УДК 519.83

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ И МНЕНИЯМИ ИГРОКОВ

Е. М. Лориц
Санкт-Петербургский Государственный Университет
Россия, 198504, Петергоф, Университетский пр., 26
E-mail: st077304@student.spbu.ru, kate.lorits@gmail.com

Е. А. Губар
Санкт-Петербургский Государственный Университет
Россия, 198504, Петергоф, Университетский пр., 26
E-mail: e.gubar@spbu.ru

Ключевые слова: эволюционные игры, динамика мнений, репликативная динамика, имитационная динамика.

Аннотация: Эволюционные игры используются при изучении адаптации больших, но конечных популяций к изменениям окружающей среды. При этом предполагается, что каждый из агентов не оказывает значительного влияния на систему. В данной работе исследуется эволюционная игра, в которой игроки зависят от влияния среды и принимают свои решения в зависимости от мнений, которые они формируют о ее состоянии. Формулируется расширенная эволюционная игра с учетом динамики изменения среды и мнений агентов. Проводится исследование свойств стационарны состояний обобщенной динамической системы. Проводится серия численных экспериментов.

1. Введение

Известно, что эволюционные игры являются развивающимся подразделом теории игр [1, 12, 19]. Эволюционные игры применяются при моделировании изменений в больших, но конечных популяциях, где все агенты обладают биологическими, социальными или экономическими особенностями, которые определяют их тип поведения. Кроме этого, считается, что каждый из агентов не оказывает существенного влияния на состояние популяции.

В данной работе исследуется, как состояние окружающей среды и мнение агентов о состоянии среды влияют на динамику изменения состояния популяции. Популяция, окружающая среда и мнения агентов образуют структуру, где изменение одного параметра системы, отвечающего за состояние среды, популяции или мнений агентов, влечет за собой изменение остальных элементов системы. Состояние среды зависит от распространенности того или иного типа поведения в популяции. Состояние популяции зависит от популярности мнений агентов в популяции. Популярность мнений агентов зависит от состояния среды и популяции. В данной работе в качестве управляющего воздействия рассматривается влияние среды и мнений агентов на популяцию.

2. Постановка эволюционной игры

Рассмотрим популяцию конечного размера, которая существует в ограниченном пространстве. Предполагается, что изменение состояния популяции происходит в результате случайных попарных взаимодействий между ее агентами. Причем считается, что число агентов велико, но при этом каждый отдельный агент не оказывает значительного влияния на популяцию [17,20]. Еще одним предположением является то, что в популяции присутствует два типа поведения, которых могут придерживаться агенты.

Идея эволюционной селекции заключается в том, что стратегии, которые дают больший выигрыш, при текущем состоянии популяции, будут сохраняться в популяции с течением времени [2]. Стоит отметить, что увеличение числа агентов, придерживающихся стратегии i, происходит вследствие перераспределения агентов в популяции, в соответствии с популярностью стратегии i, а не посредством увеличения числа агентов. В случае возникновения избыточной конкуренции среди последователей определенной стратегии, ее негативные последствия приведут к такому перераспределения агентов между стратегиями, при котором эти последствия не будут оказывать дальнейшего влияния на популяцию.

Результаты этих попарных взаимодействий могут быть описаны биматричной игрой [6]. По традиции в эволюционных играх принято все процессы рассматривать от лица первого игрока, поэтому в дальнейшем все формулируется относительно первого игрока.

Изменение состава популяции соответствует изменению доли агентов, придерживающихся чистой стратегии i. Данные изменения описываются с помощью уравнения репликативной динамики (replicator dynamic) (1) [14], в зависимости от долевого распределения игроков в популяции $x_N = (x_1, x_2)$ и матрицы выигрышей первого игрока A. Для удобства обозначим $x = x_1, 1 - x = x_2$.

$$\dot{x} = x(1-x)(u(e^1, x_N) - u(e^2, x_N)), \tag{1}$$

где $u(x_N, x_N) = \sum\limits_{i \in K} x_i(e^i \cdot Ax)$ – средний выигрыш популяции, e^i – вектор, отвечающий i чистой стратегии игрока.

Предполагается, что популяция зависит от воздействия окружающей среды, в качестве которой рассматриваются ресурсы, доступные для агентов. Состояние среды описывается с помощью параметра $n(t)$, $n \in [0,1]$, где значение $n = 0$ ($n = 1$), если среда полностью истощена (пополнена). Изменение состояния среды определяется динамикой (2), предложенной в статье [14].

$$\dot{n} = n(1-n)(\theta x - (1-x)), \tag{2}$$

где $\theta > 0$ – параметр, отражающий скорость, с которой агенты, придерживающиеся первой чистой стратегии восполняют ресурсы среды.

Связь между популяцией и состоянием среды устанавливается с помощью матрицы выигрышей $A_n = nA_1 + (1-n)A_0$ [21]

Предполагается, что в популяции распространено два мнения m_1 и m_2 о состоянии среды. Каждый агент придерживается одного из них. Распределение мнений в популяции определим как вектор $y_N(t) = (y_1(t), y_2(t))$, где каждая компонента $y_i(t)$ – это доля агентов популяции, придерживающихся мнения m_i. Для удобства обозначим $y_1 = y(t)$, $y_2(t) = 1 - y(t)$. Процесс распределения мнений в популяции может быть описан с помощью динамики средних (mean dynamic), которая позволяет описывать изменения происходящие в популяции с помощью протокола пересмотра решений [17].

Введем в рассмотрение матрицу B, элементы которой b_{ij} представляют собой степень доверия агента с мнением i агенту, который придерживается стратегии j. На основе протокола попарной имитации [16] был составлен имитационный протокол, используемый для динамики изменения популярности мнений в популяции

$$p_{ij} = \left[y_j \sum_{l=1}^{2} x_l u(e^l, x_N, A_n) b_{jl} - y_i \sum_{l=1}^{2} x_l u(e^l, x_N, A_n) b_{il} \right]_0^1,$$

где $[z]_0^1 = \max(0, \min(z, 1))$, т.е. $p_{ij} \in [0,1]$ [16]. В данном выражении функция выигрыша $u(e^i, x_N, A_n)$ показывает зависимость от изменяющейся матрицы выигрышей.

Таким образом, динамика, описывающая изменение популярности мнений в популяции принимает вид $\dot{y} = (1-y)p_{21} - yp_{12}$.

Предполагается, что состояние популяции изменяется в зависимости от мнений о состоянии среды, т. е. матрица выигрышей первого игрока имеет вид $A_y = yA_1 + (1-y)A_0$. Таким образом, эволюционную игру с обратной связью окружающей среды и мнением можно представить в виде

$$\begin{cases} \dot{x} = x(1-x)(u(e^1, x_N, A_y) - u(e^2, x_N, A_y)), \\ \dot{n} = n(1-n)(\theta x - (1-x)), \\ \dot{y} = (1-y)p_{21} - yp_{12}. \end{cases} \tag{3}$$

3. Пример. Базовая игра дилемма заключенного

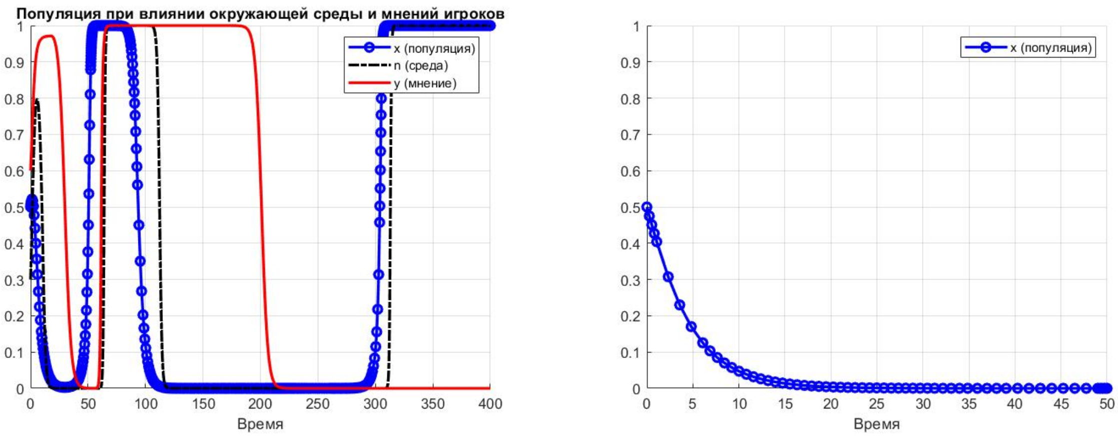
В рамках текущего эксперимента в качестве базовой игры, которая описывает взаимодействия агентов, выбирается игра «Дилемма заключенного» в ее экономической интерпретации. В данной игре первая стратегия соответствует выбору игрока сотрудничать, а вторая – не сотрудничать. Введем две матрицы выигрышей

$$A_0 = \begin{pmatrix} 3{,}5 & 1 \\ 2 & 0{,}75 \end{pmatrix},\ A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4{,}5 & 1{,}25 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

для элементов которых верны соотношения $a_{11}^0 > a_{21}^0$, $a_{12}^0 > a_{22}^0$, $a_{11}^1 < a_{21}^1$, $a_{12}^1 < a_{22}^1$.

Для игры «Дилемма заключенного» характерно существования одного состояния равновесия по Нэшу, причем, для игры, которая задается матрицей $A_1(A_0)$, это состояние $(e^2, e^2)((e^1, e^1))$.

В рамках текущего численного эксперимента параметры системы (3) принимают значения: скорость пополнения ресурсов сотрудничающими агентами, $\theta = 2$,



а) б)

Рис. 1. Иллюстрация состояния системы: а) с зависимостью от среды и распределения агентов между мнениями; $x(0) = 0{,}5$, $y(0) = 0{,}6$, $n(0) = 0{,}3$; б) без влияния среды и мнений; $x(0) = 0{,}5$, предполагается, что $n = 1$

матрицы выигрышей агентов задаются соотношением (4). Матрица доверия B диагональная со значениями 0,5 на диагонали. В начальный момент времени в популяции одинаковое количество агентов, которые сотрудничают и не сотрудничают.

Как видно из графиков на рис. 1а) в начальный момент времени доля сотрудничающих агентов убывает до нуля, в то время как среда начинает обогащаться. Но при увеличении доли агентов популяции, отказывающихся от сотрудничества, среда убывает до нуля. После нескольких колебаний система приходит в состояние равновесия (e^1, e^1), все игроки придерживаются мнения m_2, среда восстановлена, т. е. $n = 1$.

Проводится исследование устойчивости стационарных состояний рассматриваемой системы. Оценивается влияние среды и динамики мнений на изменение свойств стационарных состояний.

4. Заключение

Рассматривается модель, которая содержит в себе среду, популяцию агентов, распределенную между стратегиями и ту же популяцию, но распределенную между мнениями. Эти три объекта различной природы могут быть рассмотрены как по отдельности, так и в совокупности, образуя связь, где изменение величин долей агентов, придерживающихся той или иной чистой стратегии, влечет за собой изменение состояния окружающей среды. Выигрыши агентов зависят от состояния среды, поэтому агенты учитывают информацию об его изменении при помощи мнений, которые зависят и от состояния среды, и от состояния популяции.

В результате проведения серии численных экспериментов было обнаружено, что окружающая среда и мнения агентов оказывают значительное влияние на стационарное положение популяции. Производится работа по поиску условий, при которых влияние внешних сигналов на популяцию гарантирует устойчивое изменение поведения популяции.

Список литературы

1. Васин А. А. Эволюционная теория игр и экономика Часть 1. Принципы оптимальности и модели динамики поведения // Журнал Новой экономической ассоциации. 2009. № 3–4. С. 10–27.
2. Колесин И. Д., Губар Е. А., Житкова Е. М. Стратегии Управления в Медико-Социальных Системах. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2014. 128 с.
3. Курносых З. А., Губар Е. А. Моделирование эволюционной игры с учетом сетевой структуры // Процессы управления и устойчивость. 2017. Т. 4, № 1. С. 631–635.
4. Лориц Е. М. Эволюционная игра с учетом обратной связи с окружающей средой и мнениями игроков // Процессы управления и устойчивость. 2023. Т. 10, № 1. С. 462–466.
5. Мазалов В. В., Дорофеева Ю. А., Коновальчикова Е. Н. Моделирование влияния среди участников образовательного коллектива // Вестник Санкт-Петербургского университета. 2019. Т. 15, Вып. 2. С. 259-–273.
6. Петросян Л. А., Зенкевич Н. А., Шевкопляс Е. В. Теория игр. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.
7. Argasinski K., Broom M. Evolutionary stability under limited population growth: Eco-evolutionary feedbacks and replicator dynamics // Ecol. Complex. 2017. Vol. 34. No. 6.
8. Bayer P., Gatenby R. et al. Coordination games in cancer // PLoS ONE. 2022. Vol. 17, No. 1. Art. e0261578.
9. Broom M., Krivan V. Two-strategy games with time constraints on regular graphs // Journal of Theoretical Biology. 2020. Vol 506. Art. 110426.
10. Broom M., Rychtar J. Game-Theoretical Models in Biology. CRC Press, 2022. 591 p.
11. Brown J. S., Thuijsman F., et al. The contribution of evolutionary game theory to understanding and treating cancer // Dynamic Games and Applications. 2022. Vol. 12. P. 313–342.
12. Cressman R. Evolutionary Dynamics and Extensive Form Games. Cambridge: MIT Press, 2003. 316 p.
13. Meng Y., Broom M., Li A. Impact of misinformation in the evolution of collective cooperation. 2023.
14. Paarporn K., Eksin C. et al. Optimal control policies for evolutionary dynamics with environmental feedback // IEEE Conference on Decision and Control (CDC). 2018. P. 1905–1910.
15. Pressley M., Salvioli M. Evolutionary dynamics of treatment-induced resistance in cancer informs understanding of rapid evolution in natural systems // Frontiers in Ecology and Evolution. 2021. Vol. 9. Art. 681121.
16. Riehl J. R., Cao M. Control of stochastic evolutionary games on networks // IFAC-PapersOnLIne. 2015. Vol. 48, No. 22. P. 76–81.
17. Sandholm W. H. Population Games and Evolutionary Dynamics. Cambridge: MIT Press, 2010. 616 p.
18. Tembine H., Altman E., El-Azouzi R., Hayel Y. Evolutionary games in wireless networks // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 2009. Vol. SNC-40, No. 3. P. 634–646.
19. Vincent T. L., Brown J. S. Evolutionary Game Theory, Natural Selection, and Darwinian Dynamics. New York: Cambridge University Press, 2005. 400 p.
20. Weibull J. W. Evolutionary Game Theory. Cambridge: MIT Press, 1995. 265 p.
21. Weitz J. S., Eksin C., Paarporn K. et al. An oscillating tragedy of the commons in replicator dynamics with game-environment feedback // PNAS. 2016. Vol. 13, No. 47. P. E7518–E7525.
22. Zhiliang Z., Yuli Z. et al. Evolutionary game dynamics of the competitive information propagation on social networks // Complexity. 2019. Vol. 2019. Art. 8385426.
23. Zhu Q., Gubar E., Altman E. (Eds.). Special Issue on Modeling and Control of Epidemics // Dynamic Games and Applications. 2022. Vol. 12.