УДК 519.83

СМЕШАННОЕ АЛЬТРУИСТИЧЕСКИ-ЭГОИСТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

П. Сунь
Университет Циндао
Китай, 266071, Шаньдун, Циндао, Никсия ул., 308
E-mail: sunping920925@163.com

Е.М. Парилина
Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9
E-mail: e.parilina@spbu.ru

Ключевые слова: равновесие по Нэшу, альтруистическое равновесие, смешанное альтруистически-эгоистическое равновесие, существование равновесия.

Аннотация: В статье предлагается новая концепция смешанного альтруистически-эгоистического равновесия, при которой множество игроков неоднородно с точки зрения их отношения к другим игрокам. Множество игроков разделено на два подмножества: эгоистичные и альтруистические игроки. Эгоистичный игрок максимизирует свой выигрыш, а альтруистический игрок поддерживает других игроков, тем самым индивидуально максимизируя выигрыши всех остальных игроков. В работе описывается множество альтруистически-эгоистического равновесий, находятся условия существования данного равновесия для некоторых классов игр.

1. Введение

Согласно концепции равновесия, предложенной Дж. Нэшем, игроки ведут себя индивидуально рационально или эгоистично [14]. Но в реальных ситуациях можно заметить, что люди могут вести себя альтруистично, т.е. помогать другим в ущерб своих интересов. Альтруистическое поведение игроков предполагается в равновесии Бержа [5]. Эта концепция была исследована для различных классов игр [1, 12, 16]. Существование, свойства и обобщения равновесия Бержа, а также его сравнение с равновесием по Нэшу рассматриваются в следующих работах [3, 6, 7, 13, 15]. В определении равновесия Бержа предполагается, что игроки совместно максимизируют выигрыш другого игрока, предполагая их сотрудничество. Статья [10] представляет принцип «слегка альтруистического равновесия», модифицированную концепцию равновесия по Нэшу, которая отражает принцип взаимного альтруизма. Модель стратегического взаимодействия со смешанными популяциями альтруистов и эгоистов исследуется в [11], где рассматривается три примера применения данной концепции.

В [17] предлагается концепция равновесия односторонней поддержки, когда каждый игрок поддерживается любым другим игроком, т. е. каждый игрок индивидуально максимизирует выигрыш любого другого игрока. Существование и свойства равновесия односторонней поддержки изучаются в [8, 9].

В данной работе предлагается концепция смешанного альтруистически-эгоистического равновесия, когда часть игроков ведет себя эгоистически, т.е. следует концепции равновесия по Нэшу, а часть игроков ведет себя альтруистически, максимизируя выигрыши других игроков в индивидуальном порядке, т.е. следует концепции равновесия односторонней поддержки. Исследуется вопрос существования такого равновесия для заданного разбиения игроков на эгоистических и альтруистических.

2. Смешанное альтруистически-эгоистическое равновесие

Пусть $\Delta = \{N_s, N_a\}$ – разбиение множества игроков N такое, что $N_s \cup N_a = N$ и $N_s \cap N_a = \varnothing$, где N_s – множество эгоистичных игроков, а N_a – множество альтруистических игроков. Множество всех таких разбиений обозначим P. Пусть X_i – множество стратегий игрока i. Задана игра в нормальной форме $G = \{N, \{X_i\}_{i\in N}, \{u_i\}_{i\in N}\}$, где $u_i : \prod_{j\in N} X_j \to \mathbb{R}$ – функция выигрыша игрока i.

Определение 1. *Для заданного разбиения $\Delta = \{N_s, N_a\}$ ситуация x^* называется смешанным альтруистически-эгоистическим равновесием относительно Δ, если выполняются следующие условия:*

1. *для любого $i \in N_s$, $u_i(x^*) \geqslant u_i(x_i, x^*_{-i})$, $\forall x_i \in X_i$;*
2. *для любых $j \in N_a$ и $k \neq j$, $u_k(x^*) \geqslant u_k(x_j, x^*_{-j})$, $\forall x_j \in X_j$.*

При смешанном альтруистически-эгоистическом равновесии у эгоистичных игроков нет стимула отклоняться в индивидуальном порядке, поскольку они не могут увеличить свои выигрыши по сравнению с равновесными (условие 1 в определении 1), а у альтруистических игроков нет стимула отклоняться в пользу других игроков (условие 2 в определении 1). Согласно определению 1 альтруистические игроки ценят прибыль других игроков выше своей собственной прибыли и готовы пожертвовать своими выигрышами ради прибыли других игроков. Когда все игроки эгоистичны ($N_s = N$), смешанное эгоистично-альтруистическое равновесие совпадает с равновесием по Нэшу, а когда все игроки альтруистичны ($N_a = N$), то оно совпадает с равновесием односторонней поддержки.

3. Существование смешанного альтруистически-эгоистического равновесия

Исследуем существование смешанного альтруистически-эгоистического равновесия. Доказательство достаточных условий существования основано на следующей теореме Какутани-Фана-Гликсберга о неподвижной точке.

Теорема 1. *Пусть K – непустое, компактное и выпуклое подмножество локально выпуклого Хаусдорфова пространства и отображение $C : K \to K$ замкнуто и его значения представляет собой непустое выпуклое множество. Тогда множество неподвижных точек C непусто и компактно.*

Доказательство этой теоремы можно найти в [4].

Теорема 2. *Пусть игра G компактна, непрерывна, квазивогнута относительно разбиения Δ и выполнено свойство альтруистически-эгоистической непротиворечивости относительно Δ, тогда существует смешанное альтруистически-эгоистическое равновесие относительно Δ.*

4. Заключение

Предложенная концепция равновесия обобщает определение равновесия по Нэшу и равновесия односторонней поддержки и может рассматриваться для анализа конфликтных ситуаций, когда множество игроков неоднородно. Часть игроков является альтруистическими игроками, а часть ведет себя эгоистично, следуя принципам равновесия по Нэшу. Предложенная концепция равновесия может быть применена к различным классам игр, включая динамические, дифференциальные, сетевые и стохастические игры.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-11-00051, `https://rscf.ru/project/22-11-00051/`.

Список литературы

1. Жуковский В.И. Некоторые задачи в неантагонистических дифференциальных играх // Математические методы в исследовании операций. София: Болг. академия наук. 1985. С. 103-195.
2. Жуковский В. И., Кудрявцев К. Н. Об одном гибридном равновесии // Тр. ИММ УрО РАН. 2021. Т. 27, № 3. С. 71-86.
3. Abalo K.Y., Kostreva M.M. Some existence theorems of Nash and Berge equilibria // Applied Mathematics Letters. 2004. Vol. 17. P. 569-573.
4. Aliprantis C.D., Border K.C. Infinite Dimensional Analysis: A Hitchhiker's Guide (3rd ed.). Springer, 2006.
5. Berge C. Théorie générale des jeux à n personnes. Paris: Gauthier-Villars, 1957.
6. Courtois P., Nessah R., Tazdait T. How to play games? Nash versus Berge behaviour rules // Economics & Philosophy. 2015. Vol. 31, No. 1. P. 123-139.
7. Courtois P., Nessah R., Tazdait T. Existence and computation of Berge equilibrium and of two refinements // Journal of Mathematical Economics. 2017. Vol. 72. P. 7-15.
8. Crettez B. Unilateral Support Equilibrium, Berge Equilibrium, and Team Problems Solutions // Journal of Quantitative Economics. 2019. Vol. 17, No. 4. P. 727-739.
9. Crettez B., Nessah R. On the existence of unilateral support equilibrium // Mathematical Social Sciences. 2020. Vol. 105. P. 41-47.
10. De Marco G., Morgan J. Slightly altruistic equilibria. // Journal of Optimization Theory and Applications. 2008. Vol. 137. P. 347-362.
11. Haltiwanger J., Waldman M. The role of altruism in economic interaction // Journal of Economic Behavior & Organization. 1993. Vol. 21, No. 1. P. 1-15.
12. Kudryavtsev K., Ukhobotov V., Zhukovskiy V. The Berge equilibrium in cournot oligopoly model // In: Evtushenko, Y., Jaćimović, M., Khachay, M., Kochetov, Y., Malkova, V., Posypkin, M. (eds.) Optimization and Applications. OPTIMA 2018. Communications in Computer and Information Science. 2019. Vol. 974. P. 415-426.

13. Larbani M., Nessah R. Sur l'?quilibre fort selon Berge // RAIRO-Operations Research. 2001. Vol. 35, No. 4. P. 439-451.
14. Nash J. Non-cooperative games // Annals of Mathematics. 1951. Vol. 54. P. 286-295.
15. Pottier A., Nessah R. Berge-Vaisman and Nash equilibria: Transformation of games // International Game Theory Review. 2014. Vol. 16, No. 04. 1450009.
16. Salukvadze M.E., Zhukovskiy V.I. The Berge Equilibrium: A Game-Theoretic Framework for the Golden Rule of Ethics. Birkh?user Cham. 2020. 272 p.
17. Schouten J., Borm P.E.M., Hendrickx R.L.P. Unilateral support equilibria // Journal of Mathematical Psychology. 2019. Vol. 93. 102295.