается, что целевая функция агентов является однопиковой [2-3]. Целевая функция i-го агента достигает максимума при получении им ресурса в размере a_i. Значения a_i Центру не известны, поэтому при распределении ресурса Центр использует информацию (заявки на ресурс $s_1^{(t)}$ и $s_2^{(t)}$), полученную от агентов. Будем считать, что информированность Центра о потребностях агентов определяется условием (1)

(1) $$s_i^{(t)} \in [h_i; H_i],\ i=1,2.$$

В работе предполагается, что $a_1+a_2>R$, это соответствует дефициту ресурса. Обозначим через d дефицит ресурса, p_i – приоритет i-го агента, $x_i^{(t)}$ – полученный i-м агентом ресурс, i=1,2 в момент времени (t). Очевидно, что $d = a_1 + a_2 - R$. При этом рассматриваем ситуацию, когда $d < \min\{a_1; a_2\}$. Процедура распределения ресурса записывается в виде (2)

(2) $$x_i^{(t)} = \frac{p_i s_i^{(t)}}{p_i s_i^{(t)} + p_{3-i} s_{3-i}^{(t)}} R,\ i=1,2.$$

Чтобы приблизиться к максимальному значению своей целевой функции агенты в каждый момент времени (t) формируют такие заявки на ресурс $s_i^{(t)}$, чтобы разница $|a_i - x_i^{(t)}|$ была бы минимальной.

В [1-3, 5-7] показано, что при дефиците ресурса и распределении (2) в ситуации равновесия по Нэшу заявки агентов стремятся к максимально возможному значению. В частности достаточно типичной является ситуация $s_i^* = H_i$.

2.2. Учет рефлексии агентов

В настоящей работе рассматривается ситуация, когда агентам известны действия всех агентов в момент времени (t), и при этом каждый агент имеет представление о представлениях других агентов, т.е. существует иерархия представлений [8]. Кроме того, все агенты одинаково информированы.

Действия агентов в момент времени (t=0). Нулевая рефлексия. Заявка i-го агента равна $s_i^{(0)}=a_i$, тогда в соответствии с (2) $x_i^{(0)} = \frac{p_i a_i}{p_i a_i + p_{3-i} a_{3-i}} R$, i=1,2.

В момент времени t каждый агент выбирает свою заявку из условия

$$a_i = \frac{p_i s_i^{(t)}}{p_i s_i^{(t)} + p_{3-i} s_{3-i}^{(t-1)}} R,\ i=1,2$$

и, соответственно, определяет

(3) $$s_i^{(t)} = \frac{a_i}{R-a_i} \frac{p_{3-i}}{p_i} s_{3-i}^{(t-1)},\ i=1,2.$$

Если рассматривать рефлексию на один период, полагаем, что i-й агент думает, что $s_i^{(t-1)}=s_i^{(0)}=a_i$. В этом случае его заявка формируется на основе условия (3) при t=1. Естественно, при этом учитывается условие (1)

(4) $$s_i^{(1)} = \begin{cases} \frac{a_i a_{3-i}}{R-a_i} \frac{p_{3-i}}{p_i}, \text{если} \frac{a_i a_{3-i}}{R-a_i} \frac{p_{3-i}}{p_i} \le H_i \\ H_i, \text{если} \frac{a_i a_{3-i}}{R-a_i} \frac{p_{3-i}}{p_i} > H_i \end{cases} \quad i=1,2.$$

Обозначим $W = \frac{a_1}{R-a_1} \frac{a_2}{R-a_2}$, $P = p_1 + p_2$ и $T_i = (a_i - d)\left(\frac{P}{p_i} - 1\right)$ тогда (4) можно переписать в виде

(5) $$s_i^{(1)} = \begin{cases} WT_i, \text{если} WT_i \le H_i \\ H_i, \text{если} WT_i > H_i \end{cases},\ i=1,2.$$

Рефлексия на два периода t=2. Агент № 1 думает, что $s_2^{(1)}$ определяется как (5) при i=2 и формирует свою заявку условия (3) при t=2.

В этом случае

(6) $$s_1^{(2)} = WT_1 \frac{s_2^{(1)}}{a_2}. \qquad s_1^{(2)} = WT_1 \frac{s_2^{(1)}}{a_2} = \frac{W^2}{a_2} T_1 T_2$$

Выражение (6) можно переписать в виде

$$s_i^{(2)} = \begin{cases} WT_i \frac{s_{3-i}^{(1)}}{a_{3-i}}, \text{если} WT_i \frac{s_{3-i}^{(1)}}{a_{3-i}} \le H_i \\ H_i, \text{если} WT_i \frac{s_{3-i}^{(1)}}{a_{3-i}} > H_i \end{cases},\ i=1,2.$$

Рефлексия на t периодов.

(7) $$s_i^{(t)} = \begin{cases} WT_i \frac{s_{3-i}^{(t-1)}}{a_{3-i}}, \text{если} WT_i \frac{s_{3-i}^{(t-1)}}{a_{3-i}} \le H_i \\ H_i, \text{если} WT_i \frac{s_{3-i}^{(t-1)}}{a_{3-i}} > H_i \end{cases}, i=1,2.$$

Пусть $t_m^{(i)}$ имеет такое значение, что при $t \le t_m^{(i)}$ для i-го агента всегда выполняется неравенство

$$WT_i \frac{s_{3-i}^{(t-1)}}{a_{3-i}} \le H_i.$$

В этом случае выражение (7) может быть записано в виде

(8) $$s_i^{(t)} = \begin{cases} a_i W^{t/2}, \text{если} \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor = \frac{t}{2} \\ T_i W^t, \text{если} \left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor \ne \frac{t}{2} \end{cases}, i=1,2,$$

где $\left\lfloor \frac{t}{2} \right\rfloor$ – целая часть числа.

Не ограничивая общности, будем считать

$$\frac{H_1}{a_1 T_1} < \frac{H_2}{a_2 T_2}.$$

Определим, когда заявки агентов на ресурс не соответствуют информированности Центра об их потребностях (1). Другими словами, когда справедливо неравенство $s_1^{(t)} > H_1$. Учитывая (8) можем записать

$$t > 2 \frac{\ln H_1 - \ln a_1}{\ln W}$$

Если справедливо равенство (9)

(9) $$\left\lfloor 2 \frac{\ln H_1 - \ln a_1}{\ln W} \right\rfloor = 2 \frac{\ln H_1 - \ln a_1}{\ln W},$$

то значение ранга рефлексии $t_m^{(1)}$ для первого агента определяется как

$$t_m^{(1)} = \left\lfloor 2 \frac{\ln H_1 - \ln a_1}{\ln W} \right\rfloor.$$

Если же равенство (9) не выполняется, то

$$t_m^{(1)} = \left\lfloor 2 \frac{\ln H_1 - \ln a_1}{\ln W} + 1 \right\rfloor.$$

Таким образом, при $t > t_m^{(1)}$ имеем $s_1^{(t)} = H_1$. В этом случае $s_2^{(t+1)}$ находится из условия

$$a_2 = \frac{p_2 s_2^{(t+1)}}{p_1 H_1 + p_2 s_2^{(t+1)}} R.$$

Из этого выражения получаем

$$s_2^{(t+1)} = WT_2 \frac{H_1}{a_1}.$$

Если

(10) $$WT_2 \frac{H_1}{a_1} \ge H_2,$$

то $s_2^{(t+1)} = H_2$. Справедливость неравенства (10) соответствует тому, что $\left\{ s_1^{(t+1)} = H_1; s_2^{(t+1)} = H_2 \right\}$ – ситуация равновесия по Нэшу.

Следовательно, значение ранга рефлексии $t_m^{(2)}$ для второго агента следует определить как $t_m^{(2)} = t_m^{(1)} + 1$.

Здесь также следует отметить, что если (10) не выполняется, то ситуация равновесия по Нэшу имеет вид $\left\{ s_1^{(t+1)} = H_1; s_2^{(t+1)} = WT_2 \frac{H_1}{a_1} \right\}$.

<u>Пример.</u>

Распределяется ресурс в количестве R=90. Характеристики агентов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Характеристики агентов.

	a_i	p_i	H_i
Агент №1	50	0,8	150
Агент №2	60	1,2	180

Для заданных в примере значений легко посчитать $t_m^{(1)} = 3$, а $t_m^{(2)} = 4$.

Заявки на ресурс в зависимости от ранга рефлексии в соответствии с (7) представлены в таблице 2.

Таблица 2. Заявки агентов на ресурс.

	$s_i^{(1)}$	$s_i^{(2)}$	$s_i^{(3)}$	$s_i^{(4)}$	$s_i^{(5)}$
Агент №1	112,5	125	150	150	150
Агент №2	66,7	150	166,7	180	180

Из приведенной таблицы следует тот факт, что если агент № 1 имеет ранг рефлексии равный трем, он определяет заявку на ресурс, равную возможному для него максимальному значению, в то же время агент № 2 формирует возможную для него максимальную заявку на ресурс, если его ранг рефлексии равен четырем. А эта ситуация соответствует тому, что заявки агентов совпадают с заявками в ситуации равновесия по Нэшу.

3. Заключение

Сходимость агентов в ситуацию равновесия по Нэшу при реализации гипотезы индикаторного поведения предполагает проведение нескольких итераций формирования заявок на ресурс и определение размера получаемого ресурса. Анализ поведения агентов и учет их рефлексии при распределении ресурса позволяет определить максимальный ранг рефлексии каждого агента, при которых сформированные заявки на ресурс обеспечивают сходимость в ситуацию равновесия по Нэшу при проведении только одной итерации.

Список литературы

1. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. 255 с.
2. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами / 4-е изд. испр. и доп. М.: URSS, ЛЕНАНД, 2022. 500 с.
3. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами. М.: Либроком, 2009. 264 с.
4. Опойцев В. И. Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. М: Наука. 1977. 248 с.
5. Кондратьев В.В., Щепкин А.В. Реализация деловых игр на ЭВМ // Активные системы. Сборник статей № 2 (Проблемы и методы управления в активных системах). М.: ИАТ, 1974. С. 99-114.
6. Бурков В.Н., Ивановский А.Г., Немцева А.Н., Щепкин А.В. Организация и проведение деловых игр. Методические материалы. М.: ИПУ РАН, 1975. 52 с.
7. Емельянов С.В., Бурков В.Н., Ивановский А.Г. и др. Метод деловых игр. М.: Международный центр научной и технической информации, 1976. 63 с.
8. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление: математические модели / 2-е изд. М.: ЛЕНАНД, 2022. 416 с.