

# КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ НЕАФФИННЫМ ОБЪЕКТОМ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

**С.А. Смирнова**

*Амурский государственный университет*  
Россия, 675027, Амурская обл., Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21  
E-mail: sofya-books-1999@mail.ru

**Е.А. Шеленок**

*Тихоокеанский государственный университет*  
Россия, 380035, Хабаровск, Тихоокеанская ул., 136  
E-mail: cidshell@mail.ru

**Ключевые слова:** неаффинный по управлению объект с переключениями, структурно-параметрическая неопределенность, адаптивно-робастный регулятор, полноценный синтез, критерий гиперустойчивости, генетический алгоритм оптимизации.

**Аннотация:** В работе рассматривается класс неаффинных по управлению объектов с переключениями, для которого на основе применения критерия гиперустойчивости Попова В.М., а также двух фильтр-корректоров и неявной эталонной модели синтезируется комбинированный алгоритм управления. Предложенная структура алгоритма позволяет устранить негативное влияние структурно-параметрической неопределенности, нелинейности и действия внешних помех на работоспособность системы управления, а использование генетического алгоритма для подбора параметров регулятора – обеспечить ее высокое качество функционирования.

## 1. Математическое описание системы управления

В исследовании рассматривается неаффинный динамический объект управления (ОУ) [1, 2], который на произвольных временных интервалах  $T_k = (t^k - t^{k-1})$  имеет разные параметры и структуру. В операторной форме записи «вход – выход» его математическая модель примет вид:

$$(1) \quad y^{(k)}(t) = W^{(k)}(p)U^{(k)}(t) = \frac{b_m^{(k)}(p)}{a_n^{(k)}(p)}U^{(k)}(t), \quad U^{(k)}(t) = u^{(k)}(t)F^{(k)}(u^{(k)}(t)) + f^{(k)}(t),$$

где  $k = \overline{1, K}$  – ограниченное количество временных интервалов;  $y^{(k)}(t)$  и  $U^{(k)}(t)$  – скалярный выход и обобщенное входное воздействие ОУ;  $p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования;  $W^{(k)}(p)$  – передаточная функция линейной стационарной части объекта, для которой  $b_m^{(k)}(p) = b_0^{(k)}p^m + b_1^{(k)}p^{m-1} + \dots + b_m^{(k)}$  – гурвицев полином с коэффициентом  $b_0^{(k)} > 0$  и  $a_n^{(k)}(p) = p^n + a_1^{(k)}p^{n-1} + \dots + a_n^{(k)}$  – полином с произвольным

расположением корней;  $u^{(k)}(t)$  – сигнал управления;  $F^{(k)}(u^{(k)}(t))$  – гладкая нелинейная функция;  $f^{(k)}(t)$  – внешнее ограниченное возмущение.

Предполагается, что данный объект (1) может функционировать при:

Допущение 1. Передаточная функция  $W^{(k)}(p)$  в произвольные моменты времени изменяет значение относительного порядка в диапазоне:

$$(2) \quad 1 \leq \underline{n} - \underline{m} \leq p \leq \bar{n} - \underline{m},$$

где  $\underline{n}$  и  $\bar{n}$  – минимальное и максимальное значение степени знаменателя, а  $\underline{m}$  и  $\bar{m}$  – числителя передаточной функции ОУ;

Допущение 2. Коэффициенты полиномов  $b_m^{(k)}(p)$ ,  $a_n^{(k)}(p)$  определены в диапазонах:

$$(3) \quad \underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i, i = \bar{1}, \bar{n}; \underline{b}_j \leq b_j \leq \bar{b}_j, j = \bar{1}, \bar{m},$$

где  $\underline{a}_i, \bar{a}_i, \underline{b}_j, \bar{b}_j$  – известные значения;

Допущение 3. Сигналы внешних возмущений  $f^{(k)}(t)$  и нелинейностей  $F^{(k)}(u^{(k)}(t))$  являются априорно неизвестными и удовлетворяют следующим условиям:

$$(4) \quad |f^{(k)}(t)| \leq \bar{f}^{(k)}, F^{(k)}(u^{(k)}(t)) \geq \underline{F}^{(k)}, \forall t \geq 0, \bar{f}^{(k)}, \underline{F}^{(k)} = const > 0;$$

Допущение 4. Для прямых измерений не доступны внутренние состояния объекта, только его входной  $u^{(k)}(t)$  и выходной  $y^{(k)}(t)$  сигналы.

Исходя из того, что рассматриваемый ОУ (1) является неминимально-фазовым (Допущение 1), для управления им необходимо ввести дополнительный корректирующий блок – выходной фильтр-корректор (ВФК) [3 – 5]:

$$(5) \quad W_{ВФК}(p) = \left( \frac{Tp + 1}{T_0p + 1} \right)^{\bar{n} - \underline{m} - 1},$$

где  $T$  и  $T_0$  – постоянные времени, причем  $T_0$  – малая величина [4]. Тогда математическая модель объекта (1) может быть представлена в расширенном (последовательное соединение ОУ и ВФК) пространстве состояний:

$$(6) \quad \frac{d\tilde{x}^{(k)}(t)}{dt} = \tilde{A}^{(k)}\tilde{x}^{(k)}(t) + \tilde{B}^{(k)}U^{(k)}(t), \tilde{x}_0 = \tilde{x}(0), \tilde{y}^{(k)}(t) = \tilde{C}^T\tilde{x}^{(k)}(t) = \tilde{x}_1^{(k)}(t),$$

где  $\tilde{x}^{(k)}(t) = [\tilde{x}_1(t) \ \tilde{x}_2(t) \ \dots \ \tilde{x}_{(\bar{n} - \underline{m} + m)}(t)]$  – вектор переменных состояния

$$(\bar{n} - \underline{m} + m) \times 1; \tilde{A}^{(k)} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{a}_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{a}_{\bar{n} - \underline{m} + m} & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} - \text{матрица состояния видоизмененного}$$

ОУ;  $\tilde{B}^{(k)}$  и  $\tilde{C} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$  – вектора управления и выхода размерности  $(\bar{n} - \underline{m} + m) \times 1$ ;  $\tilde{y}^{(k)}(t)$  – скалярный выходной сигнал.

Пусть требуемое движение ОУ (1) задается сигналом  $r(t)$ , а характер изменения выхода основного контура системы управления формируется с помощью задающего фильтр-корректора (ЗФК):

$$(7) \quad \tilde{r}(t) = \left( \frac{Tp+1}{T_0p+1} \right)^{\bar{n}-m-1} r^{(k)}(t),$$

где  $\tilde{r}(t)$  – сигнал выхода  $3\Phi K$ . В этом случае можно утверждать, что неявная эталонная модель в пространстве состояний имеет вид:

$$(8) \quad \frac{dx_*^{(k)}(t)}{dt} = A_*^{(k)} x_*^{(k)}(t) + \tilde{B}^{(k)} \hat{\chi}_* \tilde{r}(t), \quad y_*^{(k)}(t) = \tilde{C}^T x_*^{(k)}(t) = x_{*1}^{(k)}(t),$$

где  $x_*^{(k)}(t) = [x_{*1}^{(k)}(t) \quad x_{*2}^{(k)}(t) \quad \dots \quad x_{* (\bar{n}-m+m)}^{(k)}(t)]$  – вектор переменных состояния эталона

$(\bar{n}-m+m) \times 1$ ;  $A_*^{(k)} = \tilde{A}^{(k)} - \chi_* \tilde{B}^{(k)} (\tilde{C}^{(k)})^T$  – матрица состояния эталона;

$\chi_*, \hat{\chi}_* = const \square 0$ ;  $y_*^{(k)}(t)$  – выход неявного эталона.

Для системы управления (1) – (8) необходимо выполнить две цели управления.

Первая – *основная* цель управления: обеспечить точное слежение выхода неаффинного многорежимного ОУ за задающим воздействием:

$$(9) \quad |r(t) - y^{(k)}(t)| \leq \delta_0 = const, \quad t \rightarrow \infty,$$

где  $\delta_0$  – максимально допустимая ошибка.

Вторая – *вспомогательная* цель управления: синтез явного вида комбинированного закона управления  $u(t) = u(\tilde{y}^{(k)}(t), \tilde{r}(t))$ , который обеспечивает для неаффинного объекта с переключениями выполнение неравенства:

$$(10) \quad |y_*^{(k)}(t) - \tilde{y}^{(k)}(t)| \cong |\tilde{r}(t) - \tilde{y}^{(k)}(t)| \leq \tilde{\delta}_0 = const, \quad t \rightarrow \infty,$$

где  $\tilde{\delta}_0$  – ограниченная величина, при любых начальных условиях и внешних помехах (4).

## 2. Синтез системы управления

Выполним процедуру полного синтеза [1] системы управления, включающего в себя выполнение двух процедур.

Первая процедура – *структурный синтез* закона управления. Структурный синтез, согласно методике использования критерия гиперустойчивости, проходит два ключевых этапа: обеспечение положительности линейной части системы в отклонениях (рассогласование состояний неявного эталона  $x_*^{(k)}(t)$  (8) и видоизмененного ОУ  $\tilde{x}^{(k)}(t)$  (6)); выполнение интегрального неравенства В. М. Попова. В результате их выполнения синтезируется явный вид адаптивно-робастного алгоритма управления [5]:

$$(11) \quad \begin{aligned} u^{(k)}(t) &= h_{11} \tilde{r}(t) \int_0^t \tilde{r}(v) v^{(k)}(v) dv + h_{21} (\tilde{r}(t))^2 v^{(k)}(t) + h_{31} \int_0^t v^{(k)}(v) dv + \\ &+ h_{12} \tilde{y}_{sat}^{(k)}(t) \int_0^t \tilde{y}^{(k)}(v) v^{(k)}(v) dv + h_{22} (\tilde{y}_{sat}^{(k)}(t))^2 v^{(k)}(t) + h_{32} v^{(k)}(t), \\ v^{(k)}(t) &= \tilde{r}(t) - \tilde{y}_{sat}^{(k)}(t), \quad \tilde{y}_{sat}^{(k)}(t) = sat(\tilde{y}^{(k)}(t)) = \begin{cases} -\Delta & \text{при } \tilde{y}^{(k)}(t) \leq -\Delta \\ \tilde{y}^{(k)}(t) & \text{при } |\tilde{y}^{(k)}(t)| < \Delta \\ \Delta & \text{при } \tilde{y}^{(k)}(t) \geq \Delta \end{cases}, \end{aligned}$$

где  $sat(\tilde{y}^{(k)}(t))$  – нелинейный элемент типа «насыщение» [6] (гарантирует, что в замкнутой системе (1 – 8) будут выполнены цели управления (9), (10));

обеспечивающий гиперустойчивость рассматриваемой неаффинной системы с переключениями.

*Вторая процедура – параметрический синтез* закона управления. Осуществляется на основе генетического алгоритма оптимизации и включает в себя три основных этапа: формирование случайной начальной популяции особей (особь – набор коэффициентов комбинированного регулятора); выполнение генетических операций над особями – катаклизм, скрещивание, мутация и селекция, в результате работы которых формируется результирующий набор коэффициентов; выбор наилучшей особи с минимальным значением функционала (критерия обобщенной работы [7]):

$$(12) \quad I = \int_0^t \left( k_1 \left( e^{(k)}(\zeta) \right)^2 + k_2 \left( u^{(k)}(\zeta) \right)^2 \right) d\zeta,$$

где  $k_1, k_2$  – весовые коэффициенты;  $e^{(k)}(t) = r(t) - y^{(k)}(t)$ .

По завершении данной процедуры, регулятор с найденными оптимальными параметрами обеспечит наилучшее качество функционирования системы.

### 3. Пример имитационного моделирования

Для иллюстрации качества работы синтезированной системы управления и определения оптимальных значений ее параметров проведем имитационное моделирование в среде Matlab-Simulink для неаффинной системы управления с двумя переключениями, параметры которой представлены в таблице 1 и 2.

Таблица 1. Параметры неаффинной системы управления с двумя переключениями.

	Интервал времени		
	$0 \leq t < 30$	$30 \leq t < 60$	$60 \leq t$
<b>Передаточная функция ОУ</b>	$W^{(1)}(p) = \frac{3p+7}{p^3-p^2+1.7p-2}$	$W^{(2)}(p) = \frac{3}{p^3-p^2+1.7p-2}$	$W^{(3)}(p) = \frac{0.7p^2+2.5p+5.5}{p^3+0.7p^2-2.5p-3}$
<b>Начальные значения <math>x^{(k)}(0)</math></b>	$\left( x^{(1)}(0) \right)^T = [0.3 \ 0.3 \ 0.3]$	$x^{(2)}(30) = x^{(1)}(30)$	$x^{(3)}(60) = x^{(2)}(60)$
<b>Неаффинность по управлению</b>	$F^{(1)}\left(u^{(1)}(t)\right) = 1.8 + \frac{1}{1+0.9\left(u^{(1)}(t)\right)^2}$	$F^{(2)}\left(u^{(2)}(t)\right) = 2.8 + \frac{1}{1+0.7\left(u^{(2)}(t)\right)^2}$	$F^{(3)}\left(u^{(3)}(t)\right) = 1.2\sqrt{1+u^{(3)}(t)}$
<b>Внешние возмущения</b>	$f^{(1)}(t) = 0.9 \cos(t)$	$f^{(2)}(t) = f^{(3)}(t) = 1.4 \sin^2(0.4t)$	
<b>Задание</b>	$r(t) = 0.36 \sin(0.9t) + 0.71 \sin(0.25t)$		
<b>Фильтр-корректор</b>	$W_{ВФК}(p) = W_{ЗФК}(p) = \left( \frac{0.06p+1}{0.001p+1} \right)^2$		

Таблица 2. Основные параметры запуска генетического алгоритма оптимизации.

Наименование параметра	Значение параметра
Количество оптимизируемых переменных	$Nk = 6$
Максимальные значения переменных регулятора	$K_{max} = [2500; 2500; 1000; 500; 500; 3500]$
Минимальные значения переменных регулятора	$K_{min} = [1; 1; 1; 1; 1; 1]$
Длина переменных в битах	$Nb = 12$
Количество поколений	$Cycles = 15$

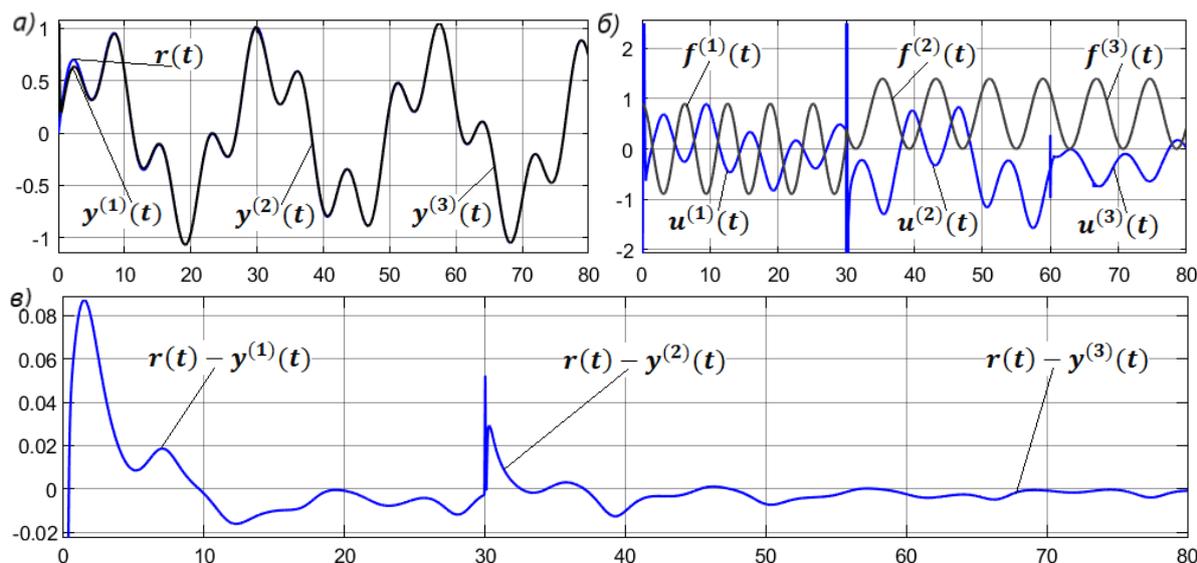
Критерий качества системы

$$I = \int_0^t \left( 1000 \left( e^{(k)}(\zeta) \right)^2 + \left( u^{(k)}(\zeta) \right)^2 \right) d\zeta$$

В результате моделирования получаем следующий вид закона управления:

$$u^{(k)}(t) = 1927.7 \tilde{r}(t) \int_0^t \tilde{r}(v) v^{(k)}(v) dv + 200.2 \left( \tilde{r}(t) \right)^2 v^{(k)}(t) + 127.8 \int_0^t v^{(k)}(v) dv + 2555.7 v^{(k)}(t) + 1555.7 \tilde{y}_{sat}^{(k)}(t) \int_0^t \tilde{y}^{(k)}(v) v^{(k)}(v) dv + 1.7 \left( \tilde{y}_{sat}^{(k)}(t) \right)^2 v^{(k)}(t).$$

а также графики характеристик систем управления на рис. 1.



**Рис. 1.** Характеристики системы управления, а) – сигнал задающего воздействия и сигнал выхода объекта (1), б) – ошибка рассогласования, в) – сигнал управления и возмущающее воздействие.

Представленные динамические характеристики свидетельствуют о том, что разработанный адаптивно-робастный алгоритм управления при подобранных значениях своих параметров позволяет обеспечить высокое качество работы неаффинного и многорежимного  $OU$  (ошибка слежения в проводимом эксперименте (рис. 1в) менее 2%).

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00246, <https://rscf.ru/project/23-29-00246>.

## Список литературы

1. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Синтез системы периодического комбинированного управления одним классом неаффинных объектов с запаздыванием в условиях неопределенности // Информатика и системы управления. 2023. № 1(75). С. 103-117.
2. Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А. Комбинированный регулятор системы с неявным эталоном для управления по выходу структурно неопределенным неаффинным объектом с неизвестным запаздыванием по состоянию // Информатика и системы управления. 2020. № 4(66). С. 118-128.
3. Еремин Е.Л. Метод большого коэффициента усиления в задаче самоорганизации систем управления структурно неопределенными линейными объектами с переключениями. I // Информатика и системы управления. 2021. № 4 (70). С. 95-109.
4. Еремин Е.Л. L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. III. // Информатика и системы управления. 2007. № 2(14). С. 153-164.

5. Смирнова С.А. Комбинированная система управления по выходу линейным объектом с неизвестным относительным порядком // Информатика и системы управления. 2021. № 1 (67). С. 114-125.
6. Халил Х.К. Нелинейные системы М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» – Институт компьютерных исследований, 2009.
7. Справочник по теории автоматического управления / Под. ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.