УДК 517.977

ОТ АДАПТИВНОГО И РОБАСТНОГО К УПРАВЛЕНИЮ НА ОСНОВЕ АПРИОРНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

М.М. Коган

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Россия, 603900, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

E-mail: mkogan@nngasu.ru

Ключевые слова: неопределенные динамические системы, робастное управление, адаптивное управление, экспериментальные данные, двойственные системы, линейные матричные неравенства.

Аннотация: Развивается новый подход к построению оптимальных законов управления динамическими объектами, основанный на совместном использовании экспериментальных и априорных данных. Теоретически обосновывается и экспериментально подтверждается их преимущество над управлениями на основе только экспериментальных данных и робастными управлениями на основе только априорных данных.

1. Введение

Системы управления динамическими объектами, создающиеся в условиях неопределенности относительно математических моделей объектов и действующих на них возмущений, условно можно разделить на адаптивные, которые преимущественно используют экспериментальные данные, и робастные, которые главным образом проектируются на основе априорных данных о неизвестном объекте. Каждый из этих видов систем имеет свои преимущества и недостатки: к последним в адаптивных системах относятся, в частности, невозможность гарантированной оценки показателя качества полученной замкнутой системы, так как в синтезе не используется информация об области возможных значений истинных параметров объекта, а в робастных системах – в завышенных оценках этого показателя из-за недостаточности априорной информации, так как в этих системах не используется текущая информация. В связи с этим синтез систем управления, который сочетал бы использование экспериментальных и априорных данных, представляется весьма актуальным. Такое управление в англоязычной литературе коротко называется «data-driven», т.е. выведенное по данным [1].

В данном докладе описывается новый подход к построению законов управления по экспериментальным и априорным данным, обеспечивающих оптимальное гашение начального и/или внешнего возмущения для непрерывных или дискретных неопределенных динамических объектов. В его основу положен метод, состоящий в «погружении» неопределенной системы в искусственную расширенную систему с известными уравнениями и с дополнительным возмущением, влияние которого соответствует влиянию неизвестных слагаемых в исходном уравнении объекта. Идея такого искусственного погружения или, другими словами, представления неопределенной системы в виде системы, в обратной связи которой находится блок с неизвестными ограниченными параметрами или неизвестный ограниченный оператор, активно применялась в синтезе робастного управления на основе H_∞-оптимального управления(см. обзор [2]). Однако непосредственное применение такого подхода к синтезу законов управления на основе экспериментальных данных вызывало трудности. В докладе показано, что эта проблема разрешается, если перейти от исходной неопределенной системы к двойственной системе, которую следует «погрузить» в соответствующую расширенную систему. Для реализации такого подхода потребовалось предварительно установить связь между обобщенными H_∞-нормами прямой и двойственной систем. В докладе кратко излагаются основные моменты, связанные с разработанным подходом. С деталями можно познакомиться в [3, 4]. Приводятся результаты математического моделирования, показывающие преимущества управления, полученного по экспериментальным и априорным данным, над управлением, синтезированным только по экспериментальным данным, и управлением, синтезированным только по априорным данным.

2. Постановка задачи

Рассмотрим неопределенную систему вида

$$\begin{aligned} &\partial x(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t), \quad x(0) = x_0, \\ &z(t) = Cx(t) + Du(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где ∂ – оператор дифференцирования в непрерывном случае или оператор сдвига на единицу вперед в дискретном случае, $x(t) \in \mathrm{R}^{n_x}$ – состояние, $u(t) \in \mathrm{R}^{n_u}$ – управление, $w(t) \in \mathrm{R}^{n_w}$ – возмущение, $z(t) \in \mathrm{R}^{n_z}$ – целевой выход. Предполагается, что возмущение $w(t) \in L_2(l_2)$ и матрицы системы A, B, C и D неизвестны. Информация о неизвестных параметрах системы (1) извлекается из конечного набора измерений ее траектории. А именно, в случае дискретной системы измерения ее состояния $x_0, x_1, \ldots, x_N$ и целевого выхода $z_0, \ldots, z_{N-1}$ при выбранных управлениях $u_0, \ldots, u_{N-1}$ и некотором неизвестном возмущении $w_0, \ldots, w_{N-1}$ составляются в матрицы

$$\begin{gathered} \Phi = (x_0 \cdots x_{N-1}), \quad \Phi_+ = (x_1 \cdots x_N), \\ U = (u_0 \cdots u_{N-1}), \quad W = (w_0 \cdots w_{N-1}), \quad Z = (z_0 \cdots z_{N-1}). \end{gathered}$$

В случае непрерывной системы измерения в моменты времени $t_0, \ldots, t_{N-1}$ состояния $x(t_0), \ldots, x(t_{N-1})$, производных состояния $\dot{x}(t_0), \ldots, \dot{x}(t_{N-1})$ и целевого выхода $z(t_0), \ldots, z(t_{N-1})$ при выбранных управлениях $u(t_0), \ldots, u(t_{N-1})$ и некоторых неизвестных возмущениях $w(t_0), \ldots, w(t_{N-1})$ составляются в матрицы

$$\begin{gathered} \Phi = (x(t_0) \cdots x(t_{N-1})), \quad \Phi_+ = (\dot{x}(t_0) \cdots \dot{x}(t_{N-1})), \\ U = (u(t_0) \cdots u(t_{N-1})), \; W = (w(t_0) \cdots w(t_{N-1})), \; Z = (z(t_0) \cdots z(t_{N-1})). \end{gathered}$$

Для матриц с экспериментальными данными в непрерывном и дискретном случаях имеют место соотношения

(2) $$\widetilde{\Phi} = \Delta_{real}\widehat{\Phi} + \widehat{W},$$

в которых

$$\Delta_{real} = \begin{pmatrix} A_{real} & B_{real} \\ C_{real} & D_{real} \end{pmatrix}, \quad \widehat{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi \\ U \end{pmatrix}, \quad \widetilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \Phi_+ \\ Z \end{pmatrix}, \quad \widehat{W} = \begin{pmatrix} W \\ 0 \end{pmatrix}$$

и матрицы с индексом $real$ – неизвестные истинные матрицы объекта. В предположении, что допустимое возмущение в эксперименте удовлетворяет условию $\sum_{i=0}^{N-1} w(t_i)w^{\mathrm{T}}(t_i) = WW^{\mathrm{T}} \leqslant \Omega$, множество матриц Δ порядка $(n_x + n_z) \times (n_x + n_u)$, которые могли бы генерировать полученные в эксперименте матрицы Φ, Φ_+ и Z при выбранных управлениях U и некоторых допустимых возмущениях W, удовлетворяют неравенству $(\widetilde{\Phi} - \Delta\widehat{\Phi})(\widetilde{\Phi} - \Delta\widehat{\Phi}) \leqslant \mathrm{diag}\,(\Omega, 0)$. Обозначим это множество через $\mathbf{\Delta_p}$ и представим неравенством

(3) $$(\Delta \quad I_{n_x+n_z})\,\Psi_1\,(\Delta \quad I_{n_x+n_z})^{\mathrm{T}} \leqslant 0,$$

где матрица Ψ_1 вычисляется по экспериментальным данным. Если информационная матрица $\widehat{\Phi}\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}}$ невырожденна, то множество $\mathbf{\Delta_p}$ представляет собой невырожденный «матричный эллипсоид» с центром в Δ_{LS}, определяемый неравенством

$$(\Delta - \Delta_{LS})(\widehat{\Phi}\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}})(\Delta - \Delta_{LS})^{\mathrm{T}} \leqslant \Gamma,$$

в котором

$$\Gamma = \mathrm{diag}\,(\Omega, 0) + \widetilde{\Phi}[\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}}(\widehat{\Phi}\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}})^{-1}\widehat{\Phi} - I]\widetilde{\Phi}^{\mathrm{T}} \geqslant 0,$$

а $\Delta_{LS} = \widetilde{\Phi}\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}}(\widehat{\Phi}\widehat{\Phi}^{\mathrm{T}})^{-1}$ – оценка неизвестной матрицы Δ_{real} в (2) методом наименьших квадратов.

Далее, пусть имеется априорная информация о том, что неизвестная матрица Δ_{real} удовлетворяет ограничению

$$(\Delta - \Delta_*)(\Delta - \Delta_*)^{\mathrm{T}} \leqslant \rho^2 I, \quad \Delta_* = \begin{pmatrix} A_* & B_* \\ C_* & D_* \end{pmatrix},$$

в котором Δ_* и ρ – заданные матрица и параметр, характеризующие центр и размер области неопределенности. Тогда множество $\mathbf{\Delta_a}$ матриц Δ, согласованных с априорными данными, – это тоже «матричный эллипсоид», который представим неравенством

(4) $$(\Delta \quad I_{n_x+n_z})\,\Psi_2\,(\Delta \quad I_{n_x+n_z})^{\mathrm{T}} \leqslant 0.$$

Таким образом, $\mathbf{\Delta_{set}} = \mathbf{\Delta_p} \bigcap \mathbf{\Delta_a}$ – множество матриц, согласованных с экспериментальными и априорными данными и удовлетворяющих неравенствам (3) и (4). Очевидно, что $\Delta_{real} \in \mathbf{\Delta_{set}}$ (см. рис. 1).

Качество неопределенной системы (1), замкнутой управлением вида $u(t) = \Theta x(t)$, будем оценивать минимальной верхней границей обобщенной H_∞-нормы для всех матриц объекта, согласованных с экспериментальными и априорными данными:

$$\gamma_*(\Theta) = \sup_{\Delta \in \mathbf{\Delta_{set}}} \gamma_{g\infty}(\Delta, \Theta) = \sup_{\Delta \in \mathbf{\Delta_{set}}} \sup_{x_0,\, w} \frac{\|z\|}{\left(x_0^{\mathrm{T}} R^{-1} x_0 + \|w\|^2\right)^{1/2}}.$$

Задача заключается в том, чтобы, не имея и не строя математическую модель системы, синтезировать линейную обратную связь с матрицей параметров Θ, при которой $\gamma_*(\Theta) < \gamma$.

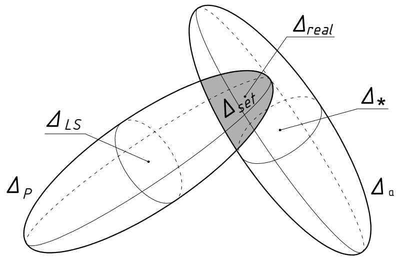

Рис. 1. Множество $\mathbf{\Delta_{set}}$ неизвестных параметров Δ, согласованных с экспериментальными и априорными данными

3. Синтез управления: основные шаги

Уравнения неопределенной замкнутой системы

$$\partial x(t) = (A + B\Theta)x(t) + w(t), \quad z(t) = (C + D\Theta)x(t)$$

представляются в виде

$$\partial x(t) = (I\ 0)\,\Delta \begin{pmatrix} I \\ \Theta \end{pmatrix} x(t) + w(t), \quad z(t) = (0\ I)\,\Delta \begin{pmatrix} I \\ \Theta \end{pmatrix} x(t).$$

Уравнения двойственной системы имеют вид

$$\partial x_a(t) = \begin{pmatrix} I \\ \Theta \end{pmatrix}^{\mathrm T} \Delta^{\mathrm T} \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix} x_a(t) + \begin{pmatrix} I \\ \Theta \end{pmatrix}^{\mathrm T} \Delta^{\mathrm T} \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} w_a(t), \quad z_a(t) = x_a(t). \tag{5}$$

Расширенная система с дополнительными искусственными входом $w_\Delta(t) \in L_2(l_2)$ и выходом $z_\Delta(t)$ определяется уравнениями

$$\partial \widehat{x}(t) = \begin{pmatrix} I \\ \Theta \end{pmatrix}^{\mathrm T} w_\Delta(t), \quad \widehat{z}(t) = \widehat{x}(t), \quad z_\Delta(t) = \begin{pmatrix} I \\ 0 \end{pmatrix} \widehat{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \widehat{w}(t). \tag{6}$$

Заметим, что при $w_\Delta(t) = \Delta^{\mathrm T} z_\Delta(t)$ уравнения (6) совпадают с уравнениями системы (5). Допустим, что дополнительные входной и выходной сигналы в системе (6) при всех $t \geqslant 0$ удовлетворяют двум неравенствам

$$\begin{pmatrix} w_\Delta(t) \\ z_\Delta(t) \end{pmatrix}^{\mathrm T} \Psi_i \begin{pmatrix} w_\Delta(t) \\ z_\Delta(t) \end{pmatrix} \leqslant 0, \quad i = 1, 2. \tag{7}$$

Множество всех таких сигналов $w_\Delta(t)$ обозначим через $\mathbf{W_\Delta}$. Из (3) и (4) следует, что при $w_\Delta(t) = \Delta^{\mathrm T} z_\Delta(t)$ для всех $\Delta \in \mathbf{\Delta_{set}}$ эти неравенства выполняются. Таким образом, $w_\Delta(t) = \Delta^{\mathrm T} z_\Delta(t) \in \mathbf{W_\Delta}$ и, следовательно, система (5) с $\Delta \in \mathbf{\Delta_{set}}$, двойственная исходной неопределенной системе, «погружена» в расширенную систему (6), (7). В результате, верхняя граница обобщенной H_∞-нормы исходной неопределенной системы вычисляется, используя соответствующее свойство заданной расширенной системы.

На рис. 2 для объекта пятого порядка, имеющего 49 неизвестных параметров, приведены графики трех гарантированных оценок обобщенной H_∞-нормы в зависимости от уровня возмущения d в эксперименте, полученные только по априорной информации, только по экспериментальным данным и совместно по априорной информации и экспериментальным данным. Эти результаты говорят о том, что гарантированные оценки нормы замкнутой неопределенной системы, синтезированной при использовании как априорных, так и экспериментальных данных, начиная с некоторого уровня возмущений в эксперименте значительно меньше соответствующих оценок норм замкнутой системы при управлениях, синтезированных только по априорным или только по экспериментальным данным.

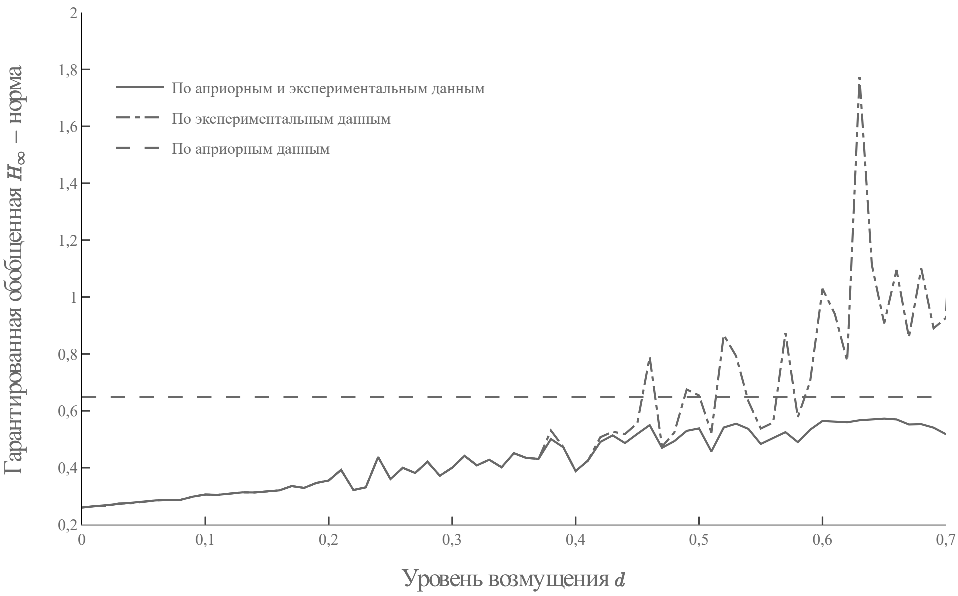

Рис. 2. Гарантированные оценки H_∞-нормы как функции уровня возмущения в экспериментальных данных для различных видов используемой информации

Исследование выполнено за счет Научно-образовательного математического центра “Математика технологий будущего” (соглашение № 075-02-2023-945).

Список литературы

1. Waarde H. J., Eising J., Trentelman H.L., Camlibel M.K. Data Informativity: a New Perspective on Data-Driven Analysis and Control // IEEE Trans. Automat. Control. 2020. Vol. AC-65. No. 11. P. 4753–4768.
2. Petersen I.R., Tempo R. Robust Control of Uncertain Systems: Classical Results and Recent Developments // Automatica. 2014. Vol. 50, No. 5. P. 1315-1335.
3. Коган М.М., Степанов А.В. Синтез субоптимальных робастных регуляторов на основе априорных и экспериментальных данных // Автоматика и телемеханика. 2023. № 8. С. 24-42.
4. Коган М.М., Степанов А.В. Синтез обобщенного H_∞-субоптимального управления по экспериментальным и априорным данным // Автоматика и телемеханика. 2024.