

ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ НА ТОВАРНЫХ РЫНКАХ

Е.А. Гребенюк

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: lgreben@ipu.ru

Ключевые слова: монофрактальные и мультифрактальные процессы, скейлинговая экспонента, обобщенный показатель Херста, мультифрактальный спектр.

Аннотация: В докладе рассматривается применение методов мультифрактального анализа динамики изменения цен на товарных рынках для различных товарных групп. Показано, что рассматриваемые процессы обладают мультифрактальными свойствами, однако разные группы процессов имеют различный уровень мультифрактальности и на момент анализа находятся в разных состояниях: персистентном, антиперсистентном, случайного блуждания. Идентификация типа и уровня фрактальности и определение текущего состояния товарной группы позволяет определить наиболее подходящий класс моделей для описания и прогноза происходящих в ней процессов.

1. Введение

Ряды цен на товарных и финансовых рынках, в соответствии с Гипотезой Эффективного рынка (efficient market hypothesis, EMH) описываются как случайные процессы с нормальным распределением или распределениями с «толстыми» хвостами. (распределениями Коши или гиперболическим распределением). С развитием и усложнением структуры финансовых рынков и повышением требований к точности формируемых прогнозов расширяется и спектр методов их анализа и описания. Исследования, проведенные Петерсом и Мандельбротом [1, 2] показали наличие существенных отклонений EMH от реальности и послужили стимулом к формированию гипотезы фрактального рынка (fractal market hypothesis (FMH), согласно которой большинство процессов изменения цен финансового рынка обладает нелинейной динамикой и самоподобием, т.е. представляет собой фрактальный временной ряд. Фрактальный анализ динамических объектов расширяет спектр моделей, применяемых для описания финансовых процессов и позволяет повышать качество идентификации и прогнозирования временных рядов за счет найденных закономерностей их поведения. Применение фрактального анализа позволяет решать такие задачи как выявление ложных зависимостей во временных рядах, которые являются следствием нестационарности. Например, при анализе финансовых рядов методами фрактального анализа можно различать системные флуктуации, возникающие вследствие особенностей внутренней структуры рынка и регулярных взаимодействий в рамках этой структуры, от тех, которые возникают в окружающей среде (катастрофы, события вне системы, нарушающие нормальный режим функционирования рынков). Системные флуктуации наблюдаются на протяжении

всего процесса, в отличие от внешних флуктуаций, которые представляют собой локальные и кратковременные эффекты.

В настоящем докладе рассматривается применение фрактального анализа к решению задачи долгосрочного прогноза на примере формирования цен на металлолом на год вперед.

2. Применение фрактального анализа. Необходимые определения

Если временной ряд в целом имеет ту же структуру, что и отдельные его части, то говорят, что он обладает фрактальными свойствами. Различают два основных класса процессов, обладающих фрактальными свойствами:

- монофрактальные (самоподобные), которые сохраняют свои статистические характеристики при изменении временного масштаба;
- мультифрактальные, характеристики которых изменяются с изменением масштаба.

В отличие от монофрактальных временных рядов и белого шума, в мультифрактальном временном ряду временные периоды с большими амплитудами флуктуаций, могут чередоваться с периодами с малыми амплитудами.

Основной количественной характеристикой фракталов является размерность D – мера хаотичности и сложности процессов, введенная Хаусдорфом в 1919 году, которая определяется по формуле:

$$(1) \quad D = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln N(\delta)}{\ln(1/\delta)},$$

где $N(\delta)$ – минимальное количество шаров радиуса δ , покрывающих это множество. Основанием для введения этого определения является асимптотика множества $N(\delta)$, которая в случае фрактальных множеств, как следует из определения (1), описывается выражением:

$$\left(1/\delta\right)^D \approx N(\delta).$$

Размерность обычно вычисляют через показатель Херста H , связанный с фрактальной размерностью D соотношением

$$D = 2 - H.$$

Величина показателя Херста в процессе функционирования рынка может изменяться во времени в интервале $0 < H < 1$. Определение фактического значения показателя Херста на текущий момент является важным элементом фрактального анализа. Если $0,5 < H < 1$, то анализируемый процесс обладает длинными корреляциями (долговременной памятью), возникает **персистентное** устойчивое состояние рынка. Если $0 < H < 0,5$, то ряд становится все более «изрезанным» по мере приближения D к 2. Анализируемый процесс находится в **антиперсистентном** состоянии, поэтому основными элементами прогнозирования являются когнитивный анализ фундаментальных факторов и событий внешней среды. Если $H = 0,5$, то поведение системы хорошо описывается классическими статистическими методами, такими как ARIMA, VAR и VEKK-модели.

Одним из наиболее широко используемых методов для оценивания показателя Херста является метод мультифрактального детрендированного флуктуационного анализа, МДФА (multifractal detrended fluctuation analysis, MFDFA) [3]. Согласно проведенным исследованиям, оценки, полученные методом MFDFA, являются более точными и менее чувствительными к сокращению длины выборки чем другие известные методы [4, 5].

3. Применение МДФА для анализа структуры процессов цен на товарных рынках и прогнозирования

Рассматривается задача прогнозирования цен на товарных рынках на примере формирования прогноза цены лом [6]. В работе [6] при построении алгоритмов прогноза и его коррекции использовались ансамбли многомерных цифровых моделей временных рядов, при формировании которых учитывалась сила влияния ключевых факторов, оцененная на основе экспертной информации. Для коррекции прогнозируемого показателя на горизонте прогноза был разработан алгоритм, основанный на сигналах ситуационного и цифрового мониторинга событий внешней среды.

В настоящем примере мы рассматриваем фрактальные свойства процессов формирования цен на лом и процессов, связанных с ним цепочкой создания стоимости конечного продукта. Для проведения фрактального анализа использовались следующие товарные группы временных рядов:

- цены на лом, характеризующие рынок лома РФ и зарубежные рынки;
- цены на готовую продукцию из стали на рынке РФ и других стран;
- цены на сырье для выплавки стали на различных рынках;
- макроэкономические показатели.

В процессе проведения фрактального анализа с применением МДФА были рассчитаны следующие показатели:

1. Показатель Херста H , определяющий уровень фрактальности процесса.
2. Обобщенные показатели Херста $h(q)$, $q = \pm 1, \pm 2, \dots$, диапазон изменения которых определяет уровень мультифрактальности процесса. Для монофрактального процесса $h(q)$ – постоянная величина: при всех q , $h(q) = H$. При положительных значениях q показатель $h(q)$ описывает характер зависимости от масштаба сегментов с большими флуктуациями, при отрицательных значениях q этот показатель $h(q)$ описывает характер зависимости от масштаба сегментов с малыми флуктуациями.
3. Одной из важных характеристик мультифрактальных свойств процесса является ширина его мультифрактального спектра $D(\alpha)$. Величина α_i представляет собой показатель сингулярности в точке x_i . Для самоподобного процесса все α_i одинаковы и равны параметру H . Функция мультифрактального спектра $D(\alpha)$ характеризует распределение вероятностей различных значений α_i . Переход от переменных q , $\tau(q)$ к α $D(\alpha)$ осуществляется с помощью преобразования Лежандра.
4. Скейлинговая экспонента $\tau(q)$ (показатель Реньи). Эта функция показывает, насколько неоднородным является исследуемый ряд. Для самоподобного процесса функция $\tau(q)$ линейна, для мультифрактального процесса $\tau(q)$ является вогнутой, с обобщенным показателем Херста $h(q)$ связана соотношением:

$$\tau(q) = q h(q) - 1.$$

Для каждой из товарных групп временных рядов были рассчитаны фрактальные характеристики, усредненные значения которых приведены в Таблице 1 и показаны на рис. 1, на котором приведены графики скейлинговых экспонент для каждой из товарных групп: лома, продукции, сырья, макропоказателей, подтверждающие мультифрактальный характер рассматриваемых процессов.

Таблица 1. Значения фрактальных характеристик.

Показатель	Цены на лом	Цены на продукцию	Цены на сырье	Макропоказатели
Показатель Херста H	0.5120	0.6731	0.49	0.4754
Диапазон $h(-q) - h(q)$	0.34	0.85	0.42	0.31
Ширина спектра	0.53	1.19	0.58	0.49

Графики скейлинговых экспонент для каждой из товарных групп: лома, продукции, сырья, макропоказателей, являются вогнутыми, что указывает на мультифрактальный характер рассматриваемых процессов.

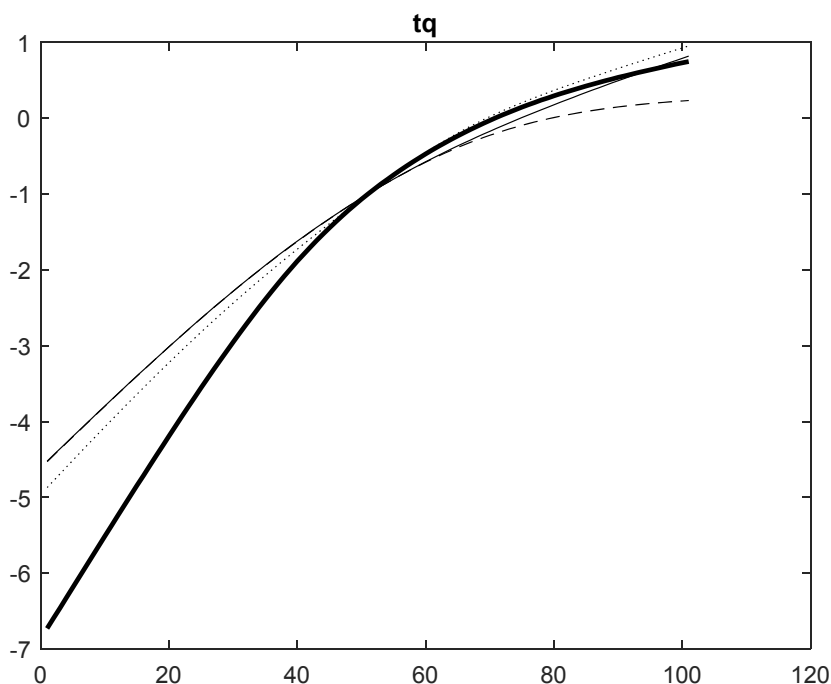


Рис. 1. Скейлинговые экспоненты $\tau(q)$ для четырех товарных групп, экспонента для группы продукции с максимальным значением уровня мультифрактальности выделена жирной линией.

4. Заключение

Результаты анализа указывают, что все рассматриваемые процессы являются мультифрактальными, причем группа рядов продукции имеет на текущий момент самый высокий уровень мультифрактальности – 0.6731, рынок продукции находится в устойчивом состоянии и для его анализа и прогноза целесообразно использовать модели типа ARFIMA. Для описания и прогнозирования цен на лом и на сырьевые товары, рынок которых находится в состоянии случайного блуждания, целесообразно применять ансамбли классических статистических моделей.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №23-21-00455, [https://rscf.ru/project/ №23-21-00455](https://rscf.ru/project/№23-21-00455).

Список литературы

1. Mandelbrot B.B. Fractals and Scaling in Finance. New York: Springer, 1997.
2. Peters E. Fractal Market Analysis. Applying Chaos Theory to Investment & Economics. New York: J. Wiley & Sons, 1994.
3. Peng C.K., et al. Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series // Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science. 1995. Vol. 5, No. 1. P. 82-87.
4. Кириченко Л.О. Сравнительный мультифрактальный анализ временных рядов методами детрендрованного флуктуационного анализа и максимумов модулей вейвлет-преобразования // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. 2011. №. 157. С. 66-77.
5. Гарафутдинов Р.В., Куваев В.А. Сравнение двух методов фрактального анализа финансовых временных рядов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Социально-экономические науки. 2021. №. 1. С. 182-193.
6. Авдеева З.К., Коврига С.В., Гребенюк Е.А. Формирование среднесрочных помесечных прогнозов цен на сырье на основе экспертной и количественной информации // Автоматизация в промышленности. 2022. № 5. С. 38-45.