

# УПРАВЛЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКИМИ БИОИНЖЕНЕРНЫМИ СИСТЕМАМИ

**С.И. Колесникова, А.А. Фоменкова**

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,  
Россия, 190000, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 67  
E-mail: ksi@guap.ru*

**Ключевые слова:** нелинейный объект, стратегии управления, минимизирующие дисперсию выходной макропеременной, динамические стратегии определения макросостояния, киберфизическая биоинженерная система.

**Аннотация:** Рассматривается задача управления биоинженерным объектом с применением идеологии киберфизических систем. В структуру киберфизической системы включен аналитически сконструированный синергетический стохастический регулятор. В качестве апробации всех структурных и алгоритмических построений выбрана сложная система биологической очистки сточных вод на основе анаэробного биореактора, характеризующаяся большим количеством взаимосвязанных физических, технических и биохимических параметров. Результаты исследований использованы при разработке системы мониторинга, обладающей существенным сокращением времени обработки исторических данных и вычислительных ресурсов для промышленного биореактора.

## 1. Введение

Актуальность новых постановок задач управления для объектов биоинженерии [1-4], характеризующихся плохой формализуемостью, неполнотой информации о биохимических процессах, неустойчивостью предельных состояний, подтверждается отсутствием общего подхода к их моделированию и сопротивляемостью таких объектов к управлению. К причинам необходимости создания алгоритмов целенаправленного вмешательства в работу биоинженерной системы отнесем следующие:

- необходимость анализа и прогнозирования динамики биохимических процессов и проверки гипотез, которые трудно/невозможно воспроизвести в лабораториях;
- хаотичность объекта в определенных условиях; наличие уравнений «хищник-жертва», описывающих биопрцессы, придают объекту неустойчивые свойства;
- рассмотрение биоинженерных моделей как объектов оптимального контроля привело к некоторым успешным практическим решениям [1-3];
- математическое моделирование биоинженерных объектов основано на «подходящем» для управления аппарате -  $n$ -мерных системах ОДУ (разностных уравнений).

Здесь рассмотрим проблему управления системой анаэробной биологической очистки сточных вод (САБО).

## 2. Киберфизическая система управления САБО

### 2.1. Пример формализации задачи управления биореактором

Работа биореактора основана на способности микроорганизмов преобразовывать исходные органические компоненты субстрата в необходимый конечный продукт.

В общем случае, опуская особенности поэтапной переработки субстрата различными группами микроорганизмов биомассы, процесс биохимического преобразования можно представить как трофическую цепь: субстрат (S)  $\Rightarrow$  биомасса (B)  $\Rightarrow$  продукт (P).

Например, математическая модель биореактора со взвешенно-седиментированной биомассой [4] как объекта управления, в частности, может иметь вид:

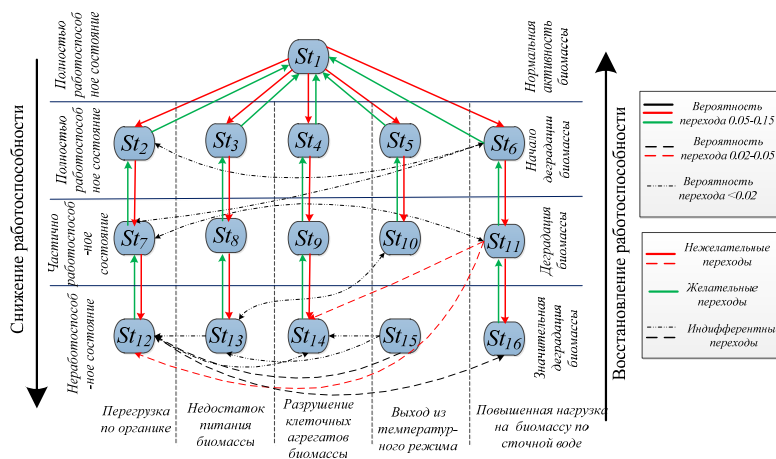
$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}) + \boldsymbol{\zeta}(t) + \mathbf{u}(t), \mathbf{u} = (0, \dots, 0, u_1, u_2)^T, \boldsymbol{\zeta} = (0, \dots, 0, \zeta_1, \zeta_2)^T, \mathbf{X}^0 = \mathbf{X}(0), \\ \mathbf{X} &\in \mathbb{R}^7, \mathbf{X} = (X_1, \dots, X_7)^T = (S, B_1, P, B_2, G, \theta, Q)^T, \mathbf{u}, \boldsymbol{\zeta}, \boldsymbol{\psi} \in \mathbb{R}^2, \boldsymbol{\psi}(t) = 0, t \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

или в скалярной записи

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= V^{-1}Q_{in}(t)(S_{in}(t) - S(t)) - r_{1S}(B_1, S, \mathbf{K}_1), \\ \dot{B}_1(t) &= -V^{-1}Q_{in}(t)B_1(t) + \mu_{\max 1}(S(t)B_1(t)/(K_{S1} + S(t) + K_{i1}^{-1}S(t)^2)) - k_{d1}B_1(t), \\ \dot{P}(t) &= -V^{-1}Q_{in}(t)P(t) - r_{1P}(B_2, P, \mathbf{K}_2) + r_{2P}(B_1, S, \mathbf{K}_1), \\ \dot{B}_2(t) &= -V^{-1}Q_{in}(t)B_2(t) + \mu_{\max 2}(P(t)B_2(t)/(K_{S2} + P(t) + K_{i2}^{-1}P(t)^2)) - k_{d2}B_2(t), \\ \dot{G}(t) &= -G(t) + r_{2G}(B_1, S_P, \mathbf{K}_1, B_2, P_P, \mathbf{K}_2), \\ \dot{\theta}(t) &= \zeta_1(t) + u_1(t), \dot{Q}(t) = \zeta_2(t) + u_2(t); \psi_i(\mathbf{X}(t)) = 0, t \rightarrow \infty, i = 1, 2. \end{aligned}$$

Здесь  $S$  – концентрация органических загрязнений,  $P, G, B_1, B_2$  – концентрации промежуточных продуктов, биогаза, кислотогенов, метаногенов, соответственно;  $\theta$  – температура,  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2$  – векторы параметров САБО,  $r_{1S}, r_{1P}, r_{2P}, r_{2G}$  – функции, характеризующие биохимические процессы в биореакторе;  $\zeta_1(t), \zeta_2(t)$  и  $u_1(t), u_2(t)$  – неизвестные возмущения и функции управления, соответственно.

С позиции практической в фазовом пространстве динамической системы (1) выделяются подмножества  $\Omega_i \in St, St = \{\Omega_i | i = \overline{1, N_\Omega}\}$  с характерными свойствами, позволяющими их различать друг от друга. Так, в работе [5] вводится понятие обобщенного состояния (рис. 1), выраженного интервальными ограничениями для векторов, компоненты которых содержат параметры САБО, наиболее интересные с эксплуатационной точки зрения.



**Рис. 1.** Пример обобщенных состояний САБО, учитывающих степень деградации биомассы анаэробного биореактора.

Граф (рис. 1) моделирует обобщенные состояния САБО, располагая их в соответствии с уровнем работоспособности системы: от полностью работоспособного состояния  $St_1$  на вершине графа до неработоспособных состояний  $St_{12} \div St_{17}$ . Пунктирными вертикальными линиями выделены обобщенные состояния, имеющие одинаковые причины потери работоспособности.

Под макросостоянием в рамках данной работы будем понимать заданное аналитически предельное равенство (многообразие [6])  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} = \mathbf{x}(t), t \rightarrow \infty$ , где  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})$  -

заданная функция. Макросостояние должно обладать свойством асимптотической устойчивости. Примеры целевых макросостояний САБО [4]:

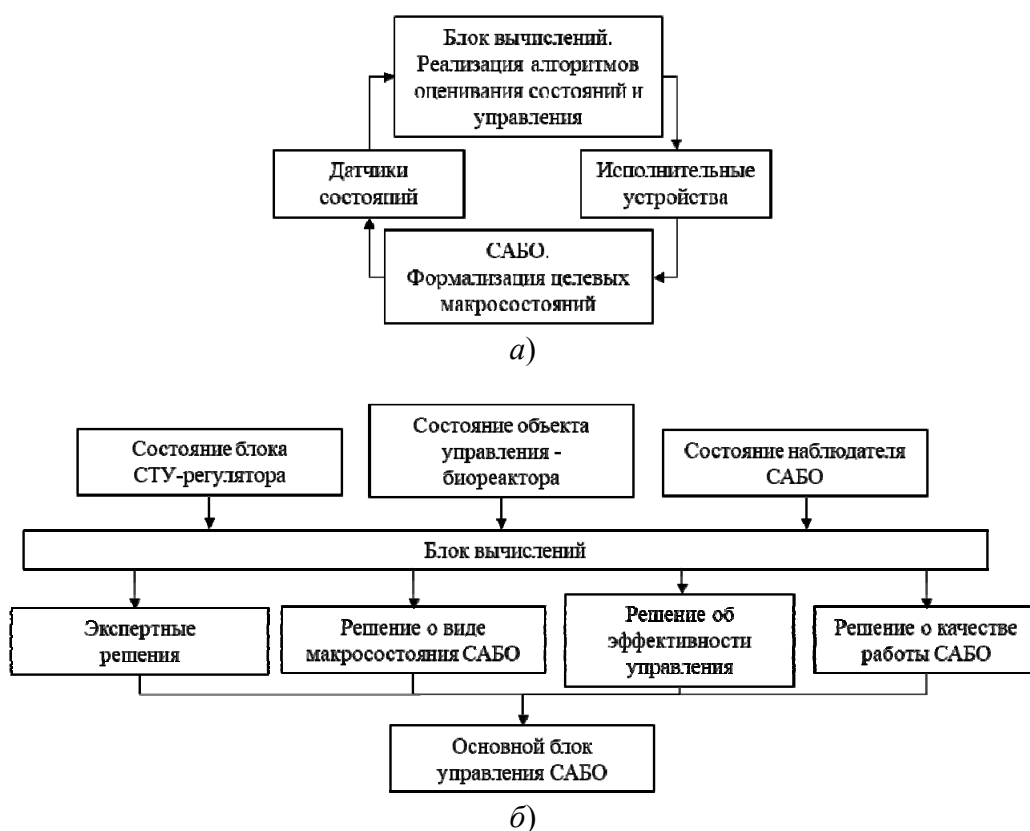
- минимум гидравлического времени  $HRT = V/Q \rightarrow \min$  пребывания стока на очистке в сутки, где  $V$  – объем биореактора,  $Q$  – скорость разбавления, или скорость подачи стока в биореактор;
- степень очистки сточной воды (%) не ниже заданной  

$$\eta = (1 - (S_{out} + P_{out})/S_{in})100\% \uparrow \eta^*, \eta^* \in [0.7; 0.9];$$
- максимум производительности системы по биогазу ( $\text{м}^3/\text{сут}$ ) и другие.

Понятие технического состояния, принятого в задачах диагностики, является наиболее общим случаем по отношению к макросостояниям.

## 2.2. Управление САБО как киберфизической системой

Рассмотрение САБО как киберфизической системы структурно может быть представлено в виде следующей схемы (рис. 2).



**Рис. 2.** САБО с позиции управления а) – основная структура; б) – блок вычислений киберфизической системы САБО.

Блок вычислений реализует комплекс алгоритмов, математический аппарат которых включает методы синергетической теории управления (рис. 3), машинного обучения, критериев и методов оценивания/прогнозирования состояний и алгоритмов подгонки параметров регулятора и наблюдателя состояний.



Рис. 3. Схема СТУ-управления переходами САБО от одного макросостояния к другому.

### 2.3. Алгоритм аналитического конструирования стохастического управления анаэробным биореактором

Предполагаются выполненными условия корректного применения СТУ и его методов - конструирования агрегированных регуляторов [6] и интегральной адаптации.

**2.3.1. Основные положения алгоритма конструирования стохастического управления САБО.** Для краткости перечислим принципиальные позиции вывода стохастического регулятора для биоинженерного объекта со случайными возмущениями по каналу управлений (см. в (1) два последних уравнения) без подробных пояснений.

**Шаг 1.** Формализуем задачу синтеза регулятора для (1) как задачу дискретного СТУ-управления в предположении выполнения соответствующих условий:

$$(2) \quad \begin{aligned} \mathbf{X}[k+1] &= \mathbf{H}(\mathbf{X}[k], \mathbf{u}[k], \xi[k], h) = \mathbf{X}[k] + h(\mathbf{F}[k] + \mathbf{u}[k] + \xi[k+1] + c\xi[k]), \\ \mathbf{X}[0] &= \mathbf{X}_0, k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Полагается, что  $\mathbf{E}\{\xi_i[k]\} = 0$ ,  $\mathbf{D}\{\xi_i[k]\} = \sigma^2$ ,  $i = 1, 2$ ;  $|c| < 1$ . Ставится задача синтеза робастного управления, выводящего объект (2) в целевое множество  $\mathbf{E}\{\Psi[k]\} = 0, k \rightarrow \infty$  и доставляющего минимум функционалу:  $\Phi(\mathbf{u}) = \mathbf{E}(\sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=1}^2 (\alpha_i^2 \psi_i^2[k] + (\Delta\psi_i[k])^2))$ .

*Замечание 1.* Переход к дискретному описанию связан с одной стороны, с целесообразностью введения параметра дискретизации в набор параметров регулятора в силу наличия неустойчивых режимов в описании (1) и (2); с другой стороны, с удобством аппарата вывода управления с учетом ограниченных случайных возмущений [7, 8].

*Замечание 2.* В силу необходимости выполняемой дискретизации при компьютерном моделировании, есть смысл сразу переходить к дискретному описанию, поскольку переносимость результатов между непрерывным и дискретным описаниями требует отдельного исследования (например, [9]).

**Шаг 2.** Осуществляем иерархический дискретный синтез синергетического векторного регулятора при фиксированных возмущениях согласно базовому методу конструирования агрегированных регуляторов [6], полученное управление обозначим:

$$\mathbf{u}^A[k] = \mathbf{U}(\mathbf{X}[k], \xi[k]), k = 0, 1, 2, \dots$$

Реализуемость этого шага обусловлена логикой СТУ при условии выполнения требований управляемости системы (2).

**Шаг 3.** Формируем управление как условное математическое ожидание:

$$\hat{\mathbf{u}}[k] = \mathbf{E}\{\mathbf{u}^A[k] | \xi^k\}, \xi^k = (\xi[0], \xi[1], \dots, \xi[k])^T, \xi[k] = (\xi_1(k), \xi_2(k))^T$$

**Шаг 4.** Из множества полученных СТУ-стратегий выбираем те, которые минимизируют дисперсию выходной макропеременной [8]:

$$(3) \quad \mathbf{u}^A[k] = \mathbf{U}(\mathbf{X}[k], \hat{\xi}[k]), \hat{\xi}[k] = h^{-1}(\Psi_1[k] + \lambda_1 \Psi_1[k-1]), |\lambda_1| < 1, k = 0, 1, 2, \dots$$

**Утверждение.** Если равенство  $\psi(t) = \psi(\mathbf{X}(t)) = 0, t \rightarrow \infty$  определяет устойчивое макросостояние со свойством аттрактивности для объекта (2), то управление (3) обеспечивает перевод объекта (2) из начальной точки  $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$  в некоторую окрестность  $\psi(\mathbf{X}(t)) = 0$  с минимальной дисперсией макропеременной  $\psi(\mathbf{X}(t))$ .

## 4. Заключение

Рассмотрена задача стохастического управления для биоинженерного объекта в рамках проектирования структуры киберфизической системы. Синергетический подход реализован заданием аналитического описания целевых макросостояний и выбором стратегий управления, минимизирующих дисперсию целевых макропеременных. Преимущество такого подхода к управлению позволяет выявление и изучение новых закономерностей изучаемого нелинейного объекта, повышает надежность прогностического анализа поведения моделируемого объекта при параметрических неточностях и случайных ошибках их оценивания на 15%-20% (по результатам имитационного моделирования САБО).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00336, <https://rscf.ru/project/23-29-00336/>.

## Список литературы

1. Ghanavati M.A., Vafa Eh., Shahrokhi M. Control of an anaerobic bioreactor using a fuzzy supervisory controller // *Journal of Process Control*. 2021. Vol. 103. P. 87-99.
2. Petre E., Selişteanu D., Roman M. Advanced nonlinear control strategies for a fermentation bioreactor used for ethanol production // *Bioresource Technology*. 2021. Vol. 328. P. 124836.
3. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Управление хаосом: методы и приложения. II. Приложения // *Автоматика и телемеханика*. 2004. № 5. С. 3-34.
4. Kolesnikova S.I., Fomenkova A.A. Dynamic strategies for control over the quality of monitoring of a complex bioengineering object // *Информационно-управляющие системы*. 2023. № 2. С. 51-60.
5. Фоменкова А.А., Ключарёв А.А. Математическая модель анаэробного биореактора с закрепленной биомассой как объекта управления // *Информационно управляющие системы*. 2019. № 2. С. 44-51.
6. Колесников А.А. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / Под ред. А.А. Колесникова. М.: Физматлит, 2004. 504 с.
7. Astrom K.J., Wittenmark B. Adaptive control. Нью-Йорк: Dover Publications, 2008. 590 p.
8. Kolesnikova S.I. Synthesis of Controller for Vector Plant, Based on Integral Adaptation Method for Disturbance Suppression // *Differential equations and control processes*. 2022. No. 3. P. 27 45.
9. Ljung L. Analysis of recursive stochastic algorithms // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1977. Vol. AC-22, No. 4. P. 551-575.