

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИСКРЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Д.Х. Нго

Факультет систем управления и робототехники, Университет ИТМО

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, 49

E-mail: hiennnd@itmo.ru

Ключевые слова: Адаптивное управление, неопределенные мультисинусоидальные параметры; линейная дискретная система с переменными параметрами; DT-DREM.

Аннотация: В этой статье мы разрабатываем метод управления для класса линейных дискретных систем с переменными параметрами с неопределенными мультисинусоидальными параметрами и без помех. Неопределенные мультисинусоидальные параметры будут точно оценены с помощью DT-DREM, а алгоритм управления обеспечит стабильность системы при следовании за опорным сигналом. Результаты оцениваются с помощью моделирования в MATLAB/Simulink.

1. Введение

В последние годы наблюдается растущий интерес к задачам адаптивного управления системами с переменными параметрами. В работе [1] авторами предложено решение для управления системами с неопределенными периодическими коэффициентами в непрерывных системах. Изменяемый параметр представляет собой синусоидальную функцию с неизвестными параметрами, число которых известно только. Этот параметр невозможно измерить напрямую. Авторы использовали набор наблюдателей в качестве внутренней модели [2], а также Backstepping-контроллер с высокочастотным регулятором [3]. В данной работе мы предлагаем новый метод адаптивного управления для дискретных систем с неопределенными мультисинусоидальными параметрами. Метод разработан на основе работы [4], в которой предложен метод точной оценки частоты мультисинусоидального сигнала с использованием алгоритма DREM [5]. В данной работе мы используем алгоритм DT-DREM [6–8] для дискретных систем, который является адаптивным алгоритмом оценки. Кроме того, в работе [9]

показано, что свойства сохранения возбуждения сохраняются при использовании фильтра Крайзельмейера для расширения функции линейной регрессии (LRE). Предложенный алгоритм расширит уравнение линейной регрессии с помощью фильтра Крайзельмейера и оценит неизвестный вектор констант с помощью оценки DT-DREM, а именно амплитудную (\hat{A}_i), частотную ($\hat{\omega}_i$) и фазовую ($\hat{\varphi}_i$) составляющие мультисинусоидального параметра. Эти оценки используются для восстановления исходного неизвестного параметра. Таким образом, алгоритм обеспечивает устойчивость системы. Метод был реализован и протестирован на численном примере. Результаты моделирования подтверждают, что метод обеспечивает высокую точность управления и устойчивость системы.

2. Постановка задачи

Рассмотрим дискретную скалярную систему, заданную следующим образом:

$$(1) \quad x(k+1) = \psi(k)x(k) + u(k),$$

где $x(k) \in \mathbb{R}$ является выходом с начальным условием $x(0)$, $u(k) \in \mathbb{R}$ является управляющим сигналом, $\psi(k)$ является неизвестным параметром согласно предположению 1.1.

Для системы принимаются следующие предположения:

Предположение 1. Модель системы (1) такова, что:

1.1 Параметры $\psi(k)$ могут быть представлены в виде:

$$(2) \quad \psi(k) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i k T_s + \varphi_i), \quad i = \overline{1, n}$$

являются мультисинусоидальными сигналами с неизвестной амплитудой A_i , частотой ω_i , фазой φ_i и гармониками. Максимальное количество гармоник n известно; T_s время дискретизации (секунда) и Известны верхние и нижние пределы ω_i и удовлетворяют: $\omega_{min} \leq \omega_i \leq \omega_{max}$ и $\omega_i \geq \omega_j, \forall i \geq j$.

1.2 Система управляема и Состояние $x(k)$ доступно для измерения. ■

Цель состоит в том, чтобы разработать закон управления, который удовлетворяет следующим требованиям:

- Ошибка управления удовлетворяет уравнению:

$$(3) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\varepsilon(k)| = \lim_{k \rightarrow \infty} |x_m(k) - x(k)| = 0.$$

где $x_m(k)$ является эталонным сигналом.

- $\hat{\omega}_i(k)$, $\hat{A}_i(k)$, $\hat{\varphi}_i(k)$ удовлетворяют уравнениям:

$$(4) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\omega_i - \hat{\omega}_i(k)| = 0; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |A_i - \hat{A}_i(k)| = 0; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\varphi_i - \hat{\varphi}_i(k)| = 0.$$

3. Решение задачи

Чтобы лучше понять процесс реализации и упростить вычисления, мы рассмотрим случай синусоидальной гармонической функции с $n = 2$, то есть: $\psi(k) = A_1 \sin(\omega_1 k T_s + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 k T_s + \varphi_2)$. Для упрощения математических формул мы вводим новые обозначения: $X_i = x(k - i)$; $U_i = u(k - i)$, $\Psi_i = \psi(k - i) = \frac{X_{i-1} - U_i}{X_i}$.

3.1. Оценка $\hat{\omega}_i$

Предложение 1.

$$(5) \quad [\Psi_3 - 2c_1 \Psi_2 + \Psi_1] \cdots [\Psi_3 - 2c_n \Psi_2 + \Psi_1] = 0$$

где $c_i = \cos(\omega_i T_s)$ являются константами, $i = \overline{1, n}$; Операции умножения понимаются следующим образом: $\Psi_i \times \Psi_j = \Psi_{i+j}$, например: $\Psi_3 \times \Psi_2 = \Psi_5 = \psi(k-5)$.

Доказательство предложения 1 для дискретной системы аналогично доказательству для непрерывной системы, которое можно найти в [4, Предложение 1].

В случае $n = 2$, реализуя уравнение (5), получаем следующее линейное уравнение регрессии (LRE):

$$(6) \quad \mathcal{Y}(k) = \Delta(k)\Theta,$$

где $\mathcal{Y}(k) = \text{adj}\{\Phi_H(k)\} \times Y_H(k) \in \mathbb{R}^n$, а $\Delta(k) = \det\{\Phi_H(k)\} = \text{adj}\{\Phi_H(k)\} \times \Phi_H(k) \in \mathbb{R}$, с: $Y_H = H(z) [\Phi_x(k)y_x(k)]$; $\Phi_H = H(z) [\Phi_x(k)\Phi_x^\top(k)]$ и $H(z) = \frac{1-\lambda}{z-1-\lambda}$, где $\lambda \in (0, 1)$, и

$$\begin{cases} y_x(k) = X_1 X_2 X_3 X_4^2 + 2X_1 X_2^2 X_4 X_5 - U_1 X_2 X_3 X_4 X_5 \\ \quad - 2U_3 X_1 X_2 X_4 X_5 - U_5 X_1 X_2 X_3 X_4 + X_0 X_2 X_3 X_4 X_5 \\ \phi_1(k) = 2X_4 X_5 X_1^2 X_3 + 2X_5 X_1 X_2 X_3^2 - 2U_4 X_5 X_1 X_2 X_3 \\ \quad - 2U_2 X_4 X_5 X_1 X_3 \\ \phi_2(k) = 4X_4 X_5 X_1 X_2^2 - 4U_3 X_4 X_5 X_1 X_2 \\ \Theta = [\theta_1, \theta_2]^\top = [c_1 + c_2, -c_1 c_2]^\top. \end{cases}$$

Уравнение LRE (6) может быть использовано для оценки theta с помощью алгоритма DREM для дискретных систем, как показано в [6, 7].

Предложение 2. Дискретный оценщик с использованием DREM (DT-DREM)

$$(7) \quad \hat{\theta}_i(k+1) = \hat{\theta}_i(k) + \frac{\Delta(k)}{\gamma_i + \Delta^2(k)} [\mathcal{Y}_i(k) - \Delta(k)\hat{\theta}_i(k)]$$

где $\gamma_i \in (0, 1)$ – коэффициент усиления. ■

Ошибка оценки параметра $\tilde{\theta}(k) \triangleq \theta - \hat{\theta}(k)$ выражается следующим образом:

$$(8) \quad \tilde{\theta}_i(k+1) = \frac{1}{1 + \frac{\Delta^2(k)}{\gamma_i}} \tilde{\theta}_i(k)$$

Норма вектора ошибки параметра $\tilde{\theta}(k)$:

$$(9) \quad \left| \tilde{\theta}_i(k_b) \right| \leq \left| \tilde{\theta}_i(k_a) \right| \quad \forall k_b \geq k_a \in \mathbb{Z}_{\geq 0}; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}_i(k)| = 0 \Leftrightarrow \Delta(k) \notin \ell_2$$

Замечание 1. Сходимость можно ускорить, уменьшая γ_i . Если $\Delta(k) \in \mathcal{PE}$, то $\hat{\theta}_i(k)$ сходится экспоненциально..

Вычисление $\hat{\omega}_i$:

$$(10) \quad \hat{\omega}_{1,2}(k) = \frac{1}{T_s} \arccos(\hat{c}_{1,2}); \quad \hat{c}_1 = \frac{\hat{\theta}_1 \pm \sqrt{\hat{\theta}_2^2 + 4\hat{\theta}_2}}{2}; \quad \hat{c}_2 = \hat{\theta}_1 - \hat{c}_1$$

Следствие 1. Из уравнений (8) и (9) также легко получить следующее соотношение:

$$(11) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}_i(k)| = 0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\omega}_i(k)| = 0$$

3.2. Оценка \hat{A}_i и $\hat{\varphi}_i$

С точки зрения $\psi(k) = \sum_{i=1}^n A \sin(\omega k T_s) \cos(\varphi) + \sum_{i=1}^n A \sin(\varphi) \cos(\omega k T_s)$, мы можем легко получить следующее линейное уравнение регрессии:

$$(12) \quad \mathcal{Y}(k) = \Delta(k)\beta,$$

где $\mathcal{Y}(k) = \text{adj}\{\Phi_K(k)\} \times Y_K(k) \in \mathbb{R}^n$, и $\Delta(k) = \det\{\Phi_K(k)\} \in \mathbb{R}$, с $Y_K = H(z) [\Phi_a(k)y_a(k)]$; $\Phi_K = H(z) [\Phi_a(k)\Phi_a^\top(k)]$; $y_a(k) = x(k) - u(k-1)$; и

$$\Phi_a = \begin{bmatrix} \sin(\hat{\omega}_1(k-1)T_s) \\ \cos(\hat{\omega}_1(k-1)T_s) \\ \sin(\hat{\omega}_2(k-1)T_s) \\ \cos(\hat{\omega}_2(k-1)T_s) \end{bmatrix} x(k-1); \quad \beta = \begin{bmatrix} A_1 \cos(\varphi_1) \\ A_1 \sin(\varphi_1) \\ A_2 \cos(\varphi_2) \\ A_2 \sin(\varphi_2) \end{bmatrix}$$

Подобно оценке $\hat{\omega}_i$, мы продолжаем использовать DT-DREM в уравнении (7) для линейного уравнения регрессии (12), из которого мы получим \hat{A}_i and $\hat{\varphi}_i$.

Следствие 2. Аналогично следствию 1, мы легко получаем следующее соотношение:

$$(13) \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{A}_i(k)| = 0; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\varphi}_i(k)| = 0$$

3.3. Синтез стабилизирующего управления

Неизвестный параметр $\hat{\psi}(k)$ системы может быть восстановлен с помощью оценок $\hat{A}_i, \hat{\omega}_i, \hat{\varphi}_i$ следующим образом: $\hat{\psi}(k) = \sum_{i=1}^n \hat{A}_i \sin(\hat{\omega}_i k T_s + \hat{\varphi}_i)$ Из (1), можно представить систему в следующем виде:

$$x(k+1) = \hat{\psi}(k)x(k) + \tilde{\psi}(k)x(k) + u(k),$$

Выбрав закон управления следующим образом: $u(k) = x_m(k+1) - \hat{\psi}(k)x(k)$

Для проверки устойчивости замкнутой системы (1) рассмотрим следующую точку зрения: $\varepsilon(k+1) = x_m(k+1) - x(k+1)$

$$\varepsilon(k+1) = x_m(k+1) - \hat{\psi}(k)x(k) - \tilde{\psi}(k)x(k) - u(k) = -\tilde{\psi}(k)x(k).$$

Учитывая (11) (13), получаем: $\lim_{k \rightarrow \infty} |\tilde{\psi}(k)| = 0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} |\varepsilon(k)| = 0$.

4. Пример

Рассмотрим систему (1) с нулевыми начальными условиями и изменяющимися во времени параметрами с неизвестными амплитудами, фазами, частотами и числом гармоник $n = 2$ следующим образом: $\psi(k) = 0.12 \sin(0.1\pi k T_s + \frac{\pi}{10}) + 0.11 \sin(0.2\pi k T_s + \frac{\pi}{20})$ где $T_s = 0,5$ секунды - период дискретизации, и удовлетворяет предположению 1.1 при $\omega_{min} = 0.05$; $\omega_{max} = 1.57$; Задача заключается в разработке регулятора для управления выходом системы в соответствии с эталонным сигналом $x_m(k) = 1.0 \sin(0.1\pi k T_s)$. Выберем $H(z)$ с $\lambda = 0.4$ и $\gamma_i = 1e^{-30}$ для DT-DREM. Результаты моделирования представлены на рис.1, рис.2 и рис.3.

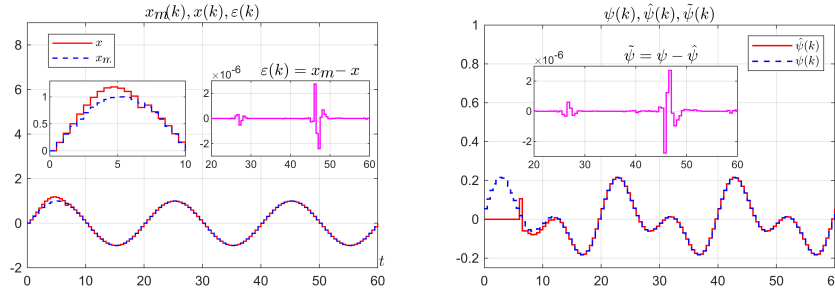


Рис. 1. Отклик системы с обратной связью и предполагаемая ошибка $\hat{\psi}(k)$

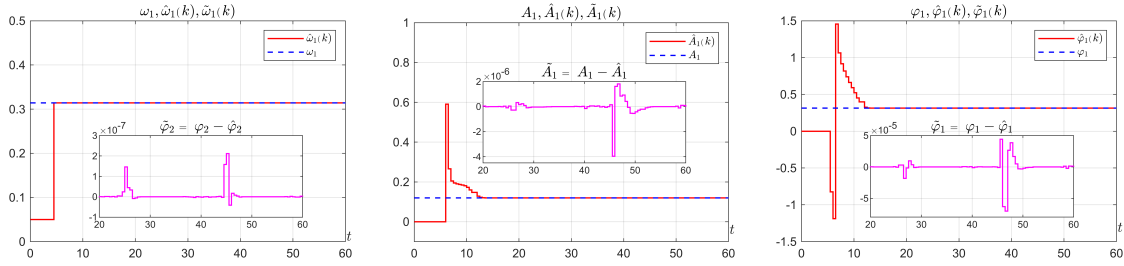


Рис. 2. Оценка $\hat{\omega}_1, \hat{A}_1, \hat{\varphi}_1$ и ошибка оценки

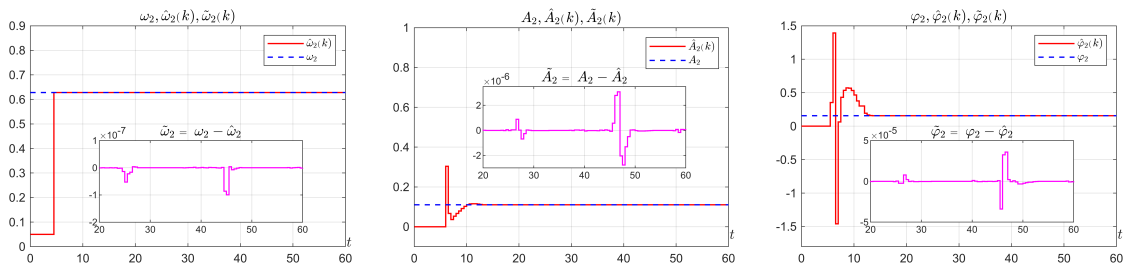


Рис. 3. Оценка $\hat{\omega}_2, \hat{A}_2, \hat{\varphi}_2$ и ошибка оценки

5. Заключение

Проведенные исследования показали, что предложенный метод адаптивного управления для дискретных систем с неопределенными мультисинусоидальными

параметрами обеспечивает высокую точность и устойчивость.

Результаты моделирования, представленные на рисунках 2 и 3, подтверждают, что оценки частот $\hat{\omega}_i$, амплитуд \hat{A}_i и фаз $\hat{\varphi}_i$ мультисинусоидального параметра $\hat{\psi}(k)$ асимптотически сходятся к истинным значениям. Это означает, что исходный неизвестный параметр $\hat{\psi}(k)$ также асимптотически корректно оценивается. Благодаря точной оценке параметра $\hat{\psi}(k)$, систематическая ошибка $\varepsilon(k)$ приближается к нулю, обеспечивая тем самым устойчивость системы. Таким образом, поставленная задача адаптивного управления дискретными системами с неопределенными мультисинусоидальными параметрами была успешно решена.

Список литературы

1. Gerasimov D.N., Popov A.S, Ngo D.H, Nikiforov V.O. Adaptive control of LTV systems with uncertain periodic coefficients // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56, No. 2. P. 9185–9190.
2. Nikiforov V.O, Gerasimov D.N. Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Switzerland: Springer Cham. 2022. 358 p.
3. Nikiforov V.O, Gerasimov D.N., Pashenko A.V. Modular adaptive backstepping design with a high-order tuner // IEEE Trans. Automatic Control. 2022. Vol. AC-67, No. 5. P. 2663–2668.
4. Vediakova A.O., Vedyakov A.A., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Gromov V.S. Finite Time Frequency Estimation for Multi-Sinusoidal Signals // European Journal of Control. 2011. Vol. 59. P. 38–46.
5. Aranovskiy S., Bobtsov A.A, Ortega R., and Pyrkin A.A Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. AC-62. P. 3546–3550.
6. Ortega. R, Aranovskiy. S, Pyrkin A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. New Results on Parameter Estimation via Dynamic Regressor Extension and Mixing: Continuous and Discrete-Time Cases // IEEE Transactions on Automatic Control. 2021. Vol. AC-66, No. 5. P. 2265–2272.
7. R. Ortega, Bobtsov A.A., Nikolaev N. Parameter identification with finite-convergence time alertness preservation // IEEE Control Systems Letters. 2022. Vol. 6. P. 205–210.
8. Korotina M., Aranovskiy S., Ushirobira R., Efimov D., Wang J. Fixed-time parameter estimation via the discrete-time drem method // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56. P. 4013–4018.
9. Aranovskiy S., Ushirobira R., Korotina M., Vedyakov A. On preserving-excitation properties of kreisselmeier’s regressor extension scheme // IEEE Transactions on Automatic Control. 2023. Vol. AC-68. P. 1296–1302.