

УДК 681.5.011

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ГАРАНТИЕЙ ЗАДАННОГО КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ

Н.С. Колесник

Институт проблем машиноведения РАН
Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., 61
E-mail: kolesnik.n.s@ipme.ru

Б. Х. Нгуен

Институт проблем машиноведения РАН
Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., 61
E-mail: nbh@ipme.ru

Ключевые слова: динамическая система, адаптивное управление, трубчатый метод, замена координат, неизвестный коэффициент.

Аннотация: В статье приведена модификация классического алгоритма адаптивного управления по выходу с целью гарантии нахождения выходного сигнала в заданном разрабочном множестве в любой момент времени. В отличие от классического адаптивного управления, где нельзя повлиять на качество переходного процесса, качество регулирования в установившемся режиме и время переходного процесса, здесь предлагается дополнить классическую процедуру управления нелинейным законом для решения данной задачи. Нелинейный закон управления основан на преобразовании выходной переменной так, чтобы задача с ограничениями свелась к задаче без ограничений, что и позволяет в дальнейшем применять известные методы адаптивного управления. Приведен пример, иллюстрирующий эффективность предложенного метода.

1. Введение

Адаптивное управление широко используется для управления в условиях параметрической неопределенности объекта и наличия внешних возмущений. Зачастую цель адаптивного управления заключается в стабилизации выхода объекта в ограниченном множестве за конечное время [2, 3, 6, 7-9, 11, 12, 15, 16]. В настоящее время разрабатывается адаптивное управление с обеспечением требуемого качества переходных процессов. Ранее были предложены методы нелинейного управления [4, 13] с гарантией нахождения выходных переменных в заданных множествах. Однако данные методы применимы в условиях известных параметров объекта. В настоящем докладе описываются результаты исследования [14].

2. Основной текст

2.1. Постановка задачи

Рассмотрим динамическую систему

$$(1) \quad Q(p)y(t) = R(p)u(t) + f(t),$$

где $t \geq 0$, $u(t) \in \mathbb{R}$ – сигнал управления, $y(t) \in \mathbb{R}$ – выходной сигнал, доступный измерению, $f(t) \in \mathbb{R}$ – ограниченное возмущение, $Q(p)$ и $R(p)$ – линейные дифференциальные операторы с постоянными неизвестными коэффициентами и порядками n и $n-1$ соответственно, $R(p)$ – гурвицев полином, $p = d/dt$.

Требуется разработать закон управления, который обеспечит нахождение выходного сигнала объекта $y(t)$ в следующем множестве

$$(2) \quad Y = \{ \underline{g}(t) < y(t) < \bar{g}(t) \} \text{ для любых } t \geq 0,$$

где $\underline{g}(t)$ и $\bar{g}(t)$ – ограниченные функции вместе со своими первыми производными по времени. Данные функции выбираются разработчиком исходя из требований работы системы.

Например (см. рис. 1), можно гарантировать переходные процессы в заданной трубке, границы которой монотонно сходятся к окрестности нуля за заданное время T . Описанное будет наглядно продемонстрировано в приложении в конце статьи.

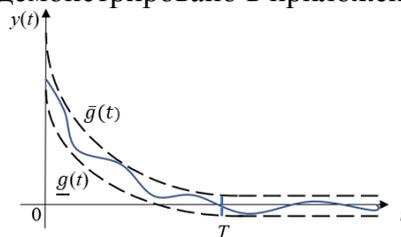


Рис. 1. Частная иллюстрация цели управления.

Объекты управления с первой относительной степенью часто исследуются в литературе [1, 6, 9, 12] и могут описывать процесс заполнения жидкости в наливных танках [8], динамику трансмиссии в механической коробке передач [11], динамику колебательных систем [5] и т. д. Важно, что для таких объектов различными методами управления (метод непосредственной компенсации, метод скоростного градиента [2, 3, 9, 10] и т.п.) можно получить одну и ту же структуру закона адаптивного управления. Для объекта же с относительной степенью больше единицы различные подходы приводят к совершенно различным алгоритмам управления [2]. Поэтому в статье акцентировано внимание на объекте с единичной относительной степенью, чтобы продемонстрировать применение единой структуры адаптивного управления для решения задачи с гарантией заданного качества. Однако, как будет видно из полученных результатов, решение легко может быть обобщено на задачи управления с относительной степенью больше единицы, в частности, с использованием модифицированного объекта управления линейным объектом случае будут получены различные алгоритмы управления.

2.2. Метод решения

Согласно [2, 9, 10], перепишем выражение (1) в виде

$$(3) \quad y = \frac{k_m}{p+a} \left[u(t) + \frac{N_1(p)}{M(p)} u(t) + \frac{N_2(p)}{M(p)} y(t) + ky(t) + \frac{\theta}{M(p)} f(t) + \epsilon(t) \right],$$

где θ – известный коэффициент, k_m , $a > 0$ – известный положительный высокочастотный коэффициент усиления, $M(p)$ известный гурвицевый полином порядка $n-1$, $N_1(p)$ и $N_2(p)$ – линейные дифференциальные операторы порядков $n-2$ каждый и с неизвестными коэффициентами, $\epsilon(t)$ – экспоненциально затухающая функция, обусловленная ненулевыми начальными условиями (1).

Введем

$$\begin{aligned} N_1(p) &= [c_{1,0}, c_{1,1}, \dots, c_{1,n-2}] [1, p, \dots, p^{n-2}]^T, \\ N_2(p) &= [c_{2,0}, c_{2,1}, \dots, c_{2,n-2}] [1, p, \dots, p^{n-2}]^T, \\ c_0 &= -[c_{1,0}, c_{1,1}, \dots, c_{1,n-2}, c_{2,0}, c_{2,1}, \dots, c_{2,n-2}, k], \\ \omega(t) &= \text{col}\{V_u(t), V_y(t), y(t)\}, \end{aligned}$$

где c_0 – вектор постоянных неизвестных параметров, $\bar{f}(t) = \frac{\theta}{M(p)} f(t)$ – новое ограниченное возмущение в силу ограниченности исходной функции $f(t)$ и гурвицевости полинома $M(p)$, $\omega(t)$ – вектор регрессии, составленный с помощью следующих фильтров:

$$(4) \quad \begin{aligned} \dot{V}_u(t) &= FV_u(t) + bu(t), V_u(0) = 0, \\ \dot{V}_y(t) &= FV_y(t) + by(t), V_y(0) = 0. \end{aligned}$$

В данном выражении $V_u, V_y \in \mathbb{R}^{n-1}$, F – матрица в форме Фробениуса с характеристическим многочленом $M(\lambda)$, $b = [0, 0, \dots, 1]^T$.

$$(5) \quad \dot{y}(t) = -ay(t) + k_m[u(t) - c_0^T \omega(t) + \bar{f}(t) + \epsilon(t)].$$

Согласно [4, 7], для решения задачи управления с заданными ограничениями введем замену выходной переменной y в виде

$$(6) \quad y(t) = \Phi(\epsilon(t), t) = \frac{\bar{g}(t)e^{\epsilon} + \underline{g}(t)}{e^{\epsilon+1}},$$

где $\epsilon(t) \in \mathbb{R}$ – непрерывно-дифференцируемая функция по t , $\Phi(\epsilon, t)$ удовлетворяет следующим условиям:

- (a) $\underline{g}(t) < \Phi(\epsilon(t), t) < \bar{g}(t)$ для любых $t \geq 0$ и $\epsilon(t) \in \mathbb{R}$;
- (b) существует обратное отображение $\epsilon(t) = \Phi^{-1}(y, t)$ для любых $y \in Y$ и $t \geq 0$;
- (c) функция $\Phi(\epsilon, t)$ непрерывно-дифференцируемая по ϵ и t , а также $\frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \neq 0$ для любых $y \in Y$ и $t \geq 0$;
- (d) функция $\frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial t}$ ограничена по $t \geq 0$ для любых $\epsilon(t) \in \mathbb{R}$.

Теперь определим динамику по переменной ϵ для исследования устойчивости замкнутой системы. Для этого найдем полную производную по времени от (6) в виде

$$\dot{y}(t) = \frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \dot{\epsilon} + \frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial t}.$$

Так как $\frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \neq 0$, то, принимая во внимание (5), перепишем последнее равенство как

$$(7) \quad \dot{\epsilon} = \left(\frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \right)^{-1} \left(-ay(t) + k_m[u(t) - c_0^T \omega(t) + \bar{f}(t) + \epsilon(t)] - \frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial t} \right).$$

То есть, с помощью преобразования координат (6) исходная задача с ограничениями сведена к задаче без ограничений. Теперь необходимо синтезировать закон управления u , обеспечивающий устойчивость по вход-состоянию системы (7).

Зададим закон управления в виде

$$(8) \quad \begin{aligned} u(t) &= u_1(t) + u_2(t), \\ u_1(t) &= c^T(t) \omega(t), \\ u_2(t) &= \frac{1}{k_m} \left[ay(t) + \frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial t} - \alpha \epsilon(t) \right]. \end{aligned}$$

Здесь $u_1(t)$ – закон адаптивного управления, $u_2(t)$ – закон управления, гарантирующий нахождение $y(t)$ в множестве (2), $c(t)$ – вектор настраиваемых параметров, α – положительный коэффициент.

Подставив (8) в (7), получим

$$(9) \quad \dot{\epsilon} = \left(\frac{\partial \Phi(\epsilon, t)}{\partial \epsilon} \right)^{-1} \left(-\alpha \epsilon(t) + k_m[(c^T - c_0^T) \omega(t) + \bar{f}(t) + \epsilon(t)] \right).$$

Теорема 1. Пусть для преобразования (5) выполнены условия (а)-(г), $\partial\Phi(\varepsilon, t)/\partial\varepsilon > 0$ для любых ε и t , а также $\sup\left\{\frac{\partial\Phi(\varepsilon, t)}{\partial\varepsilon}\right\} < \infty$. Тогда для любых $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\gamma > 0$ закон управления (7) вместе с алгоритмом адаптации.

$$(10) \quad \dot{c}(t) = -\beta \left(\frac{\partial\Phi(\varepsilon, t)}{\partial\varepsilon}\right)^{-1} \varepsilon(t)\omega(t) - \gamma c(t)$$

гарантирует принадлежность выходного сигнала $y(t)$ множеству (2).

2.2. Пример

Рассмотрим объект управления (1) с различными коэффициентами в операторах $Q(p)$ и $R(p)$:

$$Q(p) = (p - 1)^3 \text{ и } R(p) = (p + 1)^2,$$

$$Q(p) = p^3 - 5p^2 + 3p - 1 \text{ и } R(p) = 0.5(p + 1)^2,$$

$$Q(p) = p^3 + 5p^2 - 7p + 5 \text{ и } R(p) = 0.5(p + 1)^2,$$

начальными условиями $p^2y(0) = py(0) = y(0) = 4$ и возмущением $f(t) = 5 + 5\sin(1.5t) + 3\cos(0.8t) + d(t)$, где $d(t) = \text{sat}\{\hat{d}(t)\}$, $\text{sat}\{\cdot\}$ – функция насыщения, $\hat{d}(t)$ – белый шум, моделируемый в Matlab Simulink с помощью блока «Band-Limited White Noise» с мощностью шума 1 и периодом дискретизации 0.1.

Качество управления определим функциями $\bar{g}(t) = 4e^{-3t} + 0.1$, $\underline{g}(t) = 3.8e^{-3t} - 0.1$. Зададим в фильтрах (4)

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

В законе управления (7) зададим $\alpha = 1$, $a = 1$ и $k_m = 1$. В алгоритме адаптации (14) зададим $\beta = 1$ и $\gamma = 1$.

Сравним предложенный алгоритм управления с классическим адаптивным управлением [2, 3, 9, 10]. Выберем в данном адаптивном алгоритме те же параметры, что и в предложенном алгоритме.

На рис. 3 приведены результаты переходных процессов для алгоритма [2, 3, 9, 10] и предложенного закона управления при параметрах (а), (б) и (с).

Достоинство предложенного алгоритма, в отличие от [2, 3, 9, 10], очевидно: переходные процессы всегда содержатся в трубке (2), границами которой можно задать качество переходных процессов. Так, полученные процессы почти экспоненциально затухают в предельное множество $(-0.1; 0.1)$ за время 1.5 с., в то время как алгоритмы [2, 3, 9, 10] не контролируемы в плане переходного процесса и времени переходного процесса, а так же невозможно априори определить качество выходной переменной в установившемся режиме.

3. Заключение

В статье применены методы классического адаптивного управления [2, 3, 9, 10] и метод нелинейного управления [4, 7], которые позволили создать новый метод адаптивного управления, гарантирующий заданное качество переходных процессов. Вначале используется метод [4, 7], позволяющий преобразовать задачу с ограничениями к задаче без ограничений. Затем применяется классический метод адаптивного управления [2, 3, 9, 10]. Результаты моделирования подтвердили теоретические выводы и показали, что в классических схемах адаптивного управления при различных параметрах объекта наблюдаются существенно разные неконтролируемые переходные процессы, в то время как в новой схеме управления при тех же параметрах гарантируется почти заданное качество переходных процессов.

Список литературы

1. Ерёмин Е.Л. Алгоритм адаптивной системы управления с явно-эталонной моделью для строго минимально-фазового объекта // Информатика и системы управления. 2004. Т. 8, № 2. С. 157-166.
2. Мирошник И. В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
3. Фрадков А.Л. Кибернетическая физика: принципы и примеры. СПб.: Наука, 2003.
4. Фуртат И.Б., Гуцин П.А. Управление динамическими объектами с гарантией нахождения регулируемого сигнала в заданном множестве // Автоматика и телемеханика. 2021. № 4. С. 121-139.
5. Халил Х.К. Нелинейные системы. Регулярная и хаотическая динамика, 2009.
6. Anderson B.D.O. Adaptive systems, lack of persistency of excitation and bursting phenomena // Automatica. 1985. Vol. 21, No. 3. P. 247-258.
7. Annaswamy A.M., Skantze F.P., Loh A.-P. Adaptive control of continuous time systems with convex/concave parametrization // Automatica. 1998. Vol. 34, No. 1. P. 33-49.
8. Arslan G., Basar T. Disturbance attenuating controller design for strict-feedback systems with structurally unknown dynamics // Automatica. 2001. Vol. 37, No. 8. P. 1175-1188.
9. Campion G., Bastin G. Analysis of an adaptive controller for manipulators: Robustness versus flexibility // Systems & Control Letters. 1989. Vol. 12, No. 3. P. 251-258.
10. Chopra N., Spong M.W. Output Synchronization of Nonlinear Systems with Relative Degree One // Recent Advances in Learning and Control. 2008. Vol. 371. P. 51-64.
11. Farza M., M'saad M., Maatoug T., Kamoun M. Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems // Automatica. 2009. Vol. 45, No. 10. P. 2292-2299.
12. Furtat I.B. Robust synchronization of the structural uncertainty nonlinear network with delay and disturbances // IFAC Proc. Volumes. 2013. Vol. 46, No. 11. P. 227-232.
13. Furtat I., Gushchin P. Nonlinear feedback control providing plant output in given set // International Journal of Control. 2021. <https://doi.org/10.1080/00207179.2020.18613>.
14. Фуртат И.Б., Гуцин П.А., Нгуен Б.Х., Колесник Н.С. Адаптивное управление с гарантией заданного качества регулирования // Управление большими системами. Вып. 102. М.: ИПУ РАН, 2023. С. 44-57. DOI: <https://doi.org/10.25728/ubs.2023.102.3>.
15. Ioannou P.A., Sun J. Robust Adaptive Control. Courier Corporation, 2012.
16. Narendra K.S., Annaswamy A.M. Stable Adaptive Systems. Courier Corporation, 2012.

Приложение. Доказательство теоремы 1

Зададим функцию Ляпунова вида

$$(П1) \quad V = \frac{1}{2} \varepsilon^2 + \frac{k_m}{2\beta} (c - c_0)^T (c - c_0) + H \int_t^\infty \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon(s), s)}{\partial \varepsilon(s)} \right)^{-1} \varepsilon^2(s) ds,$$

где $H > 0$. Найдем полную производную от (П1) по времени с использованием выражений (8) и (10), получим

$$(П2) \quad \dot{V} = \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \varepsilon [-\alpha \varepsilon(t) + k_m \bar{f}(t) + k_m \varepsilon(t)] - k_m \frac{\gamma}{\beta} c^T (c - c_0) - H \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \varepsilon^2(t).$$

Воспользуемся формулой квадрата разности для выведения следующих соотношений:

$$(П3) \quad \begin{aligned} \varepsilon(t) \bar{f}(t) &\leq 0,5 \left(\frac{1}{\nu} \varepsilon^2(t) + \nu \bar{f}^2(t) \right), \\ \varepsilon(t) \varepsilon(t) &\leq 0,5 \left(\frac{1}{\nu} \varepsilon^2(t) + \nu \varepsilon^2(t) \right), \\ c^T (c - c_0) &= 0,5 [(c - c_0)^T (c - c_0) + c^T c - c_0^T c_0]. \end{aligned}$$

Тогда производная функции Ляпунова будет равна:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \left(\frac{\partial \Phi(\varepsilon, t)}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \left[-\alpha \varepsilon^2(t) + 0,5 k_m \left(\frac{1}{\nu} \varepsilon^2(t) + \nu \sup\{\bar{f}^2\} \right) + k_m 0,5 \left(\frac{1}{\nu} \varepsilon^2(t) + \nu \varepsilon^2(t) \right) - H \varepsilon^2(t) \right] - \\ &- k_m \frac{\gamma}{2\beta} [(c - c_0)^T (c - c_0) + c^T c] + \frac{\gamma}{2\beta} c_0^T c_0. \end{aligned}$$

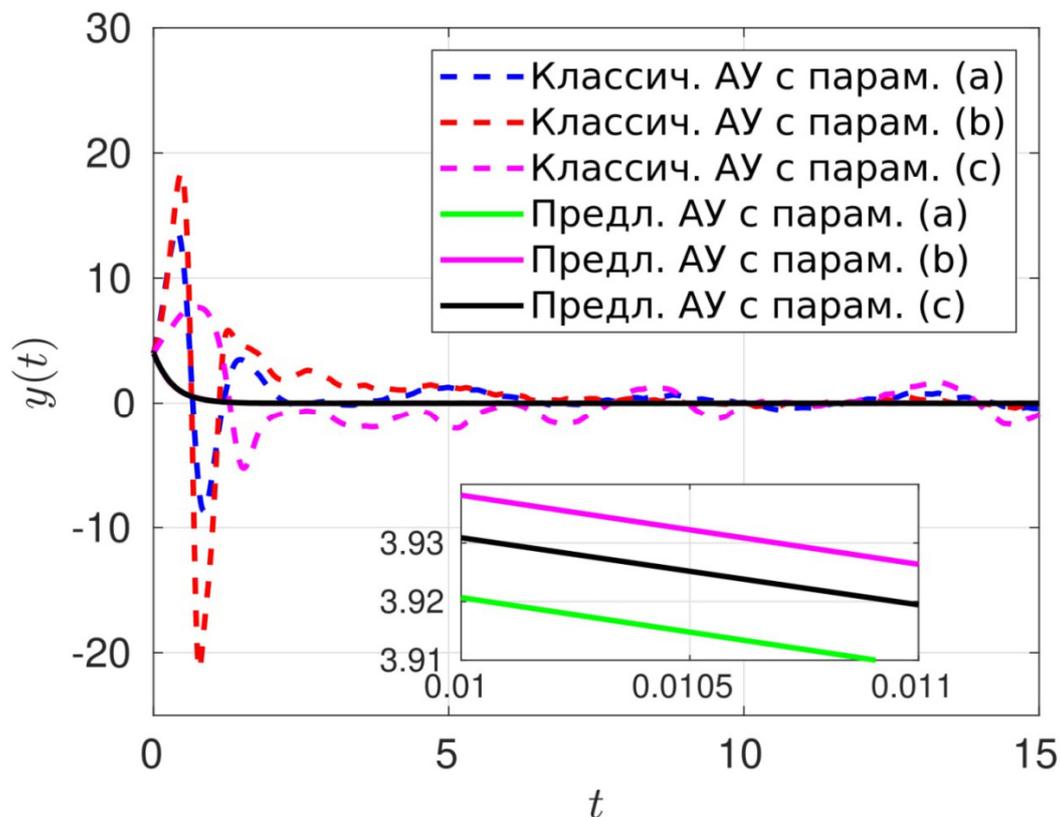
Из предыдущего уравнения следует, что при выполнении условий

$$|\varepsilon| > \sqrt{\frac{0,5k_m v \sup\{\bar{f}\}^2 + \varepsilon^2 (0,5k_m v - H) + \frac{\gamma}{2\beta} c_0^T c_0 \sup\left\{\frac{\partial\Phi(\varepsilon, t)}{\partial\varepsilon}\right\}}{\frac{k_m}{v} - \alpha}},$$

$$\alpha < \frac{k_m}{v},$$

$$H < 0,5k_m v$$

производная функции Ляпунова будет отрицательной. При этом из уравнения видно, что всегда существуют α и H , обеспечивающие это условие. Из условия (b) следует, что преобразование (6) гарантирует выполнение условия (2). Теорема доказана.



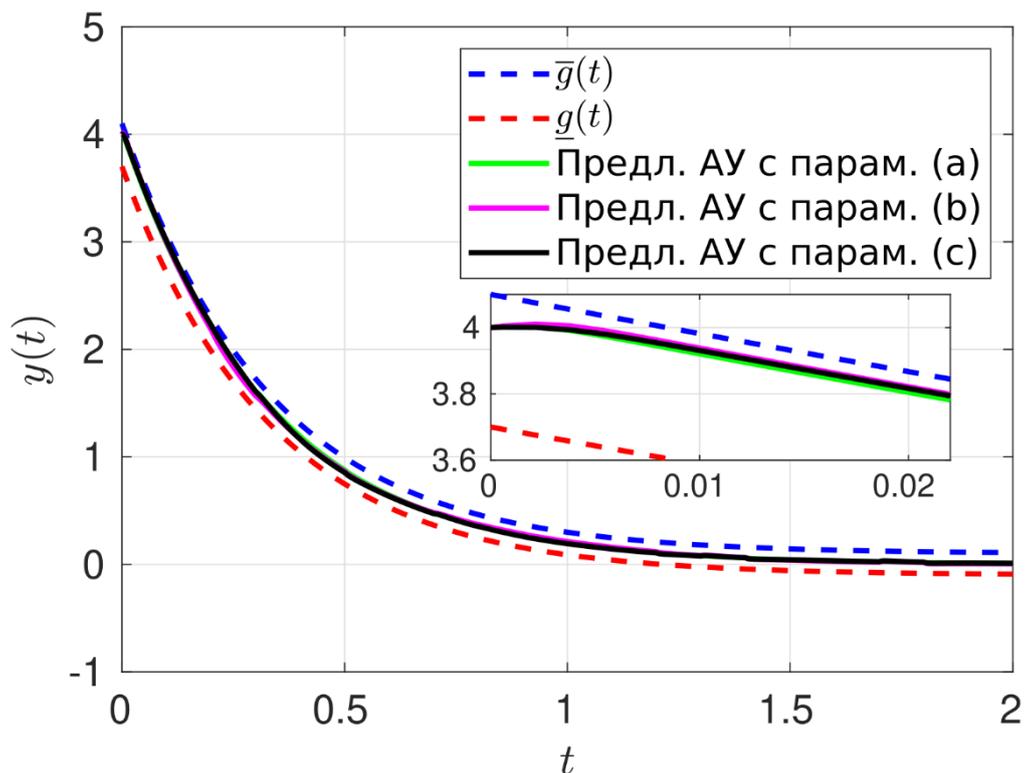


Рис. 2. Сверху изображены переходные процессы для классического адаптивного управления [2, 3, 15, 16] (пунктирные линии) и предложенного адаптивного алгоритма (сплошные линии). Снизу пунктирными линиями изображены графики функций $\bar{g}(t)$ и $\underline{g}(t)$, задающие качество переходных процессов, и сплошными линиями графики выходных сигналов с предложенным адаптивным законом управления.

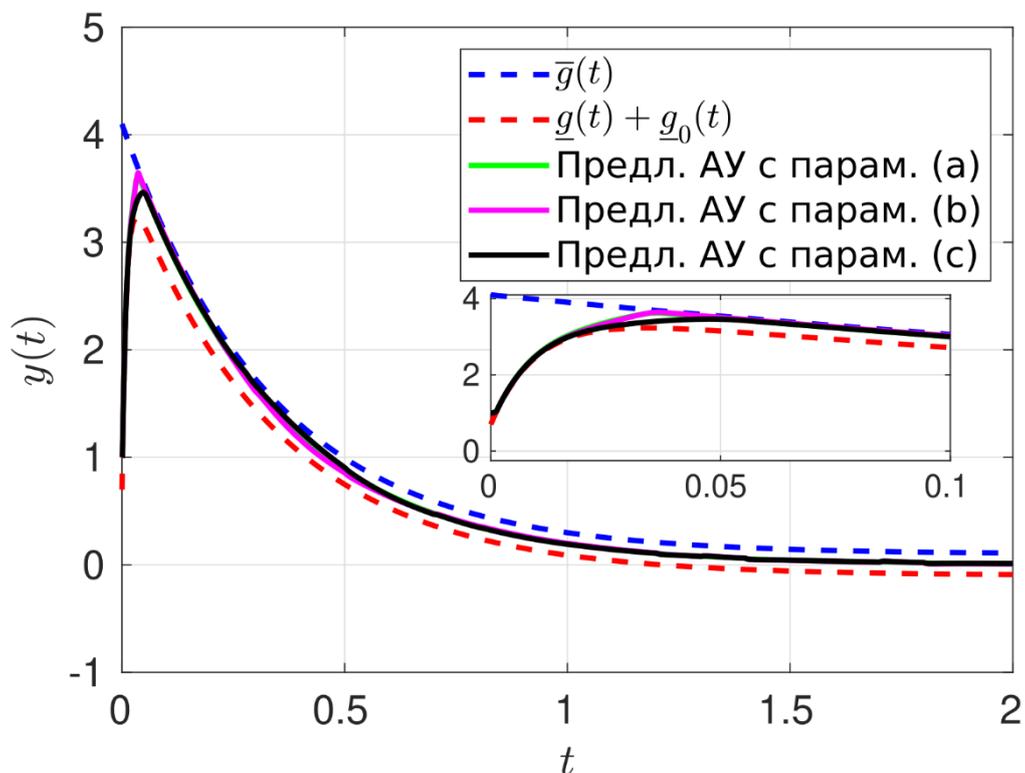


Рис. 3. Переходные процессы для предложенного адаптивного алгоритма (сплошные линии) при $y(0) = 1$. Пунктирными линиями изображены графики функций $\bar{g}(t)$ и $\underline{g}(t) + \underline{g}_0(t)$, задающие качество переходных процессов.