

УДК 519.87

ПРИЛОЖЕНИЕ ИЕРАРХИЧЕСКИХ ИГР К УПРАВЛЕНИЮ ОРГАНИЗАЦИОННЫМИ СИСТЕМАМИ

Ф.И. Ерешко

Федеральный исследовательский центр «Информатика и Управление» РАН
Россия, 119333, Москва, Вавилова ул., 40
E-mail: fereshko@yandex.ru

Ключевые слова: системный анализ, исследование операций, иерархические игра, математическая модель, задачи управления, ВСПУ-2024.

Аннотация: Изложение следует целям ВСПУ 24: ознакомить участников с некоторыми последними достижениями науки и практики управления по направлениям исследований и практических разработок, проводимых в Отделе № 33 ФИЦ ИУРАН, основное внимание уделяется иерархическим играм, моделям, методу анализа.

1. Введение

Вопросам управления и принятия решений в организационных системах с иерархической структурой, в частности в экономико-социальных, придаётся большое и теоретическое и прикладное значение [1-3].

Нобелевская премия 2016 года по экономике была присуждена Оливеру Харту (Гарвардский университет, США) и Бенгту Хольстрёму (Массачусетский технологический институт, США) за их вклад в теорию контрактов (где присутствует ведущий и ведомый: Principal-agents), которая базируется на моделях взаимодействия иерархического характера. В Пресс релизе отмечается, «В современной экономике содержится неисчислимо число контрактов. Новые теоретические инструменты, созданные авторами (Hart и Holmström), ценны для понимания реальных контрактов и институтов, а также для учёта возможных подводных камней в разработке контрактов. Их анализ оптимальных контрактов закладывает интеллектуальный фундамент для разработки стратегий и институтов во многих областях, от законодательства о банкротстве до политических конституций».

Теория контрактов составляет базу институциональной экономики.

Нобелевская премия по экономике 2020 года присуждена Роберту Уилсону и Полу Милгрому за развитие теории аукционов и изобретение их новых форматов.

Аукцион представляет собой иерархическое взаимодействие продавца благ и группы покупателей, Seller -bidders, и составляют организационную основу рыночной экономики. Правительства разных стран использовали аукционы для масштабной приватизации государственных активов — предприятий, прав на разработку недр, вылов рыбы или использование радиочастот.

Аукционные процедуры (тендеры) массово используются для размещения государственных заказов на товары и услуги. В XXI в. Поисковики *Google, Yahoo!, Yandex* используют аукционы для продажи контекстной рекламы, а интернет-платформы типа *eBay* дают возможность каждому человеку продавать и покупать товары на аукционах.

И хотя в децентрализованной экономике единого планировщика нет, тем не менее в теоретическом плане удобно представлять себе рынок в качестве площадки, на которой, помимо потенциальных покупателей и продавцов, существует гипотетический аукционист.

Т.е. использовать модели с иерархической структурой [1-3].

В данном классе задач в Западной литературе при формальном анализе иерархических систем используется модель равновесия по Штакельбергу. (*Von Stackelberg H.*), который издавал свои работы в Австрии в 1930-е годы, поддерживая тезис об иерархичности организационной структуры экономики: «.. зачем нам национализировать производства, лучше нам национализировать владельцев предприятий», *Grundlagen einer reinen Kostentheorie* (Основы теории стоимости), Вена, 1932; *Marktform und Gleichgewicht* (Структура рынка и равновесие), Вена, 1934; *Grundlagen der theoretischen Volkswirtschaftslehre* (Основы экономической теории), Берн, 1948.

Англоязычному читателю книги фон Штакельберга стали доступны в 1950-х годах [4].

Фундаментальные работы по анализу конфликтных ситуаций в иерархических системах были получены школой Гермейера Ю.Б., значительная часть суммирована в [2].

Иерархия рассматривается как естественное развитие принципов оптимальности в теории игр и естественное приложение для задач исследования операций, где рассмотрение ведётся в интересах оперирующей стороны.

Постановка задачи по анализу иерархических игр привлекла значительный интерес большой группы исследователей в ВЦ ФИЦ РАН (ВЦ АН СССР) и ВМК МГУ. Проявленная активность имела результатом три монографии, нескольких десятков статей в ведущих журналах, выступления на Конференциях и прикладные разработки в разных сферах.

Нами было привлечено внимание А.Б. Рапопорта, ведущего исследователя в Теории систем, бывшего приглашённым директором Institute for Advanced Studies в Вене, к работам школы, и А.Б. Рапопорт сделал и выпустил английский перевод [5]. В Предисловии к переводу книги А.Б. Рапопорт пишет: «За пределами Советского Союза анализ такого сорта был в основном сосредоточен на процессах установления цены, где основные структуры игры, по большей части, довольно элементарны. В работе Germeier и его учеников, структура, в которой происходит процесс (включая намного больше, чем торговля), была значительно расширена и разносторонне развита. Особенно интересной темой, одной, которой советские теоретики игры уделили значительное внимание, является тема так называемых иерархических игр, которые могут быть истолкованы как модели плановой экономики с различными степенями централизации или децентрализации».

Формально иерархическая игра – это модель конфликтной ситуации, в которой наличествует иерархическая структура взаимодействий игроков.

Управление в социально-экономических системах всегда реализуется в условиях неопределённости. При рассмотрении задач планирования и управления в экономических системах, мы придерживаемся положений, сформулированных в рамках школы Моисеева НН по исследованию операций, см. публикацию Поспелова И.Г. [6] «экономика – это управляющая подсистема общества, регулирующая процессы производства, распределения и потребления благ. В системных моделях экономики принятие решений описывается так, как это делается в теории игр и исследовании операций. ... язык теории игр стал общепринятым в экономике [7].

Чтобы описать принятие решений на языке теории игр, надо указать: что субъект может, т.е. множество допустимых действий или, как говорят, стратегий поведения; что субъект хочет, т.е. его цели, интересы, мотивы, критерии оценки результатов; что субъект знает, т.е. информацию о состоянии и действиях других субъектов, на основании которой он принимает решения.

В расширенном виде содержание доклада представлено в работе [8].

2. Механизмы в теории иерархических игр

В рамках этой теории в качестве основных характеристик иерархических систем рассматриваются следующие [3]:

а) наличие выделенного участника (Центра) системы, обладающим правом первому выбирать стратегию в зависимости от имеющейся или предполагаемой информации о действиях подчиненных звеньев управления, и сообщать ее нижнему уровню,

б) Центр осуществляет свой выбор, опираясь на принцип наибольшего гарантированного результата.

Ставится задача об отыскании наилучшего поведения Центра с учетом активного поведения подчиненных систем, стремящихся к достижению собственных целей, действуя в рамках правил, устанавливаемых Центром.

Центр стремится к достижению наибольшего значения критерия эффективности

$$f_0(x, u),$$

где выбор Центра $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$, $u_i \in U_i$, $u \in U$, $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, выборы подсистем

$$x_i \in X_i, x = (x_1, \dots, x_n).$$

Подсистемы нижнего уровня иерархии стремятся к увеличению критериев эффективности $f_i(x_i, u_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $x_i \in X_i$,

Механизмы 1-го типа (прямые).

Назначение плановых заданий, распределение ресурсов, назначение цен, квот, и других ограничений на производство, т.е. конкретных значений $u \in U$ и сообщении их подсистемам.

Наилучшие значения управляющих переменных определяются из решения задачи

$$G_1 = \sup_{u \in U} \min_{x_i \in B_i^1(u_i)} f_0(x, u),$$

где B_i^1 – множество оптимальных откликов подсистем

$$B_i^1 = \left\{ x_i \in X_i \mid f_i(x_i, u_i) = \max_{y_i \in X_i} f_i(y_i, u_i) \right\}.$$

Механизмы 2-го типа (с обратной связью).

Тарифные сетки, правила поощрений и штрафных санкций, налоговая политика, механизмы стимулирования.

Центр рассчитывает получить информацию о выборах подсистем в момент выбора собственной стратегии и формулирует механизм как функции $\tilde{u}_i = u_i(x_i)$. Тогда

$$B_i^2(\tilde{u}_i) = \left\{ x_i \in X_i \mid f_i(x_i, u_i(x_i)) = \sup_{y_i \in X_i} f_i(y_i, \tilde{u}_i) - \delta_i(\tilde{u}_i) \right\},$$

$$\delta_i(\tilde{u}_i) \geq 0,$$

и наибольший гарантированный результат центра равняется

$$G_2 = \sup_{\tilde{u} \in \tilde{U}} \inf_{x_i \in B_i^2(\tilde{u}_i)} f_0(x, \tilde{u}),$$

3. Запись глубокого обучения ИНС в виде иерархической игры

Наш интерес к проблемам иерархических игр и искусственных нейронных сетей (ИНС) определился иерархической структурой управления в экономике со смешанными укладами, где имеются и директивные механизмы планового ведения народного хозяйства и рыночные механизмы.

Искусственные нейронные сети (ИНС) отразили идею, что элементы в сетях принятия решений могут быть подобны биологическим нейронам, а связи — синапсам. В вершинах ИНС располагаются искусственные нейроны, которые играют роли трансформаторов информации [9-11].

И как отметил Билл Гейтс [12]: технически термин "искусственный интеллект" относится к модели, созданной для решения конкретной проблемы или предоставления определенной услуги.

Концептуальное определение: Искусственная нейронная сеть (ИНС) — это модель процесса трансформации информации, построенная по образу и подобию биологической нейронной сети, и может иметь *вербальное, схематическое, формульное, в кодах, технологическое и техническое описание*.

Рассмотрим запись ИНС в условиях, когда искусственный нейрон выбирает функцию активации, как свою стратегию в задаче принятия решений, максимизируя свою функцию полезности.

В этих целях, используя технологию записи иерархических игр, и действуя подобно вышеизложенному, рассмотрим «стратифицированный» ациклический граф с множеством вершин V и множеством ребер E ,

Рассмотрим следующую схему управления описанной сетью. С каждой вершиной $v \in \bigcup_{i=1}^n V^i$ свяжем некоторого агента, которого будем обозначать той же буквой v . Агент v выбирает управления y^v , ω^v и w^e ($e \in E_{input}^v$). Выбор управлений должен удовлетворять следующим ограничениям:

$$\omega^v + \sum_{e \in E_{input}^v} w^e = 1, y^v \in Y^v, v \in V,$$

где Y^v — заданное компактное множество неотрицательных действительных чисел.

Целью агента v является максимизация значения функции $g(x^v, y^v)$, где

$$x^v = \omega^v + \sum_{e \in E_{input}^v} w^e y^{b(e)},$$

Кроме того, имеется выделенный агент (Центр). Он выбирает управления $y^v \in Y^v$ ($v \in V^0$), где Y^v — компактное множество неотрицательных действительных чисел.

Его целью является минимизация значения функции

$$\sum_{v \in V^{n+1}} (y^v - \bar{y}^v)^2,$$

где $\bar{y}^v, v \in V^{n+1}$ — заданные числа.

Множество рациональных выборов агента $v \in V^i$

$$BR^v(r^v) = \left\{ u^v \in U^v : g \left(\omega^v + \sum_{e \in E_{input}^v} w^e r^e, y^v \right) = \max_{u^v \in U^v} g \left(\omega^v + \sum_{e \in E_{input}^v} w^e r^e, y^v \right) \right\}$$

Минимальный гарантированный результат Центра можно записать в виде

$$\inf_{\tilde{y} \in \tilde{Y}} \max_{u^1 \in Br^1(\tilde{y})} \max_{u^2 \in Br^2(\tilde{y}^1)} \dots \max_{u^n \in Br^n(\tilde{y}^{n-1})} \sum_{v \in V^{n+1}} (y^v - \bar{y}^v)^2,$$

Используя описанную выше структуру графа, данную задачу оптимизации можно декомпозировать методом динамического программирования.

В общем случае критерий Центра можно записать как некоторую функцию переменных \tilde{y} и $u^i \in U^i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Обозначим эту функцию через $J(\tilde{y}, u^1, u^2, \dots, u^n)$.

Тогда минимальный гарантированный результат Центра можно записать в виде

$$\inf_{\tilde{y} \in Y} \max_{u^1 \in Br^1(\tilde{y})} \max_{u^2 \in Br^2(\tilde{y}^1)} \dots \max_{u^n \in Br^n(\tilde{y}^{n-1})} J(\tilde{y}, u^1, u^2, \dots, u^n)$$

Тем самым завершается описание обучение ИНС как иерархической игры Центра.

4. Вывод

С содержательной точки зрения прежде всего важен вопрос: почему при анализе экономических систем может быть использован вычислительный инструмент в форме ИНС? Ответ содержится в подобии архитектуры ИНС сетевой архитектуре технологий промышленного производства, распределения и потребления, что есть суть экономики.

С технической точки зрения мы показали, что ИНС в описательном смысле как процесс обработки потока информации так же по сути является теоретико-игровым процессом в иерархической организационной системе, где в вершинах сети располагаются активные агенты с заданными стратегиями поведения в виде функций активации, а Центр подаёт на вход данные, и ожидает на выходе заданные выпуски..

Существенно замечание, что формульные соотношения в реально действующих на рынке ИНС не имеют содержательной интерпретации.

В данном случае вышеприведенное описание настоящей работы подтверждает тезис, что иерархические игры предоставляют эффективный инструмент проектирования ИНС для организационных систем [13-14].

Можно выразить этот тезис и в форме утверждения, что иерархические игры создают язык для приложений Искусственного Интеллекта к управлению в социально-экономических системах, в современном его воплощении – глубоком обучении.

Список литературы

1. Моисеев Н.Н., Гермейер Ю.Б. О некоторых задачах теории иерархических систем // Проблемы прикладной математики и механики. М.: Наука, 1971. С. 30-43.
2. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами / С предисловием Н.Н. Моисеева. М.: Наука, 1976. 328 с.
3. Ватель И.А., Ерешко Ф.И. Игры с иерархической структурой: в 2-х т. // Математическая энциклопедия. М.: Советская Энциклопедия, 1979. Т. 2. С. 478-482.
4. Von Stackelberg H. The Theory of the Market Economy. Oxford: Oxford University Press, 1952. 328 p.
5. Germeier, Yu. B. Nonantagonistic games / Translated from the Russian and with a preface by Anatol Rapoport. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1986. 331 с.
6. Поспелов И.Г. Системный анализ рыночной экономики. М.: МФТИ, 2018. 142 с.
7. Shubik M. Game-Theory Approach to Political Economy. London, 1984.
8. Ерешко Ф.И. Инструментарий иерархических игр в стратегическом планировании // Стратегическое планирование и развитие предприятий. Материалы XXIV Всероссийского симпозиума. Москва, 11–12 апреля 2023 г. / Под ред. чл.-корр. РАН Г.Б. Клейнера. М.: ЦЭМИ РАН, 2023. DOI: 10.34706/978-5-8211-0814-2. EDN: ZRLHNG.
9. <https://symposium-cemi.ru/ф-и-ерешко-инструментарий-иерархичес/>
10. Гудфеллоу Я., Бенджио И., Курвилль А. Глубокое обучение / Пер. с англ. А. А. Слинкина. 2-е изд., испр. М.: ДМК Пресс, 2018. 652 с.
11. Шолле Ф. Глубокое обучение на Python. С.Пб.: Питер, 2018. 400 с.
12. Бирюкова Т.К. Построение нейронных сетей различных типов с использованием параболических интегро-дифференциальных сплайнов как функций активации // Системы высокой доступности. 2020. Т. 16, № 4. С. 40-49.
13. Гейтс Б. <https://www.gatesnotes.com/The-Age-of-AI-Has-Begun>.
14. Ерешко Ф.И. и др. Управление в крупномасштабных проектах многоукладной экономики // Автоматика и телемеханика. 2022. № 5. С. 156-172.
15. Довгучиц С.И., Мушков А.Ю., Ерешко Ф.И. Математическое моделирование в решении задач информационно-аналитического обеспечения управления развитием оборонно-промышленного комплекса // Науч. вестник оборонно-промышленного комплекса России. 2021. № 1. С. 5-15.