УДК 519.7

МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ РИСКАМИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ПРОТИВОБОРСТВА

А.О. Калашников
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: aokalash@ipu.ru

Е.В. Аникина
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: ajanet@ipu.ru

Ключевые слова: противоборство, теоретико-игровые модели, локальный риск, интегральный риск, статическая когнитивная игра, динамическая когнитивная игра.

Аннотация: На основе предложенного ранее подхода к управлению рисками сложной системы с использованием когнитивной игры для одного игрока разработана общая теоретико-игровая модель, в рамках которой действуют два игрока: A (атакующий) и D (защитник), находящиеся в условиях противоборства. Каждый из них, осуществляет воздействие на систему путем распределения имеющегося в его распоряжении ресурса между ее элементами. Для оценки состояния элементов системы используются функции локального риска, зависящие от количества ресурса, вложенного игроками A и D, а для оценки состояния системы в целом – функция интегрального риска. Рассмотрены случаи, когда оба игрока распределяют весь ресурс на единственном шаге игры (статическая когнитивная игра) и когда распределение ресурсов осуществляется игроками последовательно на нескольких шагах (динамическая когнитивная игра).

1. Введение

Задачи управления рисками сложных систем, в настоящее время, становятся как никогда актуальными и злободневными. Причем, это касается не только активного внедрения уже существующих методов и механизмов, но и развития новых подходов. Однако, за редким исключением, эти новые подходы, реализуются исключительно с традиционных позиций, когда в качестве механизмов управления рисками рассматривается набор независимых цепочек вида: *типовой риск – типовой сценарий – типовые контрмеры*. В основе такого подхода лежит допущение, что события, в рамках которых реализуются типовые риски, происходят независимо друг от друга и, поскольку вероятности таких событий малы, то и вероятностью *одновременного* наступления указанных событий заведомо можно пренебречь. Из данного допущения, в свою очередь, следует, что, поскольку в некоторый период времени реализуется только одно риск-образующее событие, то для его обнаружения, предупреждения и ликвидации его последствий может быть задействован единственный типовой сценарий и использован определенный этим сценарием набор типовых контрмер.

К сожалению, в современных условиях, подобный подход не может считаться удовлетворительным, поскольку в последние несколько десятков лет наступление одних риск-образующих событий может провоцировать непосредственным или опосредованным образом наступление других риск-образующих событий. Такие события, в свою очередь, могут спровоцировать наступление следующих риск-образующих событий и так далее. При этом мы не можем исключать возможности влияния последующих событий на исходные, как в сторону усиления, так и в сторону ослабления связанных с ними рисков.

Таким образом, в настоящее время для эффективного решения задач управления рисками сложных систем необходима разработка моделей, которые позволяют рассматривать риск-образующие события и связанные с ними риски не как «точки» в некотором фазовом пространстве, а как динамическую сеть, узлы которой оказывают на состояние друг друга существенное влияние.

2. Модели управления рисками в условиях противоборства

2.1. Базовая модель

Рассмотрим, следуя в основном [1], сложную систему, состоящую из множества элементов: $S = \{s_1, \dots, s_i, \dots, s_n\}$, $i \in N = \{1, \dots, n\}$ и будем предполагать, что элементы $s_i \in S$, $i \in N$, системы S *могут оказывать* друг на друга определенное воздействие, в том числе, в части *передачи* друг другу связанных с ними *рисков*.

Предположим, что существуют два субъекта: игрок D (защитник, *defender*) и игрок A (атакующий, *attacker*), имеющие несовпадающие интересы относительно состояния системы S. Будем считать, что игроки D и A располагают, соответственно, некоторым объемом *ресурса* $X \geq 0$ и $Y \geq 0$, который они могут произвольным образом распределять между элементами системы S: $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $x_i \geq 0$, $i \in N$, $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq X$ и $y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$, $y_i \geq 0$, $i \in N$, $\sum_{i=1}^{n} y_i \leq Y$. Таким образом, каждому элементу $s_i \in S$, $i \in N$, системы S, будет сопоставлена пара неотрицательных чисел $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$.

Поскольку в рамках модели элементы системы S могут оказывать друг на друга определенное воздействие будем считать, что локальный риск любого элемента $s_i \in S$, $i \in N$, будет, вообще говоря, зависеть от векторов $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ и $y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n$.

Учитывая приведенные выше соображения, определим для каждого элемента $s_i \in S$, $i \in N$, системы S функцию *локального риска* $\rho_i(x, y)$: $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$, зависящую от объемов ресурсов, выделенных игроками D и A и будем описывать состояние системы S *вектор-функцией риска* $\big(\rho_1(x, y), \dots, \rho_n(x, y)\big)$ и функцию *интегрального риска* для состояния системы S: $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i(x, y)$.

В рамках модели будем предполагать, что функции локального риска $\rho_i(\cdot,\cdot)$, $i \in N$, непрерывны, всюду дифференцируемы и обладают следующими свойствами (подробнее см. [1]): неотрицательны, ограниченны и строго монотонны по каждому аргументу: убывают по $(x_1, \dots, x_n)$ и возрастают по $(y_1, \dots, y_n)$.

Обозначим: $\mathcal{X}(X) = \{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i \in N, \sum_{i=1}^{n} x_i \leq X\}$ – множество допустимых распределений ресурса X игроком D и $\mathcal{Y}(Y) = \{(y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n : y_i \geq 0, i \in N, \sum_{i=1}^{n} y_i \leq X\}$ – множество допустимых распределений ресурса Y игроком A.

Будем считать, что в рамках модели:

- *цель защитника*: используя доступный ему ресурс X добиться максимально возможного *снижения* значения интегрального риска $\rho(x, y)$;
- *цель атакующего*: используя доступный ему ресурс Y добиться максимально возможного *увеличения* значения интегрального риска $\rho(x, y)$.

Тогда цель игрока D формально может быть записана в виде:

(1) $$\inf_{x \in \mathcal{X}} \rho(x, y) = \inf_{x \in \mathcal{X}} \sum_{i=1}^{n} \rho_i(x, y),$$

а цель игрока А в виде:

(2) $\sup_{y\in\mathcal{Y}} \rho(x,y) = \sup_{y\in\mathcal{Y}} \sum_{i=1}^{n} \rho_i(x,y)$.

Учитывая (1) и (2) будем считать, что если состоянию системы S описано вектор-функцией риска $(\rho_1(x,y),\dots,\rho_n(x,y))$, то «выигрыш» игрока A: $H_A(x,y)$ равен значению функции интегрального риска: $\rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i(x,y)$, а «выигрыш» игрока D: $H_D(x,y)$ равен значению функции интегрального риска с обратным знаком: $-\rho(x,y) = -\sum_{i=1}^{n} \rho_i(x,y)$. Другими словами, $H_A(x,y) = \rho(x,y) = \sum_{i=1}^{n} \rho_i(x,y)$ и $H_D(x,y) = -\rho(x,y) = -\sum_{i=1}^{n} \rho_i(x,y)$.

Таким образом, модель управления рисками сложной системы в условиях противоборства игроков D и A задается следующим кортежем:

(3) $\langle D, A, X, Y, S = \{s_i\}, \{\rho_i(\cdot,\cdot)\}, \rho(\cdot,\cdot), i \in N, H_A(\cdot,\cdot), H_D(\cdot,\cdot) \rangle$.

2.2. Статическая когнитивная игра

В рамках модели, представленной в разделе 2.1., сделаем следующие дополнительные предположения (подробнее, см. [1]).

Будем считать, что воздействие элементов $s_i \in S$, $i \in N$, системы S друг на друга описано некоторым взвешенным ориентированным графом $G(S,W)$, где S – множество узлов, которое совпадает с множеством элементов системы S, а $W \subseteq S \times S$ – множество направленных дуг $w_{ij} = (s_i, s_j) \in W$, $i \in N$, $j \in N$, которые отражают *влияние* элементов системы S друг на друга. На $G(S,W)$ зададим две функции: $\rho: S \to \mathbb{R}^1$ и $\sigma: W \to \mathbb{R}^1$, где ρ_i, $i \in N$ – «вес» узлов (элементов системы S), а σ_{ij}, $i \in N$, $j \in N$ – «вес» дуг (взаимных влияний элементов системы S друг на друга). Матрица $\Sigma = \|\sigma_{ij}\|$ размера $n \times n$ отражает «интенсивность» влияния i-го элемента системы S на j-й элемент.

Далее, предположим, что оба игрока D и A распределили свои ресурсы по элементам системы S: $x = (x_1,\dots,x_n) \in \mathcal{X}(X)$ и $y = (y_1,\dots,y_n) \in \mathcal{Y}(Y)$ соответственно. Тогда, значения локальных рисков для элементов системы S в нулевой момент времени будут равны: $\rho_1(x,y),\dots,\rho_n(x,y)$. Обозначим их, соответственно, $\rho_i(t=0)$, $i \in N$, зафиксируем этот набор значений и опишем, следуя [1,2], динамику изменений локальных рисков элементов системы S в результате их взаимного влияния друг на друга следующим образом:

(4) $\rho_i(t+1) = \rho_i(t) + \sum_{k=1}^{n} \sigma_{ik}(\rho_i(t) - \rho_i(t-1)), i \in N, t = 0,1,2,\dots$

Система (4) однозначно описывает динамику изменений «весов» элементов системы S в результате их взаимного влияния друг на друга.

Обозначим $\Delta\rho_i(t) = \rho_i(t) - \rho_i(t-1)$ $(\Delta\rho_i(t=0) = \rho_i(t=0))$ – «скорость» изменения «весов» элементов системы S, тогда (4) можно представить в следующем виде:

(5) $\Delta\rho_i(t+1) = \sum_{k=1}^{n} \sigma_{ik}\Delta\rho_i(t), i \in N, t = 0,1,2,\dots$

Приведенные выше описание графа $G(S,W)$ вместе с динамикой изменений «весов» элементов системы S до момента времени t, заданной (4) или (5) будем называть «когнитивной картой» (впервые термин введен в [4]).

Обозначим $\bar{\rho}_i(t) = (\rho_i(0), \rho_i(1),\dots,\rho_i(t))$ – вектор «весов» элемента $s_i \in S$, $i \in N$, системы S до момента времени t, $\bar{P}(t) = (\rho_1(t), \rho_2(t),\dots,\rho_n(t))$ – вектор значений «весов» элементов системы S в момент времени t, $\mathcal{P}(t) = (\bar{P}(0), \bar{P}(1),\dots,\bar{P}(t))$ – матрица динамики изменений значений «весов» элементов системы S до момента времени $t = 0,1,2,\dots$

Обозначим E_n – единичную матрицу размера $n \times n$ и рассмотрим, следуя [1,2] выражение:

(6) $B^t = E_n + \Sigma + \Sigma^2 + \dots + \Sigma^t, t = 1,2,\dots$

Из (4) и (6) следует, что динамика изменений «весов» элементов системы S до момента времени t может быть описана (с учетом введенных выше обозначений) выражением:

(7) $$\bar{P}(t) = B^t\bar{P}(0) + (E_n - B^t)\bar{P}(-1),\ t = 1,2,\dots$$

Тогда, если считать, что $\rho_i(t) \equiv 0$ при $t < 0$ (подробнее см. [2]), то выражение (7) примет вид:

(8) $$\bar{P}(t) = B^t\bar{P}(0),\ t = 1,2,\dots$$

Если матрица Σ такова, что все ее собственные значения содержаться внутри окружности единичного радиуса на комплексной плоскости, то выполнения данного требования достаточно для обеспечения сходимости суммы натуральных степеней матрицы Σ^t при $t \to \infty$ (подробнее см. [2]). Обозначим B^∞ значение суммы (6) при $t \to \infty$, тогда при $t \to \infty$ выражение (8) примет вид:

(9) $$\bar{P}(\infty) = B^\infty\bar{P}(0),$$

где $\bar{P}(\infty) = (\rho_1(\infty), \rho_2(\infty), \dots, \rho_n(\infty))$ – «установившиеся» значения локальных рисков элементов $s_i \in S$, $i \in N$, системы S, которые мы и будем рассматривать, как окончательные.

Тогда «выигрыш» игрока A в ситуации $\left(\rho_1(x,y), \dots, \rho_n(x,y)\right)$ равен: $H_A(x,y) = \sum_{i=1}^n \rho_i(\infty)$, а «выигрыш» игрока D, соответственно: $H_D(x,y) = -\sum_{i=1}^n \rho_i(\infty)$.

Модель, представленную выше, можно назвать *статической игрой на когнитивной карте* или, следую [1,2], *статической когнитивной игрой*.

В описанной выше модели имеются: два *игрока*: A (атакующий) и D (защитник); два набора *стратегий*: $\mathcal{X}(X) = \{x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_i \geq 0, i \in N, \sum_{i=1}^n x_i \leq X\}$ – множество стратегий игрока D и $\mathcal{Y}(Y) = \{y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n : y_i \geq 0, i \in N, \sum_{i=1}^n y_i \leq X\}$ – множество стратегий игрока A, которые образуют *ситуацию* в игре (x,y); две функции выигрыша: $H_A(x,y) = \sum_{i=1}^n \rho_i(\infty)$ и $H_D(x,y) = -\sum_{i=1}^n \rho_i(\infty)$, игроков A и D соответственно. Таким образом, следую [5] можно считать, что задана *бескоалиционная игра в нормальной форме*. При этом, переход от ситуации игры к функциям выигрыша, вообще говоря, задается некоторым *оператором* $\mathcal{F}^\infty[G(S,W), \rho, \sigma]$, в качестве которого выступает когнитивная карта, описанная графом $G(S,W)$ и двумя функциями: $\rho: S \to \mathbb{R}^1$ и $\sigma: W \to \mathbb{R}^1$. Дополнительно отметим, что поскольку в нашем случае функции выигрыша игроков A и D связаны отношением: $H_A(x,y) = -H_D(x,y)$, то имеет место *антагонистическая* игра [5].

Таким образом, будем полагать, что имеет место статическая когнитивная игра в нормальной форме, если задан следующий кортеж:

(10) $$\langle D, A, \mathcal{X}(X), \mathcal{Y}(Y), \mathcal{F}^\infty[G(S,W), \rho, \sigma], H_A(\cdot,\cdot), H_D(\cdot,\cdot) \rangle.$$

Перейдем теперь к обобщению статической когнитивной игры на динамический случай.

2.3. Динамическая когнитивная игра

Пусть, как и раньше, задана последовательность дискретных моментов времени, в которые производится управление системой S, и момент окончания игры T: $t = 0,1,2,\dots,T$. Обозначим $\bar{x}(T) = (x(0), x(1), \dots, x(T))$ и $\bar{y}(T) = (y(0), y(1), \dots, y(T))$ – последовательность распределения ресурсов игроками D и A по элементам системы S в моменты времени t, соответственно. Будем считать, что в любой момент времени t игрокам D и A доступен для распределения объем ресурса $X = X(t)$ и $Y = Y(t)$, соответственно, и $x(t) \in \mathcal{X}(X(t))$ и $y(t) \in \mathcal{Y}(Y(t))$. Выбор векторов $\bar{x}(T)$ и $\bar{y}(T)$ может производится игроками последовательно (многократно), когда в момент времени t выбираются значения $x(t)$ и $y(t)$, или единовременно (однократно), когда сразу выбираются вектора $\bar{x}(T)$ и $\bar{y}(T)$.

Используя введенные выше обозначения, будем считать, что, значения локальных рисков для элементов системы S в нулевой момент времени будут равны $\rho_i(0) = \rho_i(0,0),\ i \in N$.

Далее, динамика изменения состояния системы S, с учетом выражений (4) и (8) может быть, следуя [1,2], описана в виде системы разностных уравнений:

(11) $$\bar{P}(t+1) = \bar{P}(t) + \mathcal{F}^t(\bar{P}(t), \bar{P}(t-1), x(t), y(t)),\ t = 1,2,\dots,T,$$

где $\mathcal{F}^t(\bar{P}(t), \bar{P}(t-1), x(t), y(t))$ – некоторая *известная* вектор функция, зависящая от предыдущего и текущего состояния системы S и действий игроков D и A.

Функции выигрыша игроков D и A в общем случае будут зависеть от финального состояния системы $\bar{P}(T)$ и последовательности их действий $\bar{x}(T)$ и $\bar{y}(T)$: $H_A(T) = H_A\big(\bar{P}(T), \bar{y}(T)\big)$ и $H_D(T) = H_D\big(\bar{P}(T), \bar{x}(T)\big)$, соответственно.

Таким образом, пусть заданы: два *игрока*: A (атакующий) и D (защитник); последовательность дискретных моментов времени, в которые производится управление системой S, и момент окончания игры T: $t = 0,1,2,\dots,T$; последовательность действий по распределению ресурсов игроками D и A по элементам системы S в момент времени t: $\bar{x}(T) = (x(0), x(1), \dots, x(T))$ и $\bar{y}(T) = (y(0), y(1), \dots, y(T))$; динамика изменения состояния системы S: (11) и две функции выигрыша: $H_A(T) = H_A\big(\bar{P}(T), \bar{y}(T)\big)$ и $H_D(T) = H_D\big(\bar{P}(T), \bar{x}(T)\big)$, игроков A и D соответственно. Тогда, следуя [1,2], можно считать, что задана *динамическая когнитивная игра*. Если при этом функции выигрыша связаны отношением: $H_A(T) = -H_D(T)$, то имеет место *антагонистическая* игра.

Таким образом, будем полагать, что имеет место динамическая когнитивная игра, если задан следующий кортеж:

(12) $$\langle D, A, \mathcal{X}\big(X(t)\big), \mathcal{Y}\big(Y(t)\big), \mathcal{F}^t, H_A(T), H_D(T), t = 0,1,2,\dots,T \rangle.$$

3. Заключение

На основе предложенного ранее в [1] подхода к управлению рисками сложной системы с использованием когнитивной игры для одного игрока разработана общая теоретико-игровая модель, в которой два игрока: атакующий и защитник, находящиеся в условиях противоборства и имеющие несовпадающие интересы осуществляют воздействие на систему путем распределения имеющегося в их распоряжении ресурса. Рассмотрены случаи, когда оба игрока распределяют весь ресурс на единственном шаге игры (статическая когнитивная игра) и когда это происходит последовательно на нескольких шагах (динамическая когнитивная игра).

Список литературы

1. Калашников А.О., Аникина Е.В. Управление информационными рисками сложной системы с использованием механизма «когнитивной игры» // Вопросы кибербезопасности. 2020. № 4 (38). С. 2-10.
2. Новиков Д.А. «Когнитивные игры»: линейная импульсная модель // Проблемы управления. 2008. № 3. С. 14-22
3. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986. 496 с.
4. Tolman E. Cognitive Maps in Rats and Men // Psychological Review. 1948. No. 55. P.189-208.
5. Воробьев Н.Н. Основы теории игр. Бескоалиционные игры. М.: Наука, 1984. 496 с.