

# АНАЛИЗ РОБАСТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОРНЕВЫХ ПОРТРЕТОВ

**А.А. Несенчук**

*Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси*  
Беларусь, 220012, Минск, ул. Сурганова, 6  
E-mail: anes@newman.bas-net.by

**Ключевые слова:** система автоматического управления, электропривод, неопределенность, робастный дискретный регулятор, анализ, функция параметра корневого годографа.

**Аннотация:** Рассматривается задача исследования устойчивости системы автоматического управления электропривода с неопределенностью интервального характера и робастным дискретным регулятором, синтезированным приближенным методом малого параметра. С целью проведения исследования используется корневой подход, основанный на построении диаграммы распределения функции параметра корневого годографа вдоль границы устойчивости динамической системы, что позволяет получить полное представление о динамике интервальной системы, в том числе о ее поведении на границе устойчивости.

## 1. Введение

Электроприводы являются основным элементом средств автоматизации в промышленности. Поэтому, важное значение имеет усовершенствование систем автоматического управления этими мехатронными устройствами, придание им робастных свойств [1], что позволит повысить качество их функционирования. С целью анализа робастной устойчивости подобных систем может успешно использоваться корневой подход [2,3], основанный на построении корневого портрета и исследовании поведения корней характеристического полинома системы.

В работе [4] подчеркивается, что полиномиальное описание динамики систем во многих случаях является наиболее естественным, а полиномиальные модели дают возможность продемонстрировать два особо важных свойства систем: динамику (поведение) нулей и полюсов в транспарентной (прозрачной) форме. Метод корневого годографа является графоаналитическим, а непосредственно корневой годограф позволяет получить качественную информацию о динамических показателях качества мехатронных объектов.

Данная статья посвящена вопросу использования корневого подхода для анализа робастной устойчивости дискретной системы управления электропривода с робастным регулятором, синтезированным приближенным методом малого параметра [5]. Задача синтеза такой системы с интервальной неопределенностью объекта рассматривается в работе [6]. Здесь параметризация дискретных ПИ-регуляторов в контурах управления током и скоростью производится посредством дискретного робастного синтеза, основанного на  $z$ -преобразовании, разделении движения в контурах на быструю и медленную составляющие и использовании методов малого параметра и временного

масштабирования [5]. Для перехода из дискретной области в непрерывную применяется специальное преобразование [7]. В данной работе для исследования синтезированной системы используется диаграмма распределения функции параметра корневого годографа на границе устойчивости интервальной системы [8].

## 2. Постановка задачи. Динамика исследуемой дискретной системы

Структурная схема исследуемой системы управления электропривода представлена на рис. 1 [6]. Она включает внутренний «быстрый» контур управления током и внешний «медленный» контур управления скоростью  $\omega$ .

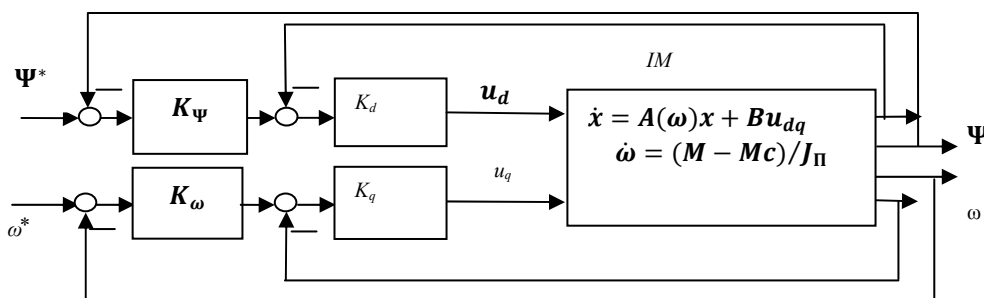


Рис. 1. Структурная схема системы управления электропривода.

Искомые параметры регулятора скорости,  $c_0$  и  $c_1$ , вычислены, исходя из желаемых значений корней  $z_{3,4} = \sigma_s \pm j\nu_s$  характеристического полинома  $N_{S_0}(z)$  системы (1) второй степени, полученного при условии равенства единице передаточной функции «быстрого» контура тока,  $W_C = 1$ , в котором процессы протекают значительно быстрее в сравнении с процессами в контуре скорости. В результате характеристический полином системы приобретает следующий вид [6]:

$$(1) \quad N_{S_0}(z) = (1 - z)^2 + (c_1(1 - z) + c_0 T_C) b_p,$$

где  $c_1$  и  $c_0$  – параметры ПИ-регулятора (пропорционально-интегрального регулятора), которые определяются при синтезе;  $T_C$  – период расчета (период широтно-импульсной модуляции);  $b_p$  – изменяющийся параметр объекта,  $b_p \in [\underline{b}_p, \bar{b}_p]$ .

С целью вычисления корней  $z_{3,4}$  использован метод малого параметра [5] и введен малый параметр  $\varepsilon$ , что означает «малость» корней  $z_{3,4}$  характеристического полинома контура скорости в сравнении с корнями  $z_{1,2}$  характеристического полинома контура тока. Значение малого параметра определялось в пределах  $0 < \varepsilon < 0.5$ .

С использованием имитационного моделирования построены графики переходных процессов в системе, и продемонстрировано, что применение метода малого параметра для синтеза управления в двухконтурной дискретной системе управления электропривода позволяет обеспечить робастность системы [6]. Задача состоит в исследовании (проверке) результатов синтеза с использованием корневого подхода [2, 3], основывающегося на применении точных методов синтеза и анализа.

## 3. Исследование устойчивости интервальной системы с использованием корневых портретов

Для применения корневого подхода с целью исследования результатов синтеза дискретного регулятора было выполнено преобразование комплексного переменного  $z$  в комплексное переменное  $q$ :  $q = (z - 1)$  [6, 7]. Тогда, с учетом контура управления током, характеристический полином системы определен в виде [6]:

$$(2) \quad N_s(q) = q^4 + a_1 q^3 + (a_{20} + B_{2b})q^2 + B a_3 q + B a_4,$$

где  $a_1, a_{20}, a_{2b}, a_3, a_4$  – коэффициенты;  $\underline{b}_p = b_{p_0}, B \in [\underline{B}, \bar{B}], \underline{B} = 1 (B = b_p/b_{p_0})$ .

Поскольку переменные  $q$  и  $s$  могут быть приблизительно приняты пропорциональными [6, 7],  $q \approx T_{CS}$ , полином (2) представим в виде

$$(3) \quad P(s) = s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4,$$

где  $a_j \in [\underline{a}_j, \bar{a}_j], j = 1, \dots, 4$ .

С целью исследования используется диаграмма распределения функции параметра свободного корневого годографа интервальной динамической системы вдоль границы устойчивости [8]. Коэффициент  $a_4$  полинома (3) принимается в качестве параметра корневого годографа.

Интервал изменения коэффициента  $B$  усиления объекта принят равным  $B \in [\underline{B}, \bar{B}] \in [1, 10]$ .

Рассмотрены два следующих варианта вычислений.

*Вариант 1:*  $\varepsilon = 0.05$ ; параметры регуляторов:  $c_0 = 0.156 \cdot 10^{-3}, c_1 = 0.0253$ .

*Вариант 2:*  $\varepsilon = 0.25$ ; параметры регуляторов:  $c_0 = 0.0039, c_1 = 0.1253$ .

Для каждого из вариантов определены номинальные значения и интервалы изменения коэффициентов полинома (3).

Вначале рассмотрим вариант 1.

По варианту 1 вычислены следующие значения границ интервалов изменения (вариации) коэффициентов характеристического полинома системы (3) с учетом интервального характера вариации коэффициента усиления  $B$  объекта:

$$a_0 = 1; a_1 = 0,499; \quad a_2 \in [\underline{a}_2, \bar{a}_2] = [0,0717, 0,1572]; \quad a_3 \in [\underline{a}_3, \bar{a}_3] = [0,0016, 0,016];$$

$$a_4 = [\underline{a}_4, \bar{a}_4] = [9.69 \cdot e - 06, 96.9e - 06].$$

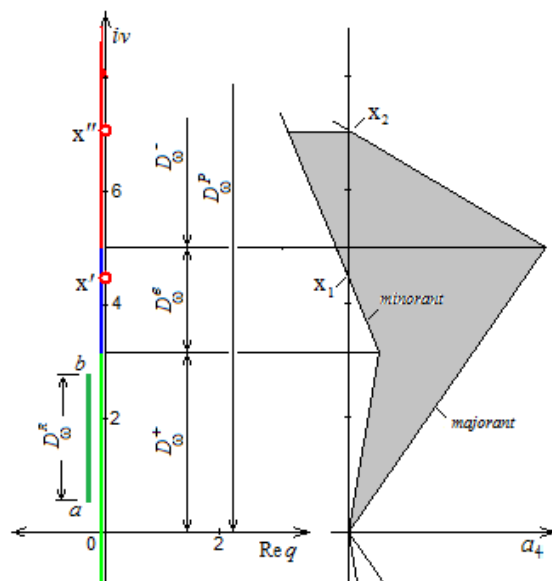
В соответствии с корневым методом, описанным в [8], получена диаграмма распределения значений функции параметра  $f(\omega)$ ,

$$(4) \quad f(\omega) = -\omega^4 + a_2 \omega^2 = a_4,$$

вдоль границы устойчивости для семейства (3), которая эскизно показана на рис. 2.

На рис. 2 бесконечная область  $D_\omega^P$  представляет собой область, в которой ветви корневого годографа семейства (3) потенциально могут пересекать границу асимптотической устойчивости системы, а именно, когда коэффициенты  $a_1$  и  $a_3$  выражения (3) изменяются в пределах бесконечных интервалов значений. Данная область состоит из трех подобластей (областей):  $D_\omega^+$  – возрастания параметра  $a_4$  корневого годографа,  $D_\omega^e$  – экстремальных значений параметра (область экстремумов) и  $D_\omega^-$  – убывания значений параметра. Эти области формируются с использованием таких уравнений, как уравнение параметра и уравнение корневого годографа [8].

В пределах области  $D_\omega^+$  граница устойчивости пересекается только положительными ветвями семейства корневых годографов системы, и семейство начальных точек (полюсов) системы полностью располагается в левой полуплоскости комплексной плоскости корней  $s$ . Функция параметра имеет возрастающий характер. В области  $D_\omega^e$  для определенной части семейства значения параметра вдоль мнимой оси уменьшаются с увеличением координаты  $iv$ , т.е. имеются участки возрастания и убывания функции параметра. В пределах области  $D_\omega^-$  функция параметра для всего семейства уменьшается с увеличением координат  $iv$ , т.е. имеет убывающий характер.



**Рис. 2.** Диаграмма распределения функции параметра вдоль границы устойчивости (вариант 1).

Пересечение границы устойчивости семейством корневых годографов системы в области  $[0, x']$  показывает, что все семейство полюсов системы располагается в левой полуплоскости. Пересечение в области  $[x', x'']$  показывает, что семейство полюсов частично располагается в левой полуплоскости, а частично – в правой полуплоскости, т.е. полюсы корневого портрета системы мигрируют из левой в правую полуплоскость с увеличением координаты  $iv$ . Пересечение в области  $[x'', -\infty]$  показывает, что граница устойчивости пересекается только отрицательными ветвями портрета системы, и это означает, что все полюсы системы мигрировали в правую полуплоскость. Область, ограниченная минорантой и мажорантой функции параметра (4) (на рис. 2 закрашена серым цветом) и расположенная ниже координаты  $x''$ , показывает характер распределения значений параметра корневого годографа вдоль границы устойчивости для всего интервального семейства в целом.

На диаграмме также присутствует так называемая реальная область пересечений  $D_{\omega}^R$  (рис. 2), которая формируется при пересечении границы устойчивости  $iv$  ветвями корневого портрета заданным (реальным) интервальным семейством. Установление характера локализации реальной области пересечений относительно областей  $D_{\omega}^+$ ,  $D_{\omega}^e$  и  $D_{\omega}^-$  позволяет не только исследовать, выполнять анализ и синтез интервального семейства, но также получить представление о конфигурации корневого годографа всего интервального семейства в целом.

Очевидно, что область пересечений  $D_{\omega}^R$  на рис. 2 расположена в пределах  $D_{\omega}^+$ , и, согласно [8], устойчивость интервального семейства может быть проверена по условию (5)

$$\bar{a}_4 < \underline{a}_4(a),$$

где  $\underline{a}_4(a)$  – минимальное значение коэффициента  $a_4$  в точке  $a$  (рис. 2).

В рассматриваемом случае вычислено значение  $\underline{a}_4(a) = 221e - 06$ . Это означает, что для варианта 1 условие устойчивости (5) семейства (3) удовлетворяется.

В [8] также доказано, что в случае расположения реальной области пересечений  $D_{\omega}^R$  в пределах области возрастания  $D_{\omega}^+$  устойчивость системы может быть установлена путем проверки на устойчивость только одного следующего доминирующего полинома семейства:

$$(6) \quad s^4 + \bar{a}_1 s^3 + \underline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s + \bar{a}_4 = h(s).$$

В нашем случае полином (6) принимает следующий вид:

$$(7) \quad s^4 + 0,499s^3 + 0,0717s^2 + 0,0016s + a_4 = h_1(s); \bar{a}_4 = 96,9 \cdot 10^{-6}.$$

Проверка полинома (7) подтверждает устойчивость системы.

Аналогичное исследование проведено по варианту 2, когда  $\varepsilon = 0.25$ . В этом случае для проверки устойчивости используется уже два доминирующих полинома [8]. Для варианта 2 реальная область пересечений  $D_\omega^R$  частично перекрывает обе области  $D_\omega^+$  и  $D_\omega^e$ , а также и область  $[x', x'']$ . Это означает, что определенная часть полюсов корневого годографа системы располагается в правой полуплоскости плоскости корней, что свидетельствует о неустойчивости рассматриваемого семейства в целом.

## 4. Заключение

В работе выполнено исследование устойчивости системы автоматического управления электропривода с дискретным робастным регулятором, синтезированным с применением приближенного метода малого параметра. С целью проведения исследования использована диаграмма распределения функции параметра корневого годографа характеристического уравнения системы с интервальной неопределенностью на границе устойчивости. Диаграмма позволяет не только установить устойчивость системы, но также определить значения параметра, при которых система сохраняет устойчивость, выявить наличие или отсутствие устойчивых полиномов в семействе характеристических полиномов системы.

Результаты исследования также показывают, что уменьшение принятого значения малого параметра приводит к расширению интервала изменения параметра  $B$  объекта при сохранении свойства робастной устойчивости системы.

## Список литературы

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. 832 с.
3. Несенчук А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода. Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. 234 с.
4. Kučera V. Polynomial control: past, present, and future // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2007. Vol. 17, No. 8. P. 682-705.
5. Chow J.N., Kokotovic P.V. A Decomposition of Near-Optimum Regulators for Systems with Slow and Fast Modes // IEEE Trans. on Autom. Contr. 1976. Vol. AC-21, No. 5. P. 701-705.
6. Opeiko O.F., Nesenчук A.A. Discrete Robust Control Synthesis and Analysis Using the Free Root Locus Portraits for Electric Drive // Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Electrical, Computer and Energy Technologies. Cape Town, South Africa, 2023. Aksaray: Aksaray University, 2023. P. 873-878.
7. Jury E.I. Inners and Stability of Dynamic Systems. New York-London-Sydney-Toronto: John Willey & Sons, 1974. 308 p.
8. Nesenчук A.A. Investigation of behavior and synthesis of interval dynamic systems' characteristic polynomials based on the root locus portrait parameter function // Proceedings of the 60<sup>th</sup> American Control Conference. Milwaukee, USA, 2018. Milwaukee. 2018. P. 2041-2046.