УДК 681.51

РОБАСНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННЫМ РОБОТОМ ПО ВЫХОДУ С ОЦЕНКОЙ МАТРИЦЫ ИНЕРЦИИ

А.Ю. Живицкий, О.И. Борисов
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, 49, лит А
E-mail: {zhivitckii,borisov}@itmo.ru

Ключевые слова: робот-манипулятор, робастное управление, расширенный наблюдатель, динамическое расширение регрессора.

Аннотация: В работе предложен подход к синтезу алгоритма робастного управления манипулятором по выходу, основанный на замене переменной, что приводит к ослаблению допущения об измеримости матрицы инерции. За счет применения расширенного наблюдателя достигается робастность по отношению к неопределенностям. Условие, гарантирующее сохранение управляемости системы, обеспечивается предварительной оценкой параметров обратной матрицы от матрицы инерции с использованием метода динамического расширения регрессора. Работоспособность алгоритма проиллюстрирована на компьютерном моделировании.

1. Введение

Управление манипуляционным роботом в условиях неопределенности представляет собой важную задачу в современной теории управления. В промышленных системах неизбежно возникают неопределенности, вызванные процессами, связанными с эксплуатацией такими как деградация и износ компонентов, что усложняет задачу управления. Для решения данной задачи применяются адаптивные и робастные методы синтеза регуляторов. В работе [1] рассматривается задача робастного управления по выходу в условиях неопределенностей. Геометрический подход позволяет в определенной степени унифицировать процедуру синтеза управления для нелинейных систем путем их приведения к нормальной форме с помощью соответствующей замены координат, при этом принимается измеримой матрица инерции, что является сильным допущением. Настоящая работа развивает ранее полученный результат [1] за счет новой замены переменных, которая путем модельных преобразований позволяет избежать необходимости онлайн измерения обратной матрицы от матрицы инерции. Вместе с тем предлагается проводить предварительную оффлайн оценку матрицы инерции для получения стационарной оценки, требующейся для расширенного наблюдателя.

2. Постановка задачи

Рассмотрим модель n-звенного манипуляционного робота

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + F\dot{\theta} + g(\theta) = \tau, \tag{1}$$

где $\theta \in \mathbb{R}^n$ – вектор обобщенных координат, $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица инерции, $C(\theta,\dot{\theta}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица Кориолиса, $F \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица коэффициентов вязкого трения, $g(\theta) \in \mathbb{R}^n$ – вектор гравитационных сил, $\tau \in \mathbb{R}^n$ – вектор моментов сил, развиваемых синхронными двигателями с постоянными магнитами, заданный как

$$\tau = \Psi I^{\mathrm{T}} J \mathcal{C}(\theta)\nu, \tag{2}$$

где $\Psi = \mathrm{diag}(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица с физическими параметрами двигателя, $J = \mathrm{diag}(J_0, J_0, \ldots, J_0) \in \mathbb{R}^{2n\times 2n}$ – блочно-диагональная матрица с элементами вида $J_0 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathcal{C}(\theta) = \mathrm{diag}(\mathcal{C}_0(\theta_1), \mathcal{C}_0(\theta_2), \ldots, \mathcal{C}_0(\theta_n)) \in \mathbb{R}^{2n\times n}$ – матрица с элементами вида $\mathcal{C}_0(\theta_k) = \begin{pmatrix} \cos(n_{pk} r_k \theta_k) \\ \sin(n_{pk} r_k \theta_k) \end{pmatrix}$, и $\nu = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$.

Динамика токов синхронных двигателей с постоянными магнитами описывается следующим уравнением

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} L = -IR - J\mathcal{C}(\theta)\Psi\Omega(\dot{\theta}) + V_{\alpha\beta}, \tag{3}$$

где $L = \mathrm{diag}(L_1, L_2, \ldots, L_k) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица индуктивностей статора, $R = \mathrm{diag}(R_1, R_2, \ldots, R_k) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ –матрица сопротивлений обмоток статора, $\Omega(\dot{\theta}) = \mathrm{diag}(\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \ldots, \dot{\theta}_n) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ – матрица обобщенных скоростей, $V_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}(v_{\alpha\beta 1}, v_{\alpha\beta 2}, \ldots, v_{\alpha\beta n}) \in \mathbb{R}^{2n\times n}$ – матрица напряжений $v_{\alpha\beta k} = \begin{pmatrix} v_{\alpha k} & v_{\beta k} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Требуется разработать алгоритм слежения за заданной траекторией $\theta_{\mathrm{ref}}(t)$ по выходу $\theta(t)$, обеспечивающий для сколь угодного малого $\epsilon > 0$ выполнение целевого условия

$$\lim_{t\to\infty} \|\theta_{\mathrm{e}}(t)\| \leqslant \epsilon, \tag{4}$$

где $\theta_{\mathrm{e}}(t) = \theta(t) - \theta_{\mathrm{ref}}(t)$ – сигнал ошибки.

3. Синтез алгоритма робастного управления

В работе [1] показано, как с помощью замены переменных

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \theta - \theta_{\mathrm{ref}}, \\ \xi_2 &= \dot{\theta} - \dot{\theta}_{\mathrm{ref}}, \\ \xi_3 &= \Psi I^{\mathrm{T}} J\mathcal{C}(\theta)\nu - h(\theta,\dot{\theta}) - M(\theta)\ddot{\theta}_{\mathrm{ref}}, \\ z &= \Psi I^{\mathrm{T}} \mathcal{C}(\theta)\nu, \end{aligned} \tag{5}$$

и преобразования Парка модель вида (1)-(3) может быть представлена в строгой нормальной форме вида

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f_0(z, \xi, \Theta_{\mathrm{ref}}), \\ \dot{\xi}_1 &= \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= M^{-1}(\theta)\xi_3, \\ \dot{\xi}_3 &= q(z, \xi, \Theta_{\mathrm{ref}}) + BV_q, \end{aligned} \tag{6}$$

где $B = L^{-1}\Psi$ и $V_q = \begin{pmatrix} v_{q1} & v_{q2} & \dots & v_{qn} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ – вектор напряжений во вращающейся системе координат dq.

Замечание 1. *В статье [1] наряду с заменой переменных предложен алгоритм управления на основе расширенного наблюдателя, который требует полностью известной обратной матрицы от матрицы инерции $M^{-1}(\theta)$, коэффициенты которой могут быть известны не точно или заранее не доступны на этапе проектирования системы.*

Для решения проблемы предлагается произвести новую замену переменных с ξ_1, ξ_2, ξ_3 на ζ_1, ζ_2, ζ_3, заданные как

$$\begin{array}{rcl} \zeta_1 & = & \xi_1, \\ \zeta_2 & = & \xi_2, \\ \zeta_3 & = & M^{-1}(\theta)\xi_3. \end{array} \tag{7}$$

Дифференцируя новые переменные (7), получаем модель в новых координатах

$$\begin{array}{rcl} \dot{z} & = & f_0(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}), \\ \dot{\zeta}_1 & = & \zeta_2, \\ \dot{\zeta}_2 & = & \zeta_3, \\ \dot{\zeta}_3 & = & \bar{q}(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}) + \bar{B}V_q, \end{array} \tag{8}$$

где

$$\begin{array}{rcl} \bar{B} & = & M^{-1}(\theta)B, \\ \bar{q}(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}) & = & \frac{\partial}{\partial t}[M^{-1}(\theta)]M(\theta)\zeta_3 + M^{-1}(\theta)q(z, \xi, \Theta_{\mathrm{ref}}), \\ f_0(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}) & = & -L^{-1}Rz + \bar{\Psi}\Omega(\zeta_2 + \dot{\theta}_{\mathrm{ref}})[M(\theta)\zeta_3 + h(\zeta_1 + \theta_{\mathrm{ref}}, \zeta_2 + \dot{\theta}_{\mathrm{ref}}) \\ & & +M(\zeta_1 + \theta_{\mathrm{ref}})\ddot{\theta}_{\mathrm{ref}}]. \end{array}$$

Выберем базовый закон управления на основе линеаризации обратной связью

$$V_q^* = \bar{B}^{-1}[-\bar{q}(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}) + K\zeta], \tag{9}$$

применяя который к системе (8) получим модель линеаризованной замкнутой системы

$$\begin{array}{rcl} \dot{z} & = & f_0(z, \zeta, \Theta_{\mathrm{ref}}), \\ \dot{\zeta}_1 & = & \zeta_2, \\ \dot{\zeta}_2 & = & \zeta_3, \\ \dot{\zeta}_3 & = & K\zeta, \end{array}$$

где при определенном выборе коэффициентов матрицы K переменные вектора состояния $\zeta(t)$ экспоненциально сходятся к нулю.

Далее вместо базового закона управления (9) выберем робастный закон вида

$$V_q = \mathrm{sat}_\ell[\bar{B}_0^{-1}(-\sigma + K\hat{\xi})], \tag{10}$$

где $\mathrm{sat}_\ell(\cdot)$ – гладкая функция насыщения с уровнем ℓ, B_0 – обратимая матрица такая, что для некоторого числа $\delta_0 < 1$ выполняется условие

$$\delta = \|[\bar{B} - \bar{B}_0]\bar{B}_0{}^{-1}\|_1 \leqslant \delta_0 < 1, \tag{11}$$

$\sigma, \hat{\zeta}$ – состояния расширенного наблюдателя вида

$$
(12) \qquad \begin{array}{rcl}
\dot{\hat{\zeta}}_1 & = & \hat{\zeta}_2 + \kappa A_3(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1), \\
\dot{\hat{\zeta}}_2 & = & \hat{\zeta}_3 + \kappa^2 A_2(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1), \\
\dot{\hat{\zeta}}_3 & = & \sigma + \bar{B}_0 V_q + \kappa^3 A_1(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1), \\
\dot{\sigma} & = & \kappa^4 A_0(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1),
\end{array}
$$

где $\kappa > 0$ – высокий коэффициент усиления, A_0, A_1, A_2, A_3 – матрицы с настроечными коэффициентами.

Замечание 2. *Выполнение условия* (11) *означает, что для реализации управления* (10) *достаточно знать оффлайн оценку обратной матрицы от матрицы инерции $M^{-1}(\theta)$ для получения стационарной оценки $\bar{B}_0$, требующейся для расширенного наблюдателя* (12)

Неизвестные параметры манипулятора могут быть оценены с помощью методов параметрической идентификации. Известно, что динамическая модель робота может быть представлена в виде линейной регрессии [4]

$$
(13) \qquad M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + F\dot{\theta} + g(\theta) = \tau = \phi^\top(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\rho,
$$

где $\phi^\top(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ – регрессор и $\rho = \begin{pmatrix}\rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_i\end{pmatrix}^\top$ – вектор неизвестных параметров, где i – количество неизвестных параметров модели (13).

В работе [3] показано, как при помощи алгоритма оценивания неизвестных параметров на базе динамического расширения регрессора, предложенного в [2], можно получить оценки параметров ρ и восстановить матрицу инерции $\hat{M}(\rho)$, что в конечном итоге позволит получить оценку матрицы $\bar{B}_0$ для наблюдателя (12).

4. Компьютерное моделирование

Рассмотрен 2-звенный плоский манипуляционный робот, динамика которого описывается моделью (1) с вращательными сочленениями, приводимыми в движение синхронными двигателями с постоянными магнитами. В качестве желаемой траектории рассмотрены три типа сигналов: постоянный, гармонический и полиномиальный.

Результаты моделирования показаны на рисунке 1. Как видно, выходные переменные $\theta = \begin{pmatrix}\theta_1 & \theta_2\end{pmatrix}^T$ сходятся сколь угодно близко к задающим сигналам $\theta_{ref} = \begin{pmatrix}\theta_{ref,1} & \theta_{ref,2}\end{pmatrix}^T$, а сигналы ошибок $\theta_e = \begin{pmatrix}\theta_{e,1} & \theta_{e,2}\end{pmatrix}^T$ стремятся в сколь угодно малую область в окрестности нуля для всех типов рассматриваемых задающих сигналов.

5. Заключение

Найденная замена переменных для системы (1) существенно упрощает синтез регулятора по сравнению с подходом, предложенным в [1]. За счет такой параметризации системы, которая исключает нестационарный матричный коэффициент усиления в цепочке интеграторов от входа к выходу, представленный обратной матрицей от матрицы инерции. Предложено проводить требующуюся для

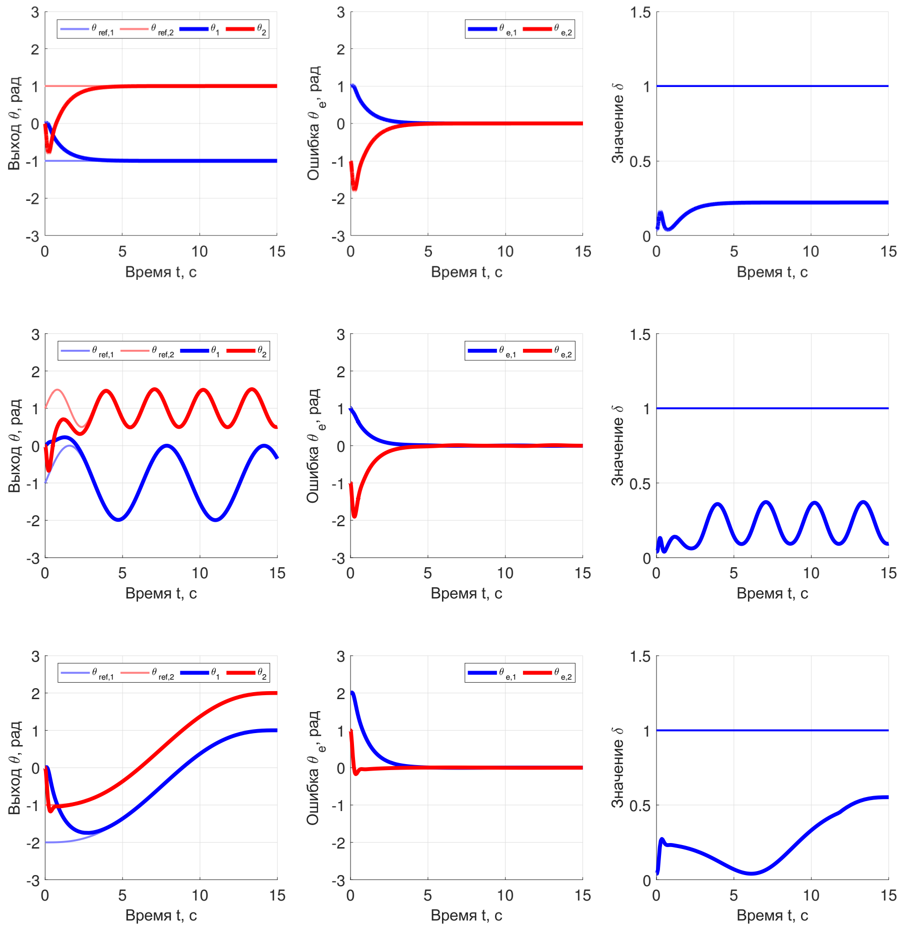

Рис. 1. Результаты моделирования для постоянного, гармонического и полиномиального задающих сигналов

расширенного наблюдателя оффлайн оценку обратной матрицы инерции методом динамического расширения регрессора. Работоспособность предлагаемого алгоритма проиллюстрирована на компьютерном моделировании.

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (паспорт госзадания №2019-0898).

Список литературы

1. Borisov O., Isidori A., Kakanov M., Pyrkin A. Robust tracking control of a robot arm actuated by permanent magnet synchronous motors // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2022. Vol. 32, No. 18. P. 10358-10373.
2. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. AC-62, No. 7. P.3546-3550.
3. Zhivitskii A., Borisov O., Dovgopolik I. Parameter Estimation and Indirect Adaptive Control of a Robot Arm // 2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), Istanbul, Turkey. 2022. P. 1421-1426.
4. Spong M.W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot Modeling and Control // Industrial Robot. 2006. Vol. 33, No. 5. P. 403-403.