

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ: ИЕРАРХИИ МНОЖЕСТВЕННОГО ВКЛЮЧЕНИЯ КРИТЕРИЕВ И АЛГОРИТМОВ РАНЖИРОВАНИЯ

Н.Н. Клеванский

Саратовский государственный университет генетики, биотехнологий и инженерии им. Н.И. Вавилова
Россия, 410012, Саратов, проспект Петра Столыпина, зд.4, стр.3
E-mail: nklevansky@yandex.ru

В.С. Мавзовин

Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)
Россия, 129337, Москва, Ярославское шоссе, д.26
E-mail: mavzovinvs@gic.mgsu.ru

Ключевые слова: многокритериальные задачи, критерии, агрегация, алгоритмы ранжирования.

Аннотация: На основании сформулированного общего определения иерархии, как размещения целого и его частей, введены понятия иерархий единичного и множественного включения. Используя векторные представления агрегаций компонентов, предложены многоуровневые классификации критериев и алгоритмов ранжирования для многокритериальных задач. Следуя концепции диаграмм Эйлера-Венна, представлены схемы множественного включения. Получены рекурсивные определения критериев и алгоритмов ранжирования для многокритериальных задач.

1. Введение

Иерархия как геометрический термин описывает взаимное размещение частей и целого. В общем случае можно определить иерархию как «положение частей или элементов целого в порядке, определяемом отношением взаимосвязи». Отношения взаимосвязи определяют вид иерархии. Например, отношение «доминирование» определяет иерархию обобщения с порядком от высшего уровня к низшему уровню. Именно иерархия обобщения подразумевается в большинстве случаев использования понятия «иерархия». Этот вид иерархии лежит в основе иерархической упорядоченности, закономерности которой выделил и исследовал Л. фон. Бергаланфи [1]. В дальнейших исследованиях по общей теории систем [2] вместо иерархической упорядоченности предложены операции горизонтального и вертикального объединения.

Отношения взаимосвязи «состоит из», «является частью», «содержит», определяют иерархию включения с порядком от низшего уровня к высшему уровню. Структурно иерархиями единичного включения являются составные игрушки – русская матрешка, японский Фукурума [3]. Примером иерархии единичного включения может служить дерево, уровни истории которого отображаются годовыми кольцами. Переход на каждый следующий уровень связан с изменением эмерджентности системы дерева. Годичные кольца в форме набора концентрических окружностей могут быть приняты в

качестве схемы многоуровневой иерархии единичного включения, что показано исследованиями интегрированной системы управления учебным процессом вуза [4, 5].

Можно определить два типа иерархий множественного включения. Первый тип основан на объединении, когда один объект является частью другого объекта, который его содержит, например, автомобиль и его комплектующие. Иерархия множественного включения второго типа базируется на агрегациях. То есть, в составе одного объекта имеется набор объектов, которые могут существовать сами по себе. Например, домашняя библиотека включает агрегации книжных шкафов/полок и агрегации книг. В данном исследовании будут использованы векторные представления агрегаций.

Важной особенностью сложных систем является их многокритериальность, обусловленная различием целей отдельных подсистем и требований внешней среды [6, 7]. Многокритериальное принятие решений и многокритериальный анализ решений выполняют задачи выбора, сравнения, классификации с помощью многокритериальных методов ранжирования. При исследовании задач в хорошо структурированных системах различных типов на основе оценок (показателей, характеристик) формируются критерии выбора с векторными и многовекторными компонентами [8]. Критерий является некоторой функцией от принятого решения. Функцией, которая позволяет количественно оценить целесообразность решения. Конкретное значение критерия характеризует уровень достижения цели, эффективность используемых при этом методов и средств. Если цель в общем случае указывает направление действия, то критерий дополняет понятие цели и указывает эффективный способ ее достижения. В исследовании [3] показано наличие иерархической упорядоченности критериев и методов ранжирования.

Целью доклада является обобщение результатов структурного анализа критериев и алгоритмов ранжирования в многокритериальных задачах.

2. Структурный анализ критериев

Многоуровневая классификация критериев в многокритериальных задачах может быть определена следующим образом (рис. 1):

- критерий 1-ого уровня – агрегация скалярных компонентов;
- критерий 2-ого уровня – агрегация критериев 1-ого уровня;
- критерий 3-его уровня – агрегация критериев 2-ого уровня;
- и т.д.

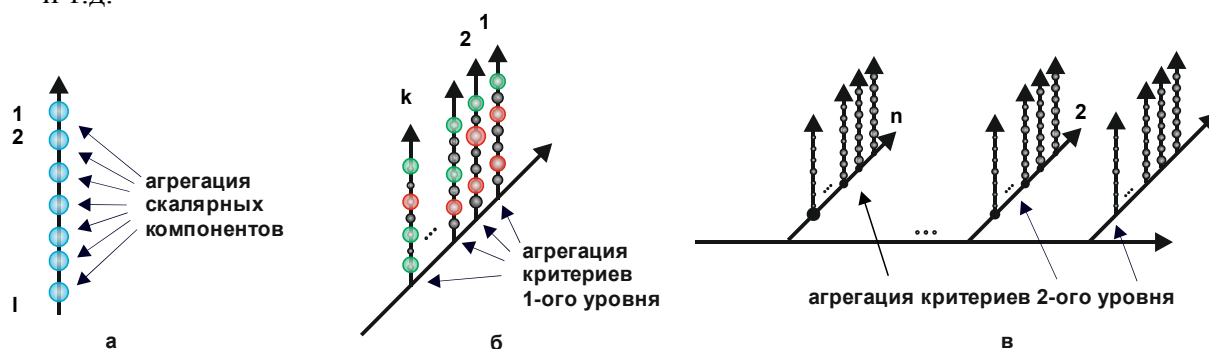


Рис. 1. Структура критериев: (а) критерий 1-ого уровня; (б) критерий 2-ого уровня; (в) критерий 3-его уровня.

Предложенная классификация критериев структурно является иерархией множественного включения второго типа. Введем следующие обозначения компонентов агрегаций критериев:

- скаляр – S ;
- критерий 1-ого уровня – $K_1^l = \{S_i\}, i = 1, 2, \dots, l$;
- критерий 2-ого уровня – $K_2^k = \left\{ \left\{ (K_1^l)_i \right\} \right\}, i = 1, 2, \dots, k$;
- критерий 3-его уровня – $K_3^n = \left\{ (K_2^k)_i \right\}, i = 1, 2, \dots, n$;

Визуализация иерархии множественного включения критериев использует концепцию диаграмм Эйлера-Венна. Круговые представления (рис. 2) содержат обозначения критериев и заданные количества их компонентов.

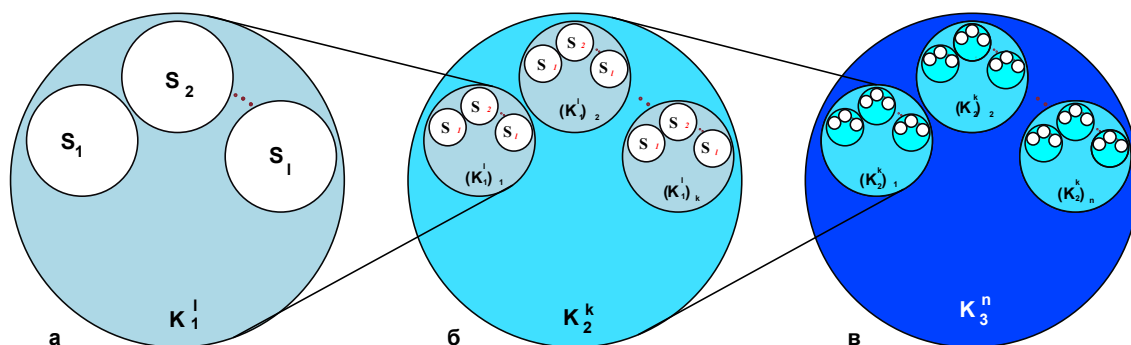


Рис. 2. Иерархия множественного включения критериев. (а) критерий 1-ого уровня; (б) критерий 2-ого уровня; (в) критерий 3-его уровня.

Используя введенные обозначения, получаем рекурсивное определение критериев любых уровней.

$$(1) \quad K_n^j = \begin{cases} \{S_i\}, i = 1, 2, \dots, j, n = 1 \\ \left\{ \left\{ (K_{n-1}^k)_i \right\} \right\}, i = 1, 2, \dots, j, n > 1 \end{cases}$$

где K_n^j – критерий n -ого уровня; j – количество компонентов критерия n -ого уровня; k определяется структурой критерия $(n-1)$ -ого уровня.

Диаграмма на рис. 2 представляет прямую рекурсию введенных критериев. Расширение иерархии множественного включения критериев (рис. 2) может быть осуществлено путем последовательного добавления новых уровней для формирования критериев более сложной структуры. Например, можно спрогнозировать критерий 4-го уровня, содержащий агрегацию заданного количества критериев 3-го уровня.

2. Структурный анализ алгоритмов ранжирования

Критерии каждого уровня требуют алгоритмов ранжирования соответствующего уровня. Добавим следующую группу обозначений:

- $Fr_1^j \left\{ (K_1^l)_i \right\}, i = 1, 2, \dots, j$ – функция ранжирования 1-ого уровня возвращает агрегацию j рангов 1-ого уровня R_1 ;
- $Fr_2^j \left\{ (K_2^k)_i \right\}, i = 1, 2, \dots, j$ – функция ранжирования 2-ого уровня возвращает агрегацию j рангов 2-ого уровня R_2 , сформированных функцией ранжирования 1-ого уровня из j агрегаций по k рангов R_1 ;
- $Fr_3^j \left\{ (K_3^n)_i \right\}, i = 1, 2, \dots, j$ – функция ранжирования 3-его уровня возвращает агрегацию j рангов 3-его уровня R_3 , сформированных функцией ранжирования 1-ого уровня из j агрегаций по n рангов R_2 ;

- $Fr_4^j\{(K_4^o)_i\}, i = 1, 2, \dots, j$ – функция ранжирования 4-ого уровня возвращает агрегацию j рангов 4-ого уровня R_4 , сформированных функцией ранжирования 1-ого уровня из j агрегаций по o рангов R_3 ;

В исследовании [3] показана инвариантность алгоритмов ранжирования, начиная со второго уровня, по отношению к алгоритму ранжирования первого уровня, в связи с чем диаграмма иерархии множественного включения алгоритмов ранжирования (рис. 3) начинается с алгоритма второго уровня. На диаграмме (рис. 3) представлен прогноз алгоритма ранжирования 4-ого уровня (рис. 3.в). Детализированное описание исследованных алгоритмов представлено в [9].

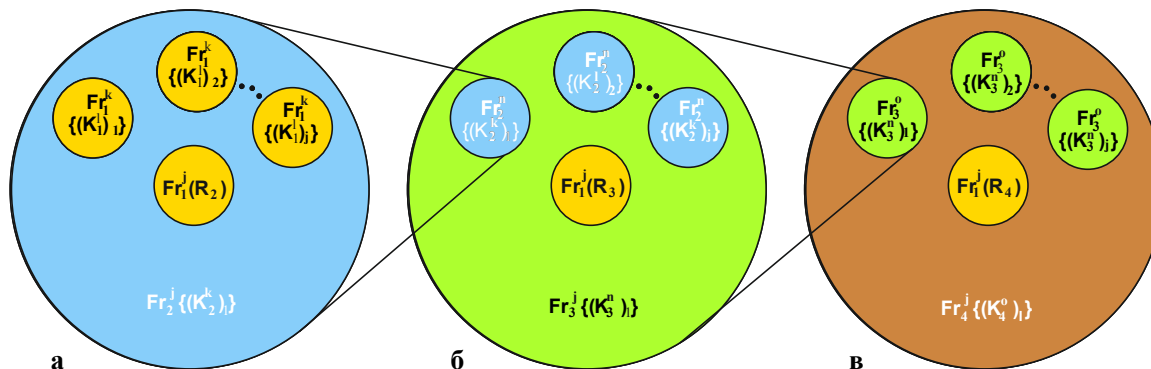


Рис. 3. Иерархия множественного включения алгоритмов ранжирования: (а) 2-ой уровень; (б) 3-ий уровень; (в) 4-ый уровень.

Анализ диаграммы (рис. 3) позволяет утверждать, что рекурсивное определение алгоритмов ранжирования, начиная со второго уровня ($n \geq 2$), примет вид

$$(2) \quad Fr_n^j = Fr_1^j\{Fr_{n-1}^s(K_{n-1}^t)_i\}, i = 1, 2, \dots, j$$

Параметры s и t в выражении (2) определяются структурой критериев ($n-1$) – о го уровня (1).

Подводя итоги можно сделать следующий вывод о том, что полученные рекурсивные определения критериев и алгоритмов ранжирования могут быть полезными при разработке встроенного программного обеспечения для решения многокритериальных задач.

Список литературы

1. Bertalanffy L. An Outline of General System Theory // British Journal for the Philosophy of Science. 1950. No. 1. P. 114-129.
2. Mesarovic M.D., Macko D., Tanahara Y. Theory of hierarchical, multilevel systems. Systems Research Center. Case Western Reserve University. Cleveland, Ohio. New York, London: Academic press, 1970.
3. Klevanskiy N., Glazkov V., Saparov Y., Mavzovin V. From Matryoshka and Fukuruma to Hierarchies of Criteria and Ranking Methods in Multi-Criteria Problems of Analysis and Decision Making // Engineering Proceedings. 2023. Vol. 33, No. 1. P. 45. <https://doi.org/10.3390/engproc2023033045>.
4. Клеванский Н.Н., Глазков В.П., Мавзовин В.С. Интегрированное управление учебным процессом высшего образования // Материалы конференции «Информационные технологии в управлении» (ИТУ 2022). 15-я МУЛЬТИКОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ. Санкт-Петербург, 2022. С. 287-290.
5. Клеванский Н.Н., Перетяцько А.В., Леонтьев А.А. Многоуровневая иерархия включения в концептуальной модели интегрированной системы управления учебным процессом вуза // Проблемы и перспективы развития АПК: технические и сельскохозяйственные науки. Материалы Региональной научно-технической конференции, посвященной 110-летию Вавиловского университета. Саратов, 2023. С. 90-96.

6. Лотов А.В., Поспелова И.Т. Многокритериальные задачи принятия решений. М.: Макс Пресс, 2008. 197 с.
7. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи принятия решений: теория и методы анализа. М., 2023. 486 с.
8. Сафронов В.В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования. Саратов: Научная книга, 2009. 329 с.
9. Клеванский Н.Н., Красников А.А., Сапаров Е.К. Иерархия методов ранжирования // Экономико-математические методы анализа деятельности предприятий АПК. Материалы V Международной научно-практической конференции. Под редакцией С.И. Ткачева. Саратов, 2021. С. 113-123.