УДК 681.51

АДАПТИВНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ С ГАРМОНИЧЕСКИМ ВОЗМУЩЕНИЕМ И ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В КАНАЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ

О.А. Оськина
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 лит. А
E-mail: ov_oskina@itmo.ru

Н.А. Николаев
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49 лит. А
E-mail: nanikolaev@ itmo.ru

Ключевые слова: адаптивный наблюдатель, оценка параметров, нестационарная система, запаздывание, синусоидальное возмущение.

Аннотация: В работе рассматривается нестационарная система, на которую воздействует возмущение в виде гармонического (мультисинусоидального) сигнала с неизвестными параметрами. Предполагается, что вектор состояния системы измеряется с задержкой. Ставится задача синтеза математического алгоритма, обеспечивающего оценку вектора состояния системы по сигналам, доступным измерению.

1. Введение

Рассматривается задача синтеза наблюдателя переменных состояния для линейных нестационарных систем при наличии запаздывания в канале измерения и влиянии гармонического возмущающего воздействия. Сама по себе задача синтеза наблюдателей для линейных нестационарных систем является актуальной и нетривиальной. Решение проблемы оценивания переменных состояния при наличии гармонических возмущающих воздействий представляет дополнительный интерес, поскольку возмущения подобного типа присутствуют во многих инженерных задачах [1, 2]. Также следует отметить, что задача оценивания параметров гармонических сигналов представляет собой самостоятельную задачу и изучается во многих отраслях науки, включая обработку сигналов, и применяется во множестве приложений, в список которых входят системы точного позиционирования, системы динамического позиционирования для судов, коммуникационные системы. В связи с этим были предложены различные методы для оценивания параметров моно- и мульти-гармонических сигналов в непрерывном времени [3-5], однако интерес к задаче остается актуальным до сих пор.

Целью данной работы является синтез адаптивных наблюдателей для решения задачи оценивания переменных состояния нестационарных систем, подверженных воздействию мультисинусоидального возмущения с неизвестными параметрами по измерениям, поступающих с запаздыванием.

2. Постановка задачи

В работе рассматривается линейная нестационарная система вида:

(1) $$\begin{cases}\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(\delta(t) + u(t))\\ y(t) = x(t-\tau)\end{cases},$$

где $x(t)$ – неизвестный вектор переменных состояния размерности n; $y(t)$ – измеряемый выходной вектор размерности n; $u(t)$ – одномерный известный входной сигнал; $A(t)$ – известная нестационарная матица размерности $n \times n$; B – известный вектор размерности $n \times 1$; τ – известная временная задержка; $\delta(t)$ – неизмеряемое мультигармоническое возмущение вида:

(2) $$\delta(t) = \sum_{i=1}^{m} A_i \sin(w_i t + \varphi_i),$$

где A_i, φ_i, w_i – неизвестные амплитуда, фаза и частота i – той гармоники, т – известное число гармоник.

Известно [6], что сигнал (2) может быть представлен как решение дифференциального уравнения:

(3) $$(p^2 - \theta_1)(p^2 - \theta_2)(p^2 - \theta_3) \dots (p^2 - \theta_m)\delta(t) = 0,$$

где $\theta_i = -w_i^2$, $i = \overline{1,m}$ – постоянные параметры.

Система (3) в пространстве состояний принимает вид линейного генератора вида:

(4) $$\begin{cases}\dot{\xi} = \Gamma\xi\\ \delta(t) = h^{\boldsymbol{T}}\xi\end{cases},$$

где $$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ \theta_1^* & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\\ \theta_m^* & 0 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}_{2m\times 2m}, h = \begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}_{1\times 2m}, \xi(0) = \begin{bmatrix}\xi(0)\\ \dot{\xi}(0)\\ \vdots\\ \xi^{(2m-1)}(0)\end{bmatrix}_{2m\times 1},$$ а

параметры θ_i^* $i = \overline{1,m}$, определяются системой

$$\begin{cases}\theta_1^* = \theta_1 + \theta_2 + \ldots + \theta_m,\\ \theta_2^* = -\theta_1\theta_2 - \theta_1\theta_3 - \ldots - \theta_{m-1}\theta_m,\\ \vdots\\ \theta_m^* = (-1)^{m+1}\theta_1\theta_2\ldots\theta_m\end{cases}.$$

Ставится задача оценки вектора состояния $x(t)$ системы (1) в текущий момент времени. Для получения оценки вектора состояния системы требуется оценка неизмеряемого возмущения $\delta(t)$.

3. Основной результат

Рассмотрим систему (1) в момент времени $t - \tau$. Тогда выражение (1) примет вид:

(5) $$\dot{y}(t) = \dot{x}_\tau = q_\tau + B_\tau\delta_\tau,$$

где $q_\tau = A_\tau x_\tau + B_\tau u_\tau$

Перепишем модель (5) в следующем виде:

(6) $$\dot{y}(t) = q_\tau + \mathrm{B}\delta_\tau \Rightarrow \frac{\mathrm{B^T B}}{\mathrm{B^T B}}\delta_\tau = \frac{\mathrm{B^T}}{\mathrm{B^T B}}(\dot{y}(t) - q_\tau) \Rightarrow \delta_\tau = \frac{\mathrm{B^T}}{\mathrm{B^T B}}(\dot{y}(t) - q_\tau).$$

Для синтеза наблюдателя для δ_τ воспользуемся обобщенным подходом к синтезу наблюдателей, основанным на оценке параметров (GPEBO – Generalized parameter estimation-based observers) [7]. Для этого расширим модель генератора (4):

(7) $$\begin{cases}\dot{\xi}_\tau = \Gamma\xi_\tau \\ \delta_\tau = h^{\mathrm{T}}\xi_\tau\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dot{\xi}_\tau = \Gamma_0\xi_\tau + \Theta^*\delta_\tau \\ \delta_\tau = h^{\mathrm{T}}\xi_\tau\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dot{\xi}_\tau = \Gamma_0\xi_\tau + \Theta^*\delta_\tau + L\delta_\tau - L\delta_\tau \\ \delta_\tau = h^{\mathrm{T}}\xi_\tau\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\dot{\xi}_\tau = (\Gamma_0 - Lh^{\mathrm{T}})\xi_\tau + \Theta^*\delta_\tau + L\delta_\tau \\ \delta_\tau = h^{\mathrm{T}}\xi_\tau\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dot{\xi}_\tau = F\xi_\tau + \Theta^*\delta_\tau + L\delta_\tau \\ \delta_\tau = h^{\mathrm{T}}\xi_\tau\end{cases},$$

где $\Gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{2m\times 2m}$, $\Theta^* = \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_1^* \\ 0 \\ \vdots \\ \theta_m^* \end{bmatrix}_{2m\times 1}$, $F = \Gamma_0 - Lh^{\mathrm{T}}$, L – подобранная матрица обратной связи размерности $2m \times 1$ такая, что система $\dot{\xi}_\tau = (\Gamma_0 - Lh^{\mathrm{T}})\xi_\tau$ является асимптотически устойчивой.

Рассмотрим модель наблюдателя для δ_τ:

(8) $$\begin{cases}\dot{z}_{1\tau} = Fz_{1\tau} + L\delta_\tau \\ \dot{z}_{2\tau} = Fz_{2\tau} + I\delta_\tau\end{cases},$$

где I – единичная матрица размерности $2m \times 2m$

Подставим в (8) выражение, полученное в (6), получим:

(9) $$\begin{cases}\dot{z}_{1\tau} = Fz_{1\tau} + L\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}(\dot{y}(t) - q_\tau) \\ \dot{z}_{2\tau} = Fz_{2\tau} + I\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}(\dot{y}(t) - q_\tau)\end{cases}.$$

Так как $\dot{y}(t)$ не измеряется, введем новые переменные:

(10) $$\begin{cases}\chi_{1\tau} = z_{1\tau} - L\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(t) \\ \chi_{2\tau} = z_{2\tau} - I\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(t)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}z_{1\tau} = \chi_{1\tau} + L\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(t) \\ z_{2\tau} = \chi_{2\tau} + I\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(t)\end{cases}$$

Подставляя (10) в (9) получаем:

(11) $$\begin{cases}\dot{\chi}_1 = Fz_{1\tau} - L\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}q \\ \dot{\chi}_2 = Fz_{2\tau} - I\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}q\end{cases}$$

Также необходимо учитывать начальные условия наблюдателя после введения новых переменных:

$$\begin{cases}\chi_{1\tau}(0) = -L\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(0) \\ \chi_{2\tau}(0) = -I\frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}y(0)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}z_{1\tau}(0) = 0 \\ z_{2\tau}(0) = 0\end{cases}$$

Считаем, что вектор $y(t)$ измеряется, то начальные условия $y(0)$ известны.

Сформируем модель ошибки наблюдателя:

(12) $$\varepsilon_\tau = z_{1\tau} + z_{2\tau}\Theta^* - \xi_\tau\ .$$

Производная ошибки имеет вид:

(13) $$\dot{\varepsilon}_\tau = \dot{z}_{1\tau} + \dot{z}_{2\tau}\Theta^* - \dot{\xi}_\tau = Fz_{1\tau} + L\delta_\tau + (Fz_{2\tau} + I\delta_\tau)\Theta^* - (F\xi_\tau + \theta\delta_\tau + L\delta_\tau) =$$

$$= F(z_{1\tau} + z_{2\tau}\Theta^* - \xi_\tau) = F\varepsilon_\tau.$$

Решение дифференциального уравнения (13) имеет вид:

(14) $$\varepsilon_\tau = \Phi_\tau\varepsilon_\tau(0) = -\Phi_\tau\xi_\tau(0),$$

где Φ_τ – фундаментальная матрица, $\dot{\Phi}_\tau = F\Phi_\tau, \Phi_\tau(0) = I_{2m\times 2m}$.

Выбирая для системы (3) нулевые начальные условия, получаем $\varepsilon(0) = -\xi(0)$.

Приравнивая (12) и (14), подставляя (6), получим уравнение линейной регрессии:

(15) $$h^{\mathrm{T}}z_{1\tau} + h^{\mathrm{T}}z_{2\tau}\Theta^* - \underbrace{h^{\mathrm{T}}\xi_\tau}_{\delta_\tau} = -h^{\mathrm{T}}\Phi_\tau\xi_\tau(0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \delta_\tau - h^{\mathrm{T}} z_{1\tau} = [h^{\mathrm{T}} z_{2\tau} \quad h^{\mathrm{T}}\Phi_\tau] \begin{bmatrix} \Theta^* \\ \xi_\tau(0) \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}(\dot{y}(t) - q_\tau) - {h_\tau}^{\mathrm{T}} z_{1\tau} = [h^{\mathrm{T}} z_{2\tau} \quad h^{\mathrm{T}}\Phi_\tau] \begin{bmatrix} \Theta^* \\ \xi_\tau(0) \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow m_\tau = \Psi_\tau \Theta_\tau,$$
где $m_\tau = \frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}}(\dot{y}(t) - q_\tau) - {h_\tau}^{\mathrm{T}} z_{1\tau}, \Psi_\tau = [h^{\mathrm{T}} z_{2\tau} \quad h^{\mathrm{T}}\Phi_\tau], \Theta_\tau = \begin{bmatrix} \Theta^* \\ \xi_\tau(0) \end{bmatrix}$

Так как $\dot{y}(t)$ не измеряется, применим линейный фильтр $\frac{\lambda}{p+\lambda}$ к обеим частям выражения (15) и получим новое уравнение линейной регрессии:

(16) $$\frac{\lambda}{p+\lambda}[m_\tau] = \frac{\lambda}{p+\lambda}[\Psi_\tau \Theta_\tau] \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}} y_f - \frac{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}} q_{\tau_f} - {h_\tau}^{\mathrm{T}} z_{1\tau_f} = \Psi_{\tau_f}\Theta_{\tau_f} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow m_{\tau_f} = \Psi_{\tau_f}\Theta_{\tau_f}.$$

Вектор Θ_{τ_f} регрессионной модели (16) можно оценить различными методами, например, с помощью метода наименьших квадратов с фактором забывания [8].

Получив оценку возмущения в момент времени $t - \tau$, построим прогноз для оценки возмущения в текущий момент времени t, используя выражение:

(17) $$\hat{\delta}(t) = h^{\mathrm{T}} e^{\hat{\Gamma} t} \hat{\xi}_\tau(0),$$
где $\hat{\Gamma} = \Gamma_0 + \Theta^* h^{\mathrm{T}}$ – оценка матрицы состояния генератора, полученная на предыдущем шаге, $\hat{\xi}_\tau(0)$ – оценка начальных условий вектора состояния.

Получив оценку возмущения $\hat{\delta}(t)$ в текущий момент времени t согласно выражению (17), можно переходить к оценке вектора состояния $x(t)$в текущий момент времени t.

Наблюдатель имеет вид:

(18) $$\begin{cases} \dot{\psi}(t) = \mathrm{A}(t)\psi(t) + \mathrm{B}\big(\hat{\delta}(t) + u(t)\big) \\ \dot{\Phi}_\psi = \mathrm{A}(t)\Phi_\psi \end{cases}.$$

Тогда ошибка наблюдателя (18) имеет вид:

(19) $$\varepsilon_x = \psi(t) - x(t).$$

Производная ошибки (19) имеет вид:

(20) $$\dot{\varepsilon}_x = \mathrm{A}(t)\psi(t) + Bu(t) - \mathrm{A}(t)x(t) - Bu(t) + B\big(\delta(t) - \hat{\delta}(t)\big) = \mathrm{A}(t)\varepsilon_x + B\tilde{\delta}(t).$$

На предыдущем шаге было показано, что оценка $\hat{\delta}(t)$ асимптотически сходится к истинному значению $\delta(t)$, откуда вытекает, что $\lim_{t\to\infty}\tilde{\delta}(t) = 0$. Отсюда для (20) имеем:

(21) $$\dot{\varepsilon}_x = \mathrm{A}(t)\varepsilon_x.$$

Решение (21) имеет вид:

(22) $$\varepsilon_x = \Phi_\psi \varepsilon_x(0) = -\Phi_\psi x(0).$$

Приравнивая (19) и (22) получаем выражение для оценки $x(t)$:

(23) $$\hat{x}(t) = \psi(t) + \Phi_\psi x(0).$$

Так как считаем, что вектор начальных условий$x(0)$ известен, то $\hat{x}(t)$ получаем согласно (23).

4. Заключение

В работе предложен адаптивный алгоритм оценивания вектора состояния линейной нестационарной системы, на которую воздействует неизвестное мультисинусоидальное возмущение, а также при наличии запаздывания в канале измерений. Предложенный алгоритм основывается на подходе GPEBO - предварительной параметризации исходной динамической системы и сведение исходной задаче к задаче оценки неизвестных постоянных параметров. Предложенный алгоритм может быть использован для решения задачи прогнозирования при наличии задержки в канале измерения.

Статья подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант 2019-0898.

Список литературы

1. Alcorta-Garcia E., Zolghadri A., Goupil P. A nonlinear observer-based strategy for aircraft oscillatory failure detection: A380 case study //IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. AES-2011. T. 47, No. 4. P. 2792-2806.
2. Belleter D.J.W., Galeazzi R., Fossen T.I. Experimental verification of a global exponential stable nonlinear wave encounter frequency estimator // Ocean Engineering. 2015. Vol. 97. P. 48-56.
3. Пыркин А.А., Бобцов А.А., Ведяков А.А., Колюбин С.А. Оценивание параметров полигармонического сигнала // Автоматика и телемеханика. 2015. №. 8. С. 94-114.
4. Chen B., et al. Estimation of multi-sinusoidal signals: A deadbeat methodology // 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC). IEEE, 2016. P. 3763-3768.
5. Pin G., et al. Identification of multi-sinusoidal signals with direct frequency estimation: An adaptive observer approach // Automatica. 2019. Vol. 99. P. 338-345.
6. Бобцов А.А., Колюбин С.А., Пыркин А.А. Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // Автоматика и телемеханика. 2010. №. 11. С. 136-148.
7. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized Parameter Estimation-based Observers: Application to Power Systems and Chemical-Biological Reactors // Automatica. 2021. Vol. 129. P. 109635.
8. Ljung L. System identification // Signal analysis and prediction. Boston, MA: Birkhäuser, 1998, P. 163-173.