УДК 681.5.013

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ ПЕРИОДИЧЕСКОГО КОМБИНИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ОДНИМ КЛАССОМ НЕАФФИННЫХ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

Е.А. Шеленок

Тихоокеанский государственный университет

Россия, 680035, Хабаровск, Тихоокеанская ул., 136

E-mail: e.a.shelenok@mail.ru

Ключевые слова: неопределенность, неаффинный объект управления, запаздывание по состоянию, запаздывание нейтрального типа, генератор периодических сигналов, критерий гиперустойчивости, генетический алгоритм.

Аннотация: Рассматривается разработка комбинированного регулятора периодической системы управления классом стркутурно-функционально-параметрически неопределенных неаффинных динамических объектов с запаздыванием по состоянию и запаздыванием нейтрального типа. Главной особенностью представленного решения является процедура полноценного синтеза системы, в рамках которого, во-первых, за счет критерия гиперустойчивости синтезируется структура алгоритмов динамической обратной связи, во-вторых, с использованием генетических алгоритмов выполняется подбор параметров разработанного закона управления.

Пусть движение неаффинного динамического объекта содержащего, запаздывание по состоянию и запаздывание нейтрального типа, описывается с помощью следующей математической модели:

$$
\begin{aligned}
&Q(p)y(t) + D(p)y(t-\tau_1) + C(p)y(t-\tau_2) = \\
&\qquad = G(p)\left[u(t)F\left(u(t)\right) + \varphi\left(u(t)\right) + \psi(t)\right], \\
&p_i y(\upsilon) = \vartheta_i(\upsilon),\ \upsilon \in \left[-\tau_1; 0\right],\ p^k y(\phi) = \zeta_k(\phi),\ \phi \in \left[-\tau_2; 0\right], \\
&p_i y(0) = y_{i0},\ i = 0, 1, ..., (n-1),\ k = 1, 2, ..., n,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $y(t), u(t)$ – выходной и управляющий сигналы; $Q(p)$, $D(p)$, $C(p)$ и $Q(p)$ – линейные операторы; $\deg Q(p) = \deg C(p) = n$, $\deg D(p) = (n-1)$, $\deg G(p) = m$; τ_1, $\tau_2 = const > 0$ – запаздывания времени; $\vartheta_i(\upsilon)$ и $\zeta_k(\phi)$ – начальные функции; y_{i0} – начальные условия; $F\left(u(t)\right)$, $\varphi\left(u(t)\right)$ – гладкие нелинейные функции; $\psi(t) = \psi_1(t+\overline{T}) + \psi_2(t)$ – внешние постоянно действующие возмущения, содержащие периодическую и непериодическую составляющие; $\overline{T} = conts > 0$ – период.

Для рассматриваемого объекта (1) предполагаются выполненными следующие *допущения*:

Д1. Операторы $Q(p)$, $D(p)$, $C(p)$ и $G(p)$ имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned}
&Q(p) = p^n + q_1 p^{(n-1)} + ... + q_{(n-1)}p + q_n,\\
&D(p) = d_1 p^{(n-1)} + d_2 p^{(n-2)} + ... + d_{(n-1)}p + d_n,\\
&C(p) = c_0 p^n + c_1 p^{(n-1)} + ... + c_{(n-1)}p + c_n,\\
&G(p) = g_0 p^m + g_1 p^{(m-1)} + ... + g_{(m-1)}p + g_m,
\end{aligned}$$

где $q_i, d_i = const > 0$, $i = 1, 2, ..., n$; $c_j = const$, $j = 0, 1, ..., n$; $g_l = const > 0$, $l = 0, 1, ..., m$; $n, m = const$, $n \geqslant 1$, $n > m \geqslant 0$ – некоторые коэффициенты и порядки линейных операторов;

Д2. Внешние помехи $\psi(t)$ и нелинейные функции $F\left(u(t)\right)$, $\varphi\left(u(t)\right)$ удовлетворяют условиям

$$\left|\psi_1(t+\overline{T})\right| \leqslant \psi_{01},\ \left|\psi_2(t)\right| \leqslant \psi_{02},\ F\left(u(t)\right) \geqslant F_0,\ \left|\varphi\left(u(t)\right)\right| \leqslant \varphi_0,$$

где $\psi_{01}, \psi_{02}, F_0, \varphi_0 = const > 0$ – неизвестные числа;

Д3. Величина запаздывания τ_1 – неизвестна; запаздывание τ_2 – известно.

Д4. Значения $\max(n)$ и $\min(m)$ а также максимальная относительная степень объекта $\delta^* = \max(n) - \min(m)$ – являются известными;

Д5. Полином $G(s)$, составленный из коэффициентов g_l, является гурвицевым, причем $g_0 > 0$ (s – комплексная переменная преобразования Лапласа);

Д6. Коэффициент полинома

С учетом особенностей рассматриваемого объекта управления (1), по аналогии с [1–3], введем в основной контур системы выходной фильтр-корректор, модель которого представлена в виде

$$y_F(t) = W_F(p)y(t) = \frac{(T_0 p + 1)^{(\delta_* - 1)}}{(T_* p + 1)^{(\delta_* - 1)}} y(t),\ (T_* p + 1)^{(\delta_* - 1)} y_F(t) = (T_0 p + 1)^{(\delta_* - 1)} y(t), \tag{2}$$

где $y(t)$, $y_F(t)$ – соответственно выход и вход фильтра; $W(p)$ – операторная передаточная функция фильтр-корректора; $T_0, T_* = const$ – постоянные времени фильтра, причем значение T_* – мало.

Учитывая соотношение $(T_* p + 1)^{(\delta_* - 1)} = (T_* p + 1)^{(\delta_* - n + m)} (T_* p + 1)^{(n - m - 1)}$, а также малое значение параметра T_*, можно получить справедливую оценку: $(T_* p + 1)^{(n - m - 1)} \cong 1$ и представить модель объекта (1) с подключенным к его выходу фильтр-корректором (2) следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\hat{Q}(p) y_F(t) + \hat{D} y_F(t - \tau_1) + \hat{C} y_F(t - \tau_2) \cong\\
&\qquad \cong \hat{G}(p)\left[u(t) F\left(u(t)\right) + \varphi\left(u(t)\right) + \psi(t)\right],
\end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned}
\hat{Q}(p) &= Q(p)\left(T_* p + 1\right)^{(\delta_* - n + m)} \left(T_* p + 1\right)^{(n - m - 1)} \cong\\
&\cong \left(p^n + q_1 p^{(n-1)} + ... + q_n\right)\left(T_* p + 1\right)^{(\delta_* - n + m)} / T_*^{(\delta_* - n + m)} =\\
&= p^{(\delta_* + m)} + \hat{q}_1 p^{(\delta_* + m - 1)} + ... + \hat{q}_{(\delta_* + m)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{D}(p) &= D(p)\left(T_* p + 1\right)^{(\delta_* - n + m)} \left(T_* p + 1\right)^{(n - m - 1)} \cong\\
&\cong \left(d_1 p^{(n-1)} + d_2 p^{(n-2)} + ... + q_n\right)\left(T_* p + 1\right)^{(\delta_* - n + m)} / T_*^{(\delta_* - n + m)} =\\
&= \hat{d}_1 p^{(\delta_* + m - 1)} + \hat{d}_1 p^{(\delta_* + m - 2)} + ... + \hat{d}_{(\delta_* + m)},
\end{aligned}$$

$$\hat{C}(p) = C(p)\left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-n+m)}\left(T_*p+1\right)^{(n-m-1)} \cong$$
$$\cong \left(c_0p^n + c_1p^{(n-1)} + ... + c_n\right)\left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-n+m)}/T_*^{(\delta_*-n+m)} =$$
$$= \hat{c}_0p^{(\delta_*+m)} + \hat{c}_1p^{(\delta_*+m-1)} + ... + \hat{c}_{(\delta_*+m)}p,$$

$$\hat{G}(p) = G(p)\left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-n+m)}\left(T_*p+1\right)^{(n-m-1)} \cong$$
$$\cong \left(g_0p^m + g_1p^{(m-1)} + ... + g_m\right)\left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-n+m)}/T_*^{(\delta_*-n+m)} =$$
$$= \hat{g}_0p^{(\delta_*+m-1)} + \hat{g}_1p^{(\delta_*+m-2)} + ... + \hat{g}_{(\delta_*+m-1)}.$$

При этом модель видоизмененного объекта управления (3) имеет аналог, представленный в форме *вход-состояния-выход*:

$$\begin{gathered}\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \hat{\mathbf{Q}}\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{x}(t-\tau_1) + \hat{\mathbf{C}}\frac{d\mathbf{x}(t-\tau_2)}{dt} + \\ + \mathbf{b}\left[u(t)F\left(u(t)\right) + \varphi\left(u(t)\right) + \psi(t)\right], \quad y_F(t) = \hat{\mathbf{g}}^T\mathbf{x}(t), \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0,\ \mathbf{x}(\upsilon) = \boldsymbol{\vartheta}(\upsilon),\ \upsilon \in [-\tau_1; 0],\ \frac{d\mathbf{x}(\phi)}{d\phi} = \frac{d\boldsymbol{\vartheta}(\phi)}{d\phi},\ \phi \in [-\tau_2; 0],\end{gathered} \tag{4}$$

where $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$; $\mathbf{Q}$ – матрица в форме Фробениуса размера $(\delta_*+m)\times(\delta_*+m)$ и нижней строкой $\hat{\mathbf{q}} = \left[\hat{q}_{(\delta_*+m)}, \hat{q}_{(\delta_*+m-1)}, ..., \hat{q}_1\right]$; $\hat{D}$ и $\hat{C}$ – стационарные матрицы размера $(\delta_*+m)\times(\delta_*+m)$ и нижними строками $\hat{\mathbf{d}} = \left[\hat{d}_{(\delta_*+m)}, ..., \hat{d}_2, \hat{d}_1\right]$, $\hat{\mathbf{c}} = \left[\hat{c}_{(\delta_*+m)}, ..., \hat{c}_1, \hat{c}_0\right]$ соответственно; $\mathbf{b} = [0, ..., 0, 1] \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$; $\hat{\mathbf{g}} = \left[\hat{g}_{(\delta_*+m-1)}, ..., \hat{g}_1, \hat{g}_0\right] \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$.

Требуемое движение объекта управления (1) определим с помощью периодического задающего сигнала $r(t) = r(t+\overline{T})$, где $\overline{T}$ – период изменения. Желаемую динамику выхода основного контура системы $y_F(t)$ сформируем за счет аналогичного (2) задающего фильтр-корректора:

$$\hat{r}(t) = W_F(p)r(t) = \frac{\left(T_0p+1\right)^{(\delta_*-1)}}{\left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-1)}}r(t), \left(T_*p+1\right)^{(\delta_*-1)}\hat{r}(t) = \left(T_0p+1\right)^{(\delta_*-1)}r(t). \tag{5}$$

где $\hat{r}(t)$ – некоторый вспомогательный сигнал. В этом случае [2] математическое описание неявной эталонной модели можно представить как

$$y^*(t) = \frac{\chi_*\hat{G}(p)}{\left(p+\chi_*\right)\hat{G}(p)}\hat{r}(t) \cong \frac{\hat{\chi}_*\hat{G}(p)\hat{q}_{(\delta_*+m-1)}}{\hat{Q}(p)+\chi_*\hat{G}(p)}\hat{r}(t) = \frac{\hat{\chi}_*\hat{G}(p)\hat{q}_{(\delta_*+m-1)}}{\hat{Q}_*(p)}\hat{r}(t), \tag{6}$$

или эквивалентно в векторно-матричном виде:

$$\frac{d\mathbf{x}^*(t)}{dt} = \mathbf{Q}_*\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{b}\hat{\chi}_*\hat{r}(t),\ y^*(t) = \hat{\mathbf{g}}^T\mathbf{x}^*(t),\ \mathbf{x}^*(0) = 0, \tag{7}$$

где $\mathbf{x}^*(t) = \left[x_1^*(t), ..., x_{(\delta_*+m)}^*(t)\right] \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$; $\mathbf{Q}_*$ – матрица размера $(\delta_* + m) \times (\delta_* + m)$, последняя строка который имеет вид $\left[\hat{q}_{(\delta_*+m)} - \chi_* \hat{g}_{(\delta_*+m-1)}, ..., \hat{q}_1 - \chi_* \hat{g}_0\right]$; $y*(t)$ – выход эталона; $\chi_*,\ \hat{\chi_*} = const \gg 0$.

Для рассматриваемой системы управления (1) – (7) **требуется решить две задачи**. Во-первых, необходимо обеспечить выполнение *основной цели управления*

$$\lim_{t\to\infty} |r(t) - y(t)| = \lim_{t\to\infty} \left|r(t+\overline{T}) - y(t)\right| \leqslant \Delta_r,\ \Delta_r = const > 0; \tag{8}$$

и, во-вторых, для достижения цели (8) требуется синтезировать закон управления, обеспечивающий достижение *вспомогательной цели управления*:

$$\lim_{t\to\infty} |y^*(t) - y_F(t)| \cong \lim_{t\to\infty} |\hat{r} - y_F(t)| \leqslant \Delta_{\hat{r}},\ \Delta_{\hat{r}} = const > 0. \tag{9}$$

Введем в рассмотрение вектор рассогласования состояний неявного эталона (7) и видоизмененного объекта управления (4) $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}^*(t) - \mathbf{x}(t)$, в соответствии с которым математическую модель исследуемой системы представим в следующем виде:

$$\begin{gathered}\frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} = \mathbf{Q}_*\mathbf{e}(t) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{x}(t-\tau_1) + \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(t-\tau_2) + \mathbf{b}\mu(t),\ v(t) = \hat{\mathbf{g}}^T\mathbf{e}(t) = \hat{r}(t) - y_F(t),\\ \mu(t) = -\left\{\theta(t) + \chi_* y_F(t) + u(t)F\left(u(t)\right) + \varphi\left(u(t)\right) + \psi_2(t) + \hat{c}_0 \frac{dx_{\delta_*+m}(t-\tau_2)}{dt}\right\},\end{gathered} \tag{10}$$

где $\theta(t) = \theta(t+\overline{T}) = \hat{\chi_*}\hat{r}(t) + \psi_1(t)$ – периодический сигнал; $\tilde{\mathbf{C}}$ – матрица размера $(\delta_* + m) \times (\delta_* + m)$, элементы которой - нули за исключением последней строки: $\tilde{c} = [\hat{\mathbf{c}}_{\delta_*+m}, ..., \hat{\mathbf{c}}_1, 0]$.

В соответствии с требованиями критерия гиперустойчивости В.М. Попова [4] для эквивалентной системы (10) необходимо выполнить два условия положительности:

$$\begin{gathered}\mathrm{Re}\left[W_*(j\omega)\right] > 0,\ \forall\omega > 0,\\ \eta(0,t) = -\int_0^t v(\varsigma)\mu(\varsigma)d\varsigma \geqslant -\eta_0^2 = const,\ \forall t > 0,\end{gathered} \tag{11}$$

где $W_*(j\omega)$ – частотный аналог передаточной функции линейной стационарной части системы (10).

Выполнение первого условия является очевидным, поскольку $W_*(s)$ при условии гурвицевости полинома $\hat{\mathbf{Q}}(s)$ и выполнении неравенств $\inf\limits_{\xi\in\Xi} \hat{Q}(j\omega) > \sup\limits_{\xi\in\Xi} \hat{D}(j\omega)$, $\inf\limits_{\xi\in\Xi} \hat{Q}(j\omega) > \sup\limits_{\xi\in\Xi} \hat{C}(j\omega)$ имеет вид

$$W_*(s) = \hat{\mathbf{g}}^T \left(sE_{(\delta_*+m)} - \mathbf{Q}_* - \hat{\mathbf{D}}e^{-s\tau_1} - \tilde{\mathbf{C}}e^{-s\tau_2}\right)^{-1}\mathbf{b} \cong \frac{\chi_*}{s+\chi_*},$$

где $E_{(\delta_*+m)}$ – единичная матрица соответствующего размера.

С использованием результатов [1–3, 5] можно показать, что справедливость интегрального неравенства из (11) будет обеспечена за счет синтеза закона управления $u(t)$ следующим комбинированным образом:

$$\begin{gathered}u(t) = \left(u_1(t-\overline{T}) + \gamma_1 v(t)\right) + \gamma_{31}\int_0^t v(\varsigma)d\varsigma + \gamma_{32}v(t) +\\ + \gamma_{21} sat\left(y_F(t)\right)\int_0^t sat\left(y_F(\varsigma)\right)v(\varsigma)d\varsigma + \gamma_{22} sat\left(y_F(t)\right)^2 v(t) +\\ + \gamma_{41} sat\left(\dot{x}_{F(\delta_*+m)}(t)\right)\int_0^t sat\left(\dot{x}_{F(\delta_*+m)}(\varsigma)\right)v(\varsigma)d\varsigma + \gamma_{42} sat\left(\dot{x}_{F(\delta_*+m)}(t)\right)^2 v(t),\end{gathered} \tag{12}$$

где $\gamma_1, \gamma_{21}, \gamma_{22}, \gamma_{31}, \gamma_{32}, \gamma_{41}, \gamma_{42} = const > 0$, значения которых подбираются на этапе имитационного моделирования системы.

В этом случае для эквивалентной (10) и, следовательно, для исходной (1) – (7) систем будет выполнена вспомогательная (9) и основная (8) цели управления.

Для автоматического поиска значений параметров синтезированного регулятора (12) был разработан программный модуль, реализующий работу генетического алгоритма, направленного на достижение критерия качества, относящегося к семейству критериев обобщенной работы: $I = \int_0^t \left(k_1 u^2(\varsigma) + k_2 \left(r(\varsigma) - y(\varsigma)\right)^2\right) d\varsigma \to \min$.

На рис. 1 представлены динамические характеристики системы управления (1) – (7), (12) полученные в ходе одного из вычислительных экспериментов и подтверждающие выполнение целевых условий функционирования.

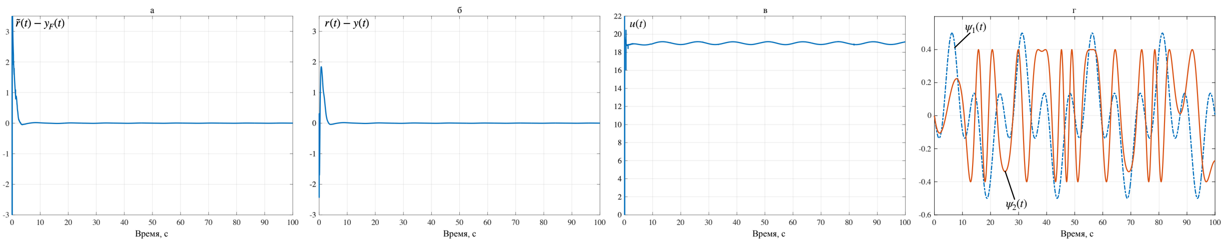

Рис. 1. Ошибка по основному контуру (а), ошибка регулирования (б), сигнал управления (в) и внешние возмущения системы (1) – (7), (12)

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00246, https://rscf.ru/project/23-29-00246/.

Список литературы

1. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Периодическое робастное управление одним классом неаффинных объектов в условиях неопределенности // Датчики и системы. 2023. № 2(267). С. 44–50.
2. Eremin E.L., Nikiforova L.V., Shelenok E.A. Combined Nonlinear System of Control of a Structurally-Parametrically Uncertain Nonaffine Plant with State Delay and Neutral Type Delay // Automation and Remote Control. 2021. Vol. 82, No. 12. P. 2192–2203.
3. Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А. Комбинированное нелинейное управление системой перевернутых маятников при ограничении управляющих сигналов // Автометрия. 2021. Т. 57, № 4. С. 74–84.
4. Попов В.М. Гиперустойчивость автоматических систем. М.: Наука, 1970. 456 с.
5. Khalil H. K. Nonlinear Systems. New Jersey: Prentice Hall, 2002.