

Отметим, что это условие гарантирует выполнение неравенства (9), то есть положительную определенность матрицы $S(\alpha, \beta, \gamma)$. Более того, поскольку $\lambda_{\min}(H) > 0$, то найдется допустимый набор параметров (α, β, γ) с условием $s_{\min}(\alpha, \beta, \gamma) > 0$. Это означает, что ограничения строгой положительности в задачах (11), (12) содержательны.

Таким образом, спектральные задачи (11), (12) поиска параметров α, β, γ обеспечивают сильную выпуклость функции $\varphi(y)$ вместе с относительно хорошей обусловленностью задачи (7). В этих условиях задача квадратичного программирования (7) с простейшими ограничениями допускает эффективное численное решение за конечное число итераций методами особых точек, сопряженных градиентов или опорным методом [3, 4].

Обсудим вопрос о решении параметрических задач (11), (12). Во-первых, в качестве альтернативы дробным целевым функциям можно минимизировать разность между числителем и знаменателем при тех же ограничениях. Для задачи (11) это будет разность между границами спектра матрицы S , а задача (12) становится линейной по своим переменным. Кроме того, представляется целесообразной некоторая нормировка параметров, например, по правилу $\alpha + \beta + \gamma = 1$. В результате приближенное решение задач (11), (12) можно проводить перебором значений целевой функции на сетке $\{\alpha_i, \beta_j, \gamma_k\}$. Возможны, конечно, и другие варианты согласованного выбора параметров в рамках задач (11), (12).

4. Заключение

Предлагаемые задачи на минимум чисел обусловленности при условиях знакоопределенности соответствующих матриц хорошо завершают в идейном плане технологию параметрической регуляризации квадратичного функционала в линейной системе управления. Дальнейшие исследования в данном направлении могут быть связаны с расширением класса рассматриваемых задач.

Исследование А.В. Аргучинцева выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00296, <https://rscf.ru/project/23-21-00296/>.

Список литературы

1. Аргучинцев А.В., Срочко В.А. Процедура регуляризации билинейных задач оптимального управления на основе конечномерной модели // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18, Вып. 1. С. 179–187.
2. Аргучинцев А.В., Срочко В.А. Решение линейно-квадратичной задачи на множестве кусочно-постоянных управлений с параметризацией функционала // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28, №. 3. С. 5–16.
3. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: МЦНМО, 2011. 620 с.
4. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. М.: Физматлит, 2005. 304 с.